

Regelung supraleitender Resonatoren mit Strahlbelastung am TESLA-Test-Linearbeschleuniger

Matthias Liepe

Diplomarbeit
im Fachbereich Physik
der Universität Hamburg

Hamburg
im August 1998

Gutachter: Prof. Dr. P. Schmäuser
Zweitgutachter: Dr. A. Gamp

Tag der Einreichung: 31.8.98

Der Freude am Schauen und Staunen.

Abstract

The TESLA Test Facility (TTF) is designed to demonstrate the feasibility of a 500 GeV e^-e^+ -linear collider. One of the major subsystems under study is the low level RF control system. For cost saving reasons one klystron supplies RF power to 32 superconducting cavities which are operated in pulsed mode at gradients of up to 25 MV/m. Significant Lorentz force detuning, microphonic noise and beam loading are the main issues for the low level RF control. A fully digital control system has been developed and installed in the TESLA Test Facility to control the field vector-sum of eight cavities initially. Based on simulations and calculations it has been investigated, how the energy of the beam is affected by the perturbations. The required energy stability of the beam results in high demands on the RF control system. Based on beam induced transients, the individual cavity probe signals can be calibrated within the required accuracy. A self-adaptive feedforward control has been developed, in order to compensate the repetitive perturbations. Initial tests have demonstrated, that by applying the self-adaptive feedforward control the required field stability for the Free-Electron-Laser at the TTF can be reached. The self-adaptive feedforward control proved to be an effective way of compensating the repetitive part of the perturbations.

Zusammenfassung

Mit der TESLA Test Facility (TTF) befindet sich ein Test-Linearbeschleuniger im Aufbau, mit dem die technische Realisierbarkeit eines 500 GeV e^-e^+ -Linearbeschleunigers demonstriert werden soll. Eine der wesentlichen Komponenten, die dabei untersucht wird, ist das Hochfrequenzkontrollsystem. Aus Kostengründen wird ein Klystron 32 supraleitende Beschleunigungsstrukturen mit Hochfrequenzleistung versorgen. Die Strukturen werden im Pulsbetrieb bei Beschleunigungsgradienten von bis zu 25 MV/m betrieben. Die Hauptaufgabe für das Hochfrequenzkontrollsystem ist, Störungen zu kompensieren, die aus der bei diesen Gradienten bedeutsamen Lorentzkraftverstimmung, den mechanischen Vibrationen (Mikrophonie) und den strahlinduzierten Spannungen entstehen. Für die TESLA Test Facility ist ein volldigitales Hochfrequenzkontrollsystem entwickelt und installiert worden, welches in einer ersten Stufe die Vektorsumme von acht Hohlraumresonatoren regelt. Anhand von Simulationen und Berechnungen wurde untersucht, welche Beiträge zur Energieunschärfe des Strahls die einzelnen Störungen liefern. Aus der geforderten Energieschärfe ergeben sich hohe Anforderungen an die Regelung der Beschleunigungsfelder. Die Messung der strahlinduzierten Felder ermöglicht es, die einzelnen Meßsignale der Felder mit der erforderlichen Genauigkeit zu messen. Zur Kompensation der zeitlich periodischen Störungen wurde eine selbst-anpassende Vorkompensation entwickelt. Erste Messungen haben demonstriert, daß mit der selbst-anpassenden Vorkompensation die für den Betrieb des Freien-Elektronen-Lasers an der TTF erforderliche Feldstabilität erreicht werden kann. Es konnte nachgewiesen werden, daß durch die selbst-anpassende Vorkompensation der zeitlich periodische Anteil der Störungen mit hoher Genauigkeit kompensiert wird.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Das Hochfrequenzsystem des Linearbeschleunigers der TESLA-Test-Facility (TTF)	3
2.1	Struktur des TESLA-Test-Linearbeschleunigers	3
2.1.1	Räumliche Struktur des Beschleunigers	3
2.1.2	Weitere Ausbaustufen	5
2.1.3	Zeitstruktur	5
2.2	Prinzip der digitalen Regelung	7
2.3	Komponenten der digitalen Hochfrequenzregelung	9
3	Energieunschärfe des Elektronenstrahls	12
3.1	Ursachen der Energieunschärfe	12
3.1.1	Energieunschärfe am Ende des Injektors und nichtverschwindene Bunchlänge	13
3.1.2	Strahlinduzierte Transienten, Ladungsfluktuationen	15
3.1.3	Wakefelder, Moden höherer Ordnung	16
3.1.4	Fluktuationen in der Beschleunigungsphase der Elektronenbunche .	18
3.1.5	Sättigung und Schwankungen in der Kathodenspannung des Klystrons	19
3.1.6	Mikrophonie	23
3.1.7	Lorentz-Kraft-Verstimmung	26
3.2	Berechnungen zur Energieunschärfe	29
3.3	Anforderungen an die Hochfrequenzregelung	38
3.3.1	Kalibrationsfehler in der Vektorsumme	39
3.3.2	Amplituden- und Phasenstabilität	43
4	Theorie zur Strahlbeschleunigung in supraleitenden Hohlraumresonatoren	47
4.1	Mathematisches Modell eines Resonators mit Strahlbelastung	49
4.1.1	Ersatzschaltbild eines Resonators, der an ein Klystron gekoppelt ist	52
4.1.2	Differentialgleichung eines Resonators mit Strahlbelastung	55
4.1.3	Einlaufende und rücklaufende Leistung	57
4.1.4	Einschwingverhalten eines gepulsten Resonators	59
4.2	Beschleunigung einzelner Strahlpakete	62
4.3	Einschwingverhalten eines gepulsten Resonators mit Strahlbeschleunigung .	64
5	Zeitabhängiges Modell des HF-Regelkreises der TTF	69
5.1	Modell der Regelstrecke	70
5.1.1	Zeitkontinuierliches Modell ohne Berücksichtigung zeitlicher Verzögerungen	70

5.1.2	Zeitdiskretes Modell ohne Berücksichtigung zeitlicher Verzögerungen	72
5.1.3	Zeitdiskretes Modell unter Berücksichtigung zeitlicher Verzögerungen	73
5.2	Zeitdiskretes Modell des Regelkreises	74
5.3	Bestimmung der Modellparameter	75
6	Vektorsummen-Kalibrierung	81
6.1	Prinzip	81
6.1.1	Kalibrierung der Amplituden und der Phasen	82
6.1.2	Phasenvorschub des Regelkreises	87
6.2	Transienten-Detektor	90
6.2.1	Aufbau und Funktionsweise	91
6.2.2	Messungen der Parameter	91
6.3	Eine Meßreihe zur Kalibrierung	93
7	Regelung mit Strahllast und selbst-anpassender Vorkompensation	99
7.1	Messungen zum Regelverhalten der Rückkopplungsregelung	99
7.2	Selbst-anpassende Vorkompensation	103
7.2.1	Einleitung	103
7.2.2	Zeitabhängiges Systemmodell im Zustandsraum	104
7.2.3	Sprungantwortmatrix des Systems	105
7.2.4	Prinzip der selbst-anpassenden Vorkompensation	108
7.3	Messungen zum Regelverhalten mit der selbst-anpassender Vorkompensation	111
8	Zusammenfassung und Ausblick	116
A	Idealer HF-Mischer	117
B	Wirksame Beschleunigungsspannung	117
C	Abschätzung der Puls zu Puls Energieunschärfe auf Grund von Mikrophonie	118

Abbildungsverzeichnis

2.1	Räumliche Struktur des TESLA-Test-Linearbeschleunigers	3
2.2	Zeitstruktur am TTF-Beschleuniger	6
2.3	Schematisches Diagramm des HF-Regelungssystems	7
2.4	Komponenten der digitalen Hochfrequenzregelung	10
2.5	Verzögerungen in der Rückkoppelschleife	11
3.1	Injektor: Verteilung von Teilchenenergie und Phase	14
3.2	Beschleunigung bei nichtverschwindender Bunchlänge	14
3.3	Energieunschärfe auf Grund von Ladungsfluktuationen im Strahlstrom . .	15
3.4	Wakepotential und Energieunschärfe	17
3.5	Klystron: Sättigung und Hochspannungspuls	20
3.6	Leistungsstabilität des Klystrons	20
3.7	Schematischer Aufbau des TTF-Klystrons	22
3.8	Phasenlänge der Driftstrecke des Klystrons	23
3.9	Streuung der Resonanzfrequenz f_0 auf Grund von Mikrophonie	24
3.10	Energieunschärfe auf Grund von Mikrophonie	25
3.11	Resonator mit Versteifungsringen	27
3.12	Energieunschärfe auf Grund von Fluktuationen in den Parametern τ_m und K	29
3.13	Energieunschärfe auf Grund von Fluktuationen in der belasteten Güte der Resonatoren	30
3.14	Energieunschärfe unter Berücksichtigung von Wakefeldern	39
3.15	Vergleich von tatsächlicher und gemessener Vektorsumme	40
3.16	Energieunschärfe auf Grund von Kalibrationsfehlern in den Amplituden und Phasen der gemessenen Felder	43
3.17	Energieunschärfe auf Grund von Amplitudenfehlern in den Beschleunigungsspannungen	45
3.18	Energieunschärfe auf Grund von Phasenfehlern in den Beschleunigungsspannungen	46
4.1	Fourierspektrum des Elektronenstrahls des Injektors II	47
4.2	Ersatzschaltbild eines neunzelligen Resonators	50
4.3	Beschleunigungsmoden eines neunzelligen TESLA-Resonators	51
4.4	Modell eines Resonators, der über einen Koppler und einen Wellenleiter an ein Klystron gekoppelt ist	54
4.5	Resonator aus Sicht des Generators	54
4.6	Modell eines Resonators mit transformiertem Generatorstrom und mit Strahlstrom	54
4.7	Vektordiagramm des komplexen Amplitudenvektors der Einhüllenden der Spannung und des Strahlstroms	57
4.8	Transientes Verhalten eines Resonators bei konstanter Generatorleistung .	60

4.9	Amplitude der Spannung, die von einem Bunchzug in einem Resonator induziert wird	65
4.10	Vektordiagramm der stationären Spannungen, die von einem Generatorstrom $\frac{1}{m}\hat{\mathbf{I}}_g$ und einem Strahlstrom $\hat{\mathbf{I}}_{b0}$ in einem verstimmt Resonator induziert werden	66
4.11	Einhüllende der Spannung in einem Resonator während eines Pulses	67
4.12	Zeitlicher Verlauf der einzelnen Leistungen während eines Pulses	68
5.1	Strukturdiagramm des TTF-Regelkreises der Hochfrequenzfelder in den Resonatoren	70
5.2	Modell einer Beschleunigungsstrecke, die aus N Resonatoren mit identischen Eigenschaften besteht	71
5.3	Simulierte Sprungantworten des Regelkreises	78
5.4	Normierte Sprungantworten des HF-Regelkreises am TTF-Linearbeschleuniger	79
5.5	Verlauf der Verstimmung $\Delta f = \Delta\omega/(2\pi)$ während einen Pulses	80
6.1	Einfluß der Verstimmung des Resonators auf das strahlinduzierte Feld	82
6.2	Superposition der Spannungen, die von einem Strahlstrom $\hat{\mathbf{I}}_{b0}$ und einem Generator in einem verstimmt Resonator induziert werden	84
6.3	Verlauf der Resonatorspannung in der komplexen Ebene bei Beschleunigung eines kurzen Strahlpulses	85
6.4	Transienten in der Amplitude und der Phase der Resonatorspannung $\hat{\mathbf{U}}$ bei ausgewählten Beschleunigungsphasen Φ_b	86
6.5	Messung zur Phasenkalibrierung	88
6.6	Messung zur Amplitudenkalibrierung	89
6.7	Bestimmung des Phasenvorschubs über dem Regelkreis	90
6.8	Schematischer Aufbau des Transienten-Detektors	91
6.9	Transienten-Detektor: Diodenkennlinie und Rauschen	92
6.10	Messung von Transienten mit dem Transienten-Detektor	93
6.11	Transienten in der Amplitude der Beschleunigungsspannung	94
6.12	Transienten in der Phase der Beschleunigungsspannung eines Resonators	96
6.13	Kalibrierungsmessung im Bereich der Beschleunigungsphase $\Phi_b = 0^\circ$	97
6.14	Kalibrierungsmessung im Bereich der Beschleunigungsphase $\Phi_b = 90^\circ$	98
7.1	Pulsbetrieb des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geöffneter Regelschleife	100
7.2	Pulsbetrieb des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife	100
7.3	Amplitudenstabilität der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen von Puls zu Puls am TTF-Beschleuniger	102
7.4	Phasenstabilität der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen von Puls zu Puls am TTF-Beschleuniger	102
7.5	Pulsbetrieb des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife und mit handjustierter Vorkompensation	104
7.6	Tabelle der handjustierten Vorkompensation	105

7.7	Pulsbetrieb des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife und mit „einfacher Vorkompensation“ . . .	106
7.8	Iterative Berechnung der Tabelle der Vorkompensation	109
7.9	Pulsbetrieb mit fünf Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife und mit selbst-anpassender Vorkompensation: Amplitudenverlauf	113
7.10	Pulsbetrieb mit fünf Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife und mit selbst-anpassender Vorkompensation: Phasenverlauf	114
7.11	Tabelle der selbst-anpassenden Vorkompensation	115

Liste der verwendeten Symbole

Symbol	Bezeichnung
$\beta = v/c$	relative Geschwindigkeit
ΔT_b	Bunchabstand
ΔT_d	Verzögerung im Regelkreis
ΔT_{HF}	Periodendauer der Hochfrequenz
ΔT_s	Periodendauer der digitalen Abtastung
ΔU_t	strahlinduzierter Amplitudentransient
$\Delta \varphi_t$	strahlinduzierter Phasentransient
$(\Delta \varphi_k)_n$	Fehler in der Phaseneichung des Feldes des n-ten Resonators
$\Delta \omega = \omega_0 - \omega_{HF}$	Verstimmung eines Resonators
$(\Delta \omega)_0 = 2\pi(\Delta f_0)_0$	Verstimmung eines Resonators ohne Feld (Vorverstimmung)
δ_b	Injektionsphase eines Teilchens relativ zur Injektionsphase des Bunches
δ_n	schnelle Fluktuation der Phase des Feldes im n-ten Resonator
$\hat{\mathcal{E}}$	Amplitude des Gradienten in einem Resonator
\mathcal{K}_r	Verstärkungsfaktor des Rückkopplungskreises
θ	Phasenlänge der Driftstrecke eines Klystrons
θ_b	Phasenlänge des Bunchabstands
σ_A	Standardabweichung der relativen Fehler A des Energiegewinns \hat{E}_n
σ_b	Phasenbreite der Bunche
σ_B	Standardabweichung der Injektionsphase der Bunche
σ_δ	Standardabweichung der schnellen Phasenfluktuationen der Felder
$\sigma_{E_{ges}}$	Standardabweichung der Energie der Elektronen
$\sigma_{E_{inj}}$	Standardabweichung der Injektionsenergie der Elektronen
σ_f	Standardabweichung der Resonanzfrequenz (Mikrophonie)
σ_t	rms-Bunchlänge

Symbol	Bezeichnung
τ	elektrische Zeitkonstante eines Resonators
τ_k	Abtastzeit der Vektorsumme
τ_m	mechanische Zeitkonstante eines Resonators
Φ	Transitionsmatrix
Φ_b	mittlere Beschleunigungsphase der Bunche
Φ_i	mittlere Injektionsphase der Bunche (relativ zu Referenzoszillator)
Φ_s	Sollwert der Phase der Resonatorfelder (relativ zu Referenzoszillator)
ϕ_b	Abweichung der Injektionsphase eines Bunches von der mittleren Injektionsphase der Bunche
ϕ_n	mittlerer Phasenfehler des n-ten Resonators
$\varphi = \omega_{HF}t$	HF-Phase
φ_I	Phase der Gleichstromkomponente des Strahls
φ_s	Phase der strahlinduzierten Spannung
φ_v	zeitabhängiger Verstimmungswinkel
ψ	Verstimmungswinkel
$\omega_0 = 2\pi f_0$	Resonanzfrequenz eines Resonators
ω_{HF}	Kreisfrequenz des HF-Feldes (Betriebsfrequenz)
ω_{res}	Resonanzfrequenz des gedämpften Schwingkreises
$\omega_{1/2}$	Bandbreite eines Resonators (TM_{010} π -Mode)

Symbol	Bezeichnung
A	Systemmatrix
$(A_k)_n$	relativer Fehler in der Amplitudeneichung
A_n	relativer Fehler in der Amplitude des mittleren Energiegewinns \hat{E}_n
B	Steuermatrix
C	Kapazität
c	Lichtgeschwindigkeit
E	Teilchenenergie
$\hat{E}_n = e \cdot \hat{U}_n$	mittlere Amplitude des Energiegewinns des n-ten Resonators
E_{inj}	Injektionsenergie
E_{ges}	Teilchenenergie am Ende des Beschleunigers
e	Elementarladung
$F(\dots)$	normierte Dichte der Verteilung der Größen, die zur Energieunschärfe führen
$\hat{\mathbf{F}}_k$	Stellvektor der Vorkompensation
$f(E_{inj}, \delta_b, \phi_b)$	Dichte der Verteilung der Größen
f_0	Resonanzfrequenz eines Resonators
f_{HF}	Frequenz des HF-Feldes (Betriebsfrequenz)
f_r, f_i	Stufen in der Vorkompensation
g_a, \dots, g_d	Verstärkungsfaktoren im Zustandsraummodell
$g(\delta_n)$	Wahrscheinlichkeitsdichten der schnellen Phasenfehler in den Feldern
g_k	Verstärkungsfaktor eines Klystrons
$h(A_n)$	Wahrscheinlichkeitsdichten der reaktiven Amplitudenfehler der Felder
I_b	Strom des Generators, der den Strahlstrom repräsentiert
I_{b0}	mittlerer Strahlstrom
I_{bunch}	Strom eines Bunches
I_{bw}	Fourierkomponente des Strahlstroms bei 1.3 GHz
I_g	Generatorstrom pro Resonator
I_{strahl}	Strom eines Bunchezugs
K	Lorentz-Kraft-Konstante
L	Induktivität
l_k	Länge der Driftstrecke eines Klystrons
k_g, k_m	zeitdiskrete Verzögerung
$1 : m$	Transformationsverhältnis eines Kopplers
m_e	Masse der Elektronen
N	Anzahl der Resonatoren
P	Leistung
P_A	Ansteuerleistung eines Klystrons
P_{dis}	dissipierte Leistung
P_g	Generatorleistung
P_{ges}	gesamte Verlustleistung eines gekoppelten Resonators
P_k	Ausgangsleistung eines Klystrons

Symbol	Bezeichnung
$\hat{\mathbf{P}}_k$	Stellvektor des Proportionalreglers
P_{rueck}	rücklaufende Leistung
P_{strahl}	Leistung, die der Strahl aufnimmt
Q_0	unbelastete Güte eines Resonators
Q_{ext}	externe Güte eines Resonators
Q_L	belastete Güte eines Resonators
q_b	Bunchladung
R_0	Parallelwiderstand eines unbelasteten Resonators
R_L	Parallelwiderstand eines belasteten Resonators
R_{ext}	externe Last
$\hat{\mathbf{R}}_k$	Stellvektor der Regelung
$\hat{\mathbf{S}}_k$	Vektor des Sollwerts
t	Zeit
t_e	Ende des Strahlpulses
t_{ende}	Ende der HF-Pulses
t_{inj}	Beginn des Strahlpulses
t_k	Abtastzeit der Vorkompensation
U	Spannung
U_{acc}	wirksame Beschleunigungsspannung
U_k	Kathodenspannung eines Klystrons
U_{wake}	Wakepotential
\hat{U}_b	Amplitude der bunchinduzierten Spannung
\mathbf{U}_g	komplexe Darstellung der generatorinduzierten Spannung
\mathbf{U}_n	komplexe Darstellung der Beschleunigungsspannung im n-ten Resonator
$\hat{\mathbf{U}}_n$	komplexe Amplitude der Beschleunigungsspannung im n-ten Resonator
\hat{U}_n	Amplitude der Beschleunigungsspannung im n-ten Resonator
\mathbf{U}_s	komplexe Darstellung der strahlinduzierten Spannung
$\hat{\mathbf{U}}_s$	komplexe Amplitude der strahlinduzierten Spannung
\hat{U}_s	Amplitude der strahlinduzierten Spannung
\mathbf{V}	komplexe Darstellung der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen
$\hat{\mathbf{V}}$	komplexe Amplitude der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen
\hat{V}	Amplitude der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen
v	Teilchengeschwindigkeit
W	Feldenergie
W, W_0	Konstanten des Wakepotentials
Z_0	Leitungsimpedanz eines Wellenleiters

1 Einleitung

Der Test des Standardmodells der Teilchenphysik und die Untersuchung der Physik jenseits dieses Modells erfordert eine neue Generation von Teilchenbeschleunigern. Zur Zeit entsteht am CERN (Genf, Schweiz) ein neuer Proton-Proton-Speicherring (Large Hadron Collider, LHC), bei dem eine Schwerpunktsenergie von 14 TeV realisiert werden soll. Es besteht unter den Hochenergiephysikern die weithin anerkannte Auffassung, daß ein e^-e^+ -Collider mit einer Schwerpunktsenergie deutlich über der LEP2-Energie ($E_{cms} = 200$ GeV) eine sinnvolle Ergänzung dieser Hadronenmaschine darstellt. Auf Grund der Abhängigkeit der Synchrotron-Strahlung bei Speicherringen von der Teilchenenergie und dem Reziprokwertes der Teilchenmasse mit der vierten Potenz, ist bei Energien von einigen 100 GeV aus Kostengründen ein e^-e^+ -Collider nur als Linearbeschleuniger realisierbar. Weltweit beschäftigen sich einige Gruppen mit dem Entwurf eines solchen Linearbeschleunigers mit unterschiedlichen Entwurfsansätzen. Die angestrebte hohe Luminosität von über $10^{33} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ erfordert dabei eine hohe Ladungsdichte im Teilchenpaket, einen hohen Strahlstrom und kleine Strahlquerschnitte im Wechselwirkungspunkt.

Die TESLA (TeV Energy Superconducting Linear Accelerator) Kollaboration arbeitet an der Entwicklung eines Linearbeschleunigers [CDR 500], dessen Beschleunigungsstrukturen aus neunzelligen, supraleitenden Niob-Resonatoren mit einer Betriebsfrequenz von 1.3 GHz bestehen. In der ersten Ausbaustufe soll der TESLA-Beschleuniger eine Schwerpunktsenergie von 500 GeV erreichen. Zu Testzwecken und zur Demonstration der Machbarkeit eines solchen Beschleunigers wird auf dem Gelände des Deutschen-Elektronen-Synchrotrons (DESY) in Hamburg zur Zeit in mehreren Ausbaustufen die Tesla Test Facility (TTF) aufgebaut [TTF CDR]. Kernstück dieser Anlage ist ein e^- -Linearbeschleuniger. Die erste Ausbaustufe dieses Beschleunigers, die aus einem Beschleunigungsmodul mit acht supraleitenden Resonatoren besteht, wurde im Mai 1997 in Betrieb genommen. Um die Kosten des Beschleunigers zu reduzieren, werden bis zu 32 Resonatoren mit einem Hochleistungsklystron betrieben. Damit ist es erforderlich, die vektorielle Summe der Beschleunigungsfelder von mehreren Resonatoren zu regeln. Das grundlegende Prinzip von Hochfrequenzkontrollsystemen, wie sie bei supraleitenden Beschleunigern verwendet werden, wird in [Grä 92] beschrieben. Für die Stabilisierung der Felder des TTF-Beschleunigers wurde erstmals ein volldigitales Regelungssystem entwickelt und in Betrieb genommen [Schi 98].

Die angestrebte Strahlqualität des geplanten TESLA-Linearbeschleunigers, wie auch der Betrieb eines Freien-Elektronen-Lasers an der TTF, erfordern sehr hohe Energieschärfen des Teilchenstrahls im Bereich von $\sigma_E/E \approx 10^{-3}$. Ziel der vorliegenden Arbeit ist daher, zu untersuchen, welche Anforderungen sich aus dieser geforderten Energieschärfe an die HF-Regelung ergeben, und wie diesen Anforderungen genügt werden kann.

Nach einer kurzen Einführung im Kapitel 2 wird daher im Kapitel 3 zunächst der Frage nachgegangen, durch welche Störungen die Energieschärfe des Strahls beeinflußt wird. Es wird diskutiert, in welchem Maße Eichfehler in der gemessenen Vektorsumme der Beschleunigungsfelder toleriert werden können, und welche hohe Stabilität der Vektorsumme

der Beschleunigungsfelder durch die HF-Regelung zu gewährleisten ist.

Das Kapitel 4 widmet sich der Theorie zur Strahlbeschleunigung in supraleitenden Resonatoren. Dabei wird eine Differentialgleichung 1. Ordnung für die Einhüllende der Hochfrequenzspannung hergeleitet. Die Beschleunigung einzelner Bunche und eines Bunchzugs wird betrachtet.

Ein physikalisch-mathematisches Zustandsraummodell des HF-Regelkreises wird im Kapitel 5 entwickelt. Dieses Modell erlaubt es, den Regelkreis des TTF-Beschleunigers mit guter Genauigkeit zu simulieren.

Im Kapitel 6 wird gezeigt, wie die Messung der strahlinduzierten Spannungen es ermöglicht, die Vektorsumme mit der erforderlichen Genauigkeit zu eichen.

Die Vektorsumme der Beschleunigungsfelder kann durch einen einfachen Proportionalregler nicht hinreichend stabilisiert werden. Im Kapitel 7 wird daher das Konzept einer selbst-anpassenden Vorkompensation vorgestellt, welches es ermöglicht, die geforderte Stabilität zu erreichen. Abschließend werden Messungen gezeigt, die dieses demonstrieren haben.

2 Das Hochfrequenzsystem des Linearbeschleunigers der TESLA-Test-Facility (TTF)

Im Hinblick auf das Thema dieser Arbeit ist es notwendig, zunächst das Hochfrequenzsystem des Linearbeschleunigers der TESLA-Test-Facility (TTF) und insbesondere die verwendete digitale Hochfrequenzregelung vorzustellen. Ziel dieses Kapitels kann aber nur sein, eine kurze Einführung zu geben. Eine weitergehende Darstellung ist in [Schi 98] zu finden. Im folgenden wird zunächst die räumliche Anordnung der Beschleunigungskomponenten des TTF-Linearbeschleunigers in der gegenwärtigen Ausbaustufe ¹ beschrieben und die Zeitstruktur bei der Beschleunigung aufgezeigt. Das Prinzip der realisierten digitalen Hochfrequenzregelung wird erläutert und die wesentlichen Komponenten des Hochfrequenzsystems werden vorgestellt.

2.1 Struktur des TESLA-Test-Linearbeschleunigers

2.1.1 Räumliche Struktur des Beschleunigers

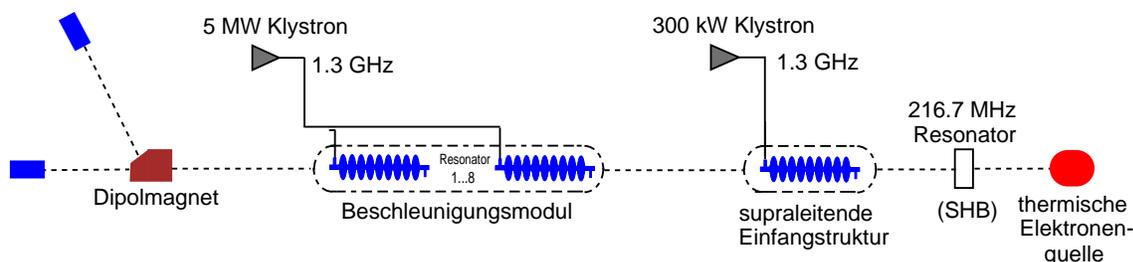


Abbildung 2.1: Räumliche Struktur des TESLA-Test-Linearbeschleunigers in der gegenwärtigen Ausbaustufe.

Die Abbildung 2.1 zeigt die räumliche Struktur des TESLA-Test-Linearbeschleunigers in der gegenwärtigen Ausbaustufe. Strahlabwärts gesehen folgt einer thermischen Elektronenquelle ein normalleitender Ein-Zell-Resonator („Subharmonischer Buncher“, SHB) und eine supraleitende neunzellige Einfangstruktur, in dem der Elektronenstrahl auf nahezu Lichtgeschwindigkeit ($\beta > 0.998$) beschleunigt wird. Im folgenden wird diese Anordnung, bestehend aus der Elektronenquelle und dem ein- und neunzelligen Resonator, zusammenfassend als Injektor bezeichnet. Der normalleitende Resonator mit nachfolgender Driftstrecke wird zur longitudinalen Verkürzung der Elektronenpakete (englisch:

¹In weiteren Ausbaustufen sollen insgesamt acht bis zehn Beschleunigungsmodule und ein FEL (Freier-Elektronen-Laser) aufgebaut werden. Dabei wird die gegenwärtig verwendete thermische Elektronenquelle durch eine Photoemissions-Elektronenquelle ersetzt.

Strahlfrequenz	216.7	MHz
Bunchabstand ΔT_b	4.6	ns
max. Strahlpulslänge	800	μs
mittlerer Strahlstrom während des Strahlpulses I_{b0}	8	mA
max. Wiederholrate der Pulse	10	Hz
Elektronen pro Bunch	$2.3 \cdot 10^8$	e^-
Bunchladung q_b	37	pC/Bunch
elektrostatische Spannung der Elektronenquelle	250	kV
Frequenz des SHB	216.7	MHz
$\beta = v/c$ nach SHB	0.74	
wirksamer Beschleunigungsgradient in der Einfangstruktur	10	MV/m
Frequenz des HF- Feldes f_{HF}	1.3	GHz
rms-Bunchlänge nach der Einfangstruktur	> 1.7	ps
rms-Phasenbreite nach der Einfangstruktur σ_b	> 0.8	Grad
absolute Phasenbreite	> 3	Grad
rms-Energieschärfe nach der Einfangstruktur	> 0.08	MeV
$\left(\frac{\sigma_E}{E}\right)_{rms}$	> 0.8	%
absolute Energieschärfe	> 0.3	MeV

Tabelle 2.1: Spezifikation des Injektors mit thermischer Elektronenquelle (Injektor I).

“bunch”) verwendet. Dazu werden in dem Ein-Zell-Resonator durch eine angepasste Beschleunigungsphase der Bunche die hinteren Elektronen jedes Bunches stärker beschleunigt, als die vorderen. Daraus resultiert bei einem nichtrelativistischen Elektronenstrahl eine Geschwindigkeitsmodulation innerhalb der Bunche und damit in der Driftstrecke eine Komprimierung. Bei der nachfolgenden Einfangstruktur handelt es sich um einen supraleitenden TESLA-Resonator, der in seiner π -Mode betrieben wird. Da es sich bei den TESLA-Resonatoren um Stehwellenstrukturen für $\beta = 1$ handelt, erfahren die eintretenden Elektronen mit $\beta = 0.74$ in der ersten Zelle des Resonators bei der Beschleunigung einen Phasenschlupf, welcher zu einer weiteren Verkürzung der Ladungspakete führt. Die einzelnen Parameter der TESLA-Resonatoren sind im Kapitel 4.1 zu finden. Die wichtigsten Parameter des Injektors und des Strahls am Ausgang der Einfangstruktur sind in der Tabelle 2.1 zusammengestellt.

Die Elektronen des Injektors gelangen in das Beschleunigungsmodul, indem acht TESLA-Resonatoren in einer kryogenischen Einheit - auf eine Betriebstemperatur von 2 K gekühlt - zusammengefaßt sind. Die acht Resonatoren werden gemeinsam von einem Hochfrequenzsender ($f_{HF} = 1.3$ GHz), einem 5 MW Klystron, gespeist. Die Ausgangsleistung des Klystrons wird dazu über ein Wellenleitersystem mit sieben Hybriden zu gleichen Teilen

auf die acht Resonatoren verteilt.

Nach dem Beschleunigungsmodul gelangt der Elektronenstrahl zu einem Dipolmagnet, der als Spektrometer zur Energiemessung verwendet wird. Im nachfolgenden letzten Abschnitt des Beschleunigers befinden sich Experimente zur Untersuchung der einzelnen Strahlparameter.

2.1.2 Weitere Ausbaustufen

Der TTF-Linearbeschleuniger wird in mehreren Stufen aufgebaut. Der gegenwärtige Aufbau ist in der Abbildung 2.1 dargestellt. In weiteren Ausbaustufen sollen insgesamt acht bis zehn Beschleunigungsmodule und ein FEL (Freier-Elektronen-Laser) aufgebaut werden. Dabei wird der gegenwärtig verwendete Injektor mit thermischer Elektronenquelle durch einen Injektor mit einer Photoemissions-Elektronenquelle (Injektor II) ersetzt. Die wichtigsten Parameter des Strahls am Ausgang dieses Injektors sind in der Tabelle 2.2 zusammengestellt.

In Zukunft sollen bis zu 32 Resonatoren von einem Klystron gespeist werden, so daß die digitale Hochfrequenzregelung dann die vektorielle Summe der Spannungen von maximal 32 Resonatoren regeln muß.

Strahlfrequenz	1	MHz
Bunchabstand ΔT_b	1	μs
max. Strahlpulslänge	800	μs
mittlerer Strahlstrom während des Pulses I_{b0}	8	mA
Elektronen pro Bunch	$5 \cdot 10^{10}$	e^-
Bunchladung q_b	8	nC
rms-Bunchlänge	0.5 bis 1	mm

Tabelle 2.2: Strahlparameter am Ausgang des Injektors mit Photoemissions-Elektronenquelle (Injektor II).

2.1.3 Zeitstruktur

Der Linearbeschleuniger der TESLA-Test-Facility wird gepulst betrieben, mit einer maximalen Wiederholrate der Pulse von 10 Hz. In der Abbildung 2.2 ist die zeitliche Struktur des Beschleunigungsfeldes in den Resonatoren und des Elektronenstrahls innerhalb eines Pulses dargestellt.

Am Anfang jedes Pulses steigt das Beschleunigungsfeld in den Resonatoren, bis der Plateauwert erreicht ist. Nach Erreichen dieses Wertes wird das mittlere Beschleunigungsfeld

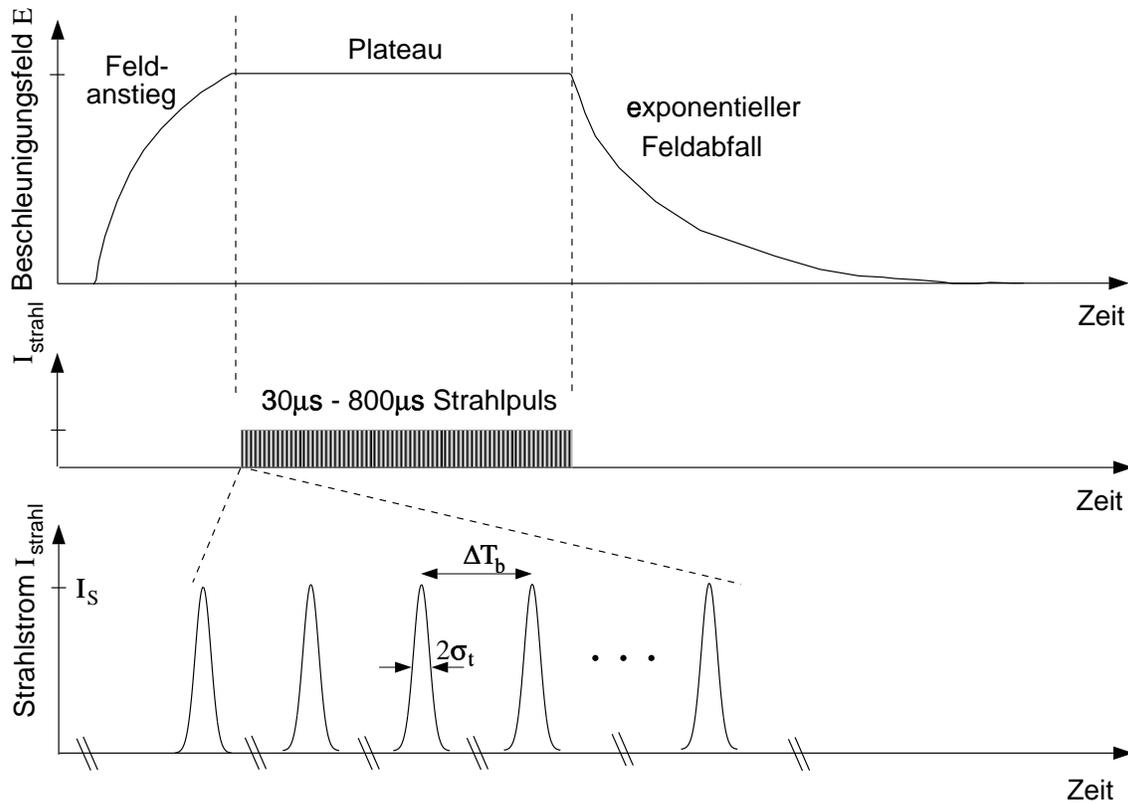


Abbildung 2.2: Zeitstruktur des Beschleunigungsfeldes in den Resonatoren und des Elektronenstrahls.

in den Resonatoren in Amplitude und Phase konstant gehalten, und der Strahl wird in den Beschleuniger injiziert. Es wird ein Strahl mit einer Pulslänge von $30 \mu\text{s}$ bis maximal $800 \mu\text{s}$ beschleunigt. Nach dem Abschalten des Hochfrequenzsenders (Klystron) nimmt das Feld exponentiell ab.

Der Strahlpuls setzt sich aus äquidistanten Ladungspaketen (englisch: “bunch”) zusammen. Die Wiederholrate der Bunche beträgt bei der gegenwärtig verwendeten thermischen Elektronenquelle 216.7 MHz . Folglich beträgt der zeitliche Bunchabstand $\Delta T_b = 4.6 \text{ ns}$. Bei Annahme einer gaußförmigen Ladungsverteilung in den Bunchen, mit einer Standardabweichung, d.h. rms-Bunchlänge, von $\sigma_t = 1.7 \text{ ps}$ nach der Einfangstruktur, ergibt sich aus dem mittleren Strahlstrom $I_{b0} = 8 \text{ mA}$ ein Spitzenstrom innerhalb eines Strahlpulses von $I_s = 9 \text{ A}$. Bei einer Frequenz von 1.3 GHz entspricht eine rms-Bunchlänge von $\sigma_t = 1.7 \text{ ps}$ einer Phasenbreite von $\sigma_b = 0.8^\circ$ (siehe zu den Strahlparametern auch Tabelle 2.1).

2.2 Prinzip der digitalen Regelung

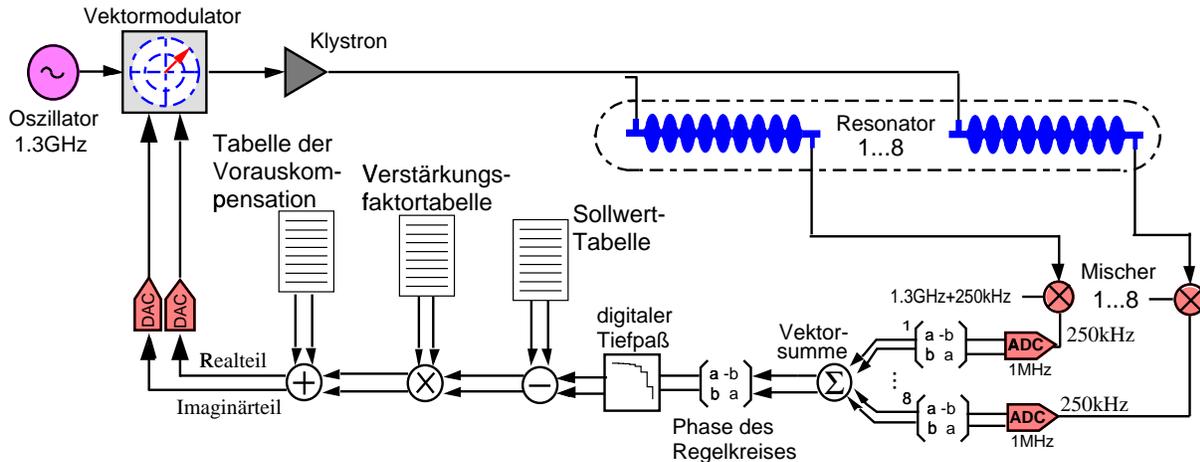


Abbildung 2.3: Schematisches Diagramm des HF-Regelungssystems am TTF-Beschleuniger. Dargestellt ist die Kombination einer Vorauskompensation mit einer Rückkopplungsregelung, welche in einem Proportionalregler mit Tiefpass realisiert ist.

Am TESLA-Test-Linearbeschleuniger werden mehrere Resonatoren, gegenwärtig bis zu acht, von einem Hochfrequenzsender (Klystron) gespeist. Dieses erfordert, daß die *vektorielle Summe der einzelnen elektrischen Beschleunigungsspannungen in den Resonatoren* geregelt wird. Die Abbildung 2.3 zeigt ein schematisches Diagramm der am TTF-Beschleuniger realisierten digitalen HF-Regelung. Dargestellt ist die Kombination einer Vorauskompensation mit einer Rückkopplungsregelung, welche aus einem Proportionalregler mit Tiefpass besteht, sowie das zu regelnde System. Das gezeigte Regelungsprinzip basiert auf der Regelung von dem Real- und dem Imaginärteil der vektoriellen Summe der einzelnen Beschleunigungsspannungen, anstelle einer Amplituden- und Phasenregelung, wie sie bei früheren, analogen HF-Regelungen zu finden ist.

Die 1.3 GHz Meßsignale der einzelnen elektrischen Spannungen in den Resonatoren werden durch HF-Mischer (siehe [Mei 92]) in ZF-Signale der Frequenz 250 kHz konvertiert, welche weiterhin die Amplituden- und Phaseninformationen der HF-Signale enthalten (siehe Anhang A). Die 250 kHz Signale werden nachfolgend mit einer Rate von 1 MHz abgetastet und die resultierenden Analogspannungen digitalisiert (ADC, "Analog-Digital-Converter"). Durch dieses Verfahren wird erreicht, daß digitalisierte Meßwerte - im Mikrosekundenabstand aktualisiert - der einzelnen Spannungsvektoren in den Resonatoren zur Verfügung stehen. Diese Vektoren sind in der komplexen Ebene durch ihren Real- und Imaginärteil, bzw. ihren Amplituden- und Phasenwert beschrieben.

Die gemessenen Vektoren der Beschleunigungsspannungen der einzelnen Resonatoren werden im weiteren Verlauf der Regelschleife zur Eichung mit 2×2 -Drehstreckmatrizen mul-

tipliziert. Es ist offensichtlich, daß dieses für jeden Resonator eine individuelle Matrix erforderlich macht. Die *Vektorsumme* wird berechnet, durch die vektorielle Addition der einzelnen, kalibrierten Spannungswerte und nachfolgend rotiert, um Gegenkopplung, das heißt eine Störungen entgegenwirkende Kopplung, zu erreichen. Der dazu erforderliche Rotationswinkel kompensiert gerade den Phasenvorschub des Regelkreises bei Auslassung dieser Rotation. Die so berechnete *Vektorsumme* repräsentiert die gesamte vektorielle Beschleunigungsspannung in den betrachteten Resonatoren, und damit den Energiegewinn der zu beschleunigenden Elektronen in dem jeweiligen Abschnitt des Beschleunigers. Der Wert der *Vektorsumme* wird wiederum jede Mikrosekunde aktualisiert, und stellt die Regelgröße, d.h. die zu regelnde Größe, der Rückkopplungsregelung dar. Zur Unterdrückung unerwünschten Rauschens auf dem Stellsignal ist in dem Regelkreis ein digitaler Tiefpass implementiert. Der gefilterte vektorielle Wert der Regelgröße, d.h. der gemessene Wert der gesamten Beschleunigungsspannung, dargestellt durch seinen Real- und Imaginärteil, wird subtrahiert von dem Vektor des *Sollwertes*. Das Ergebnis dieser Subtraktion ist der Wert des *Fehlervektors*, welcher in dem gegenwärtig verwendeten Proportionalregler mit einem Verstärkungsfaktor multipliziert wird. Als Resultat ergibt sich der Real- und der Imaginärteil des *Stellvektors der Rückkopplungsregelung*, welcher entsprechend der oben genannten Abtastrate von 1 MHz jede Mikrosekunde aktualisiert wird. Aus Gründen maximaler Flexibilität sind die Real- und Imaginärteile der Vektoren des Sollwertes und des Verstärkungsfaktors für jede Mikrosekunde in Tabellenform vorgegeben.

Zu dem Stellvektor der Rückkopplungsregelung wird schließlich der *Stellvektor der Vorkompensation* addiert, dessen Real- und Imaginärteil wiederum für jede Mikrosekunde in Form einer Tabelle gegeben ist. Diese Tabelle der Vorkompensation wird von dem Programm der *selbst-anpassenden Vorkompensation* erstellt und optimiert, wie in Kapitel 7.2 beschrieben. Die Vorkompensation liefert dabei den von Puls zu Puls repetitiven Anteil am Stellsignal, während die Rückkopplungsregelung Fluktuationen von Puls zu Puls entgegenwirkt.

Die Real- und Imaginärteile des resultierenden Stellvektors - aus der Kombination von Vorkompensation und Rückkopplungsregelung - werden mittels zweier "Digital-Analog-Converter" (DAC) in analoge Signale umgewandelt. Die analogen Signale werden jeweils für ein Zeitintervall von einer Mikrosekunde konstant gehalten, bis ein neuer Wert des Stellvektors vorliegt. Die analogen Regelsignale modulieren dann den Real- und Imaginärteil eines 1.3 GHz Referenzsignals (Vektormodulator) und bestimmen damit den Real- und Imaginärteil des 1.3 GHz Eingangssignals in das Klystron. Auf diese Weise ist die Ausgangsleistung des Klystrons gesteuert. Die HF-Leistung propagiert durch den Wellenleiter zu den Resonatoren, in die sie über Hochleistungskoppler eingekoppelt wird; der Regelkreis ist geschlossen.

2.3 Komponenten der digitalen Hochfrequenzregelung

Die Komponenten der digitalen Hochfrequenzregelung für acht Resonatoren, wie sie am Linearbeschleuniger der TESLA-Test-Facility realisiert wurden, sind in ihrer Anordnung zueinander in Abbildung 2.4 schematisch dargestellt. Im folgenden sei nur ein kurzer Überblick gegeben; eine genauere Beschreibung der einzelnen Komponenten der Regelung ist in [Schi 98] zu finden.

Das durch einen Vektormodulator modifizierte 1.3 GHz Signal des HF-Referenzoszillators stellt das Eingangssignal des 5 MW Klystrons (zum Klystron siehe auch Kapitel 3.1.5) dar. Der dem Klystron nachfolgende Zirkulator innerhalb des Wellenleiters schützt das Klystron vor reflektierter Leistung, die andernfalls in das Klystron zurücklaufen würde. Die Leistung des Klystrons wird mittels Hybriden zu gleichen Teilen auf die acht Resonatoren verteilt, die sich zusammen in einer kryogenischen Einheit befinden. Hochleistungskoppler verbinden elektromagnetisch den Wellenleiter mit den Resonatoren. Richtkoppler und Auskoppelantennen an den Resonatoren ermöglichen es, einlaufende und reflektierte Leistungen sowie die elektrischen Spannungen in den Resonatoren in ihrer Amplitude und Phase zu messen. Mittels der Wellenleiter-Abstimmer kann die Phase der einlaufenden Welle und die belastete Güte Q_L (siehe Kapitel 4) eingestellt werden [Hü 98]. Die belastete Güte eines Resonators wird aber vor allem am Hochleistungskoppler justiert. Die Resonanzfrequenz der einzelnen Resonatoren wird mit mechanischen Abstimmvorrichtungen eingestellt.

Die einzelnen Meßsignale der Spannungen in den Resonatoren werden jeweils dreifach aufgespalten: Das erste Signal stellt die Regelgröße der digitalen Rückkopplungsregelung. Dazu wird es für jeden Resonator einzeln durch HF-Mischung in ein ZF-Signal der Frequenz 250 kHz konvertiert. Ein Vektormodulator erzeugt die dabei benötigte Frequenz von 1.3 GHz + 250 kHz aus dem 1.3 GHz Signal des Referenzoszillators. Die 250 kHz Signale werden nachfolgend mit einer Rate von 1 MHz abgetastet. Die resultierenden Analogspannungen werden in 14-Bit ADC's digitalisiert und die so erhaltenen Daten werden zu den digitalen Signalprozessoren (DSP) übermittelt, in denen der Regelalgorithmus abläuft. Die zweiten der aufgespaltenen Signale dienen der Messung strahlinduzierter Transienten in den Amplituden der Resonatorspannungen. Dazu wird ein speziell entwickelter Transienten-Detektor verwendet. Die Messung der Transienten wird zur Amplituden- und Phasenkalisierung der einzelnen Meßsignale der Spannungen in den Resonatoren und damit zur Eichung der Vektorsumme verwendet. Das Prinzip dieser Kalibrierung, die verwendete Elektronik sowie Messungen zur Kalibrierung sind im Kapitel 6 ausführlich beschrieben. Die dritten der aufgespaltenen Signale werden, wie auch die Meßsignale der einlaufenden und reflektierten Wellen, in 250 kHz Signale konvertiert und mit einer Rate von 1 MHz von 12-Bit ADC's abgetastet. Die auf diese Weise erhaltenen Daten können über einen VME-Bus von einem Computer (SUN) aus abgerufen werden. Die Programme, die in den DSP's ablaufen, sowie die im Regelalgorithmus verwendeten Parameter und Datentabellen sind ebenfalls über den Computer zugänglich.

Die im HF-System verwendeten Frequenzen (216.7 MHz, 1.3 GHz, 1.3 GHz + 250 kHz),

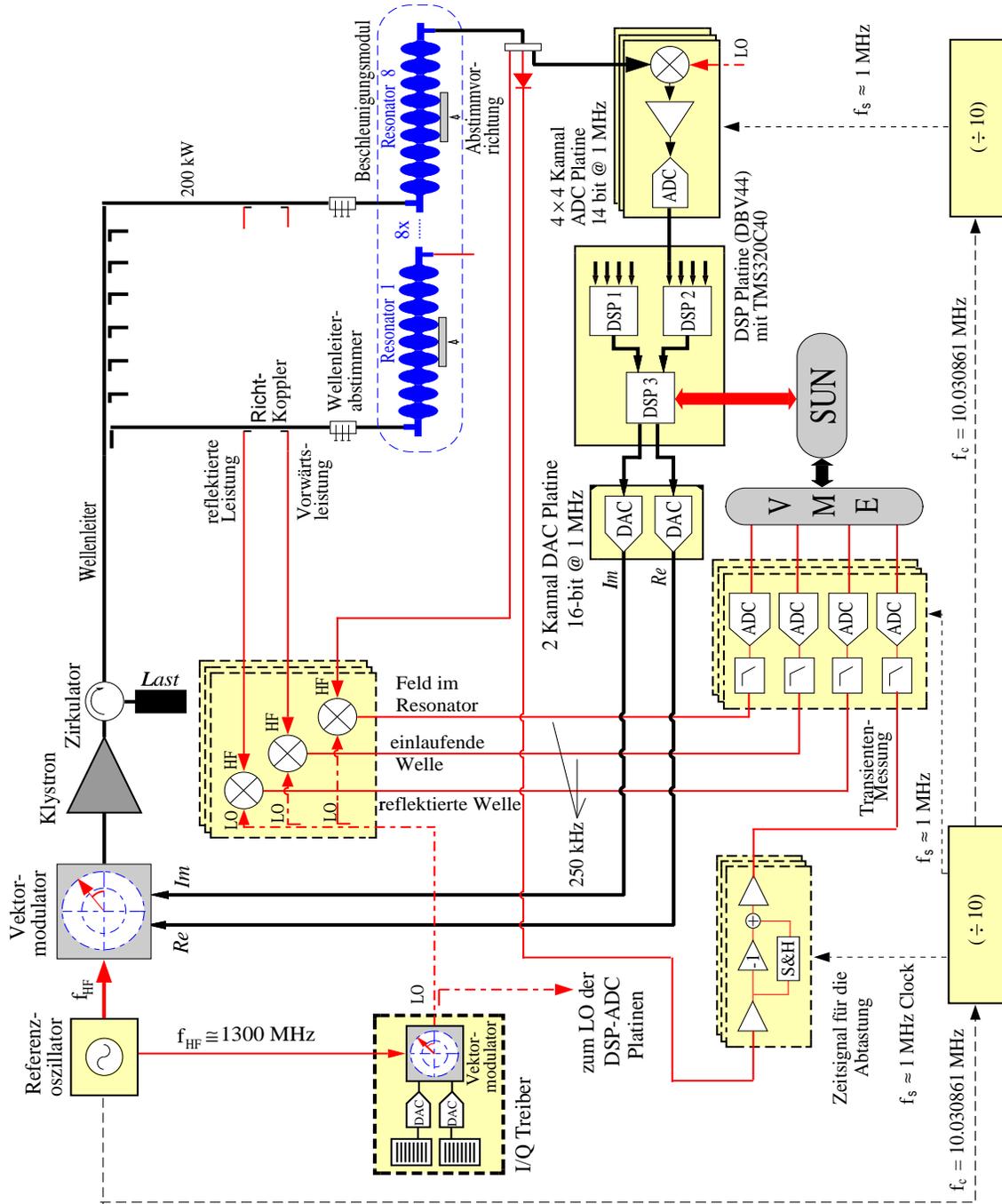


Abbildung 2.4: Komponenten der digitalen Hochfrequenzregelung für acht Resonatoren. Die acht Resonatoren werden gemeinsam von einem 5 MW Klystron gespeist.

die Wiederholfrequenz (216.7 MHz) der Bunche sowie alle Frequenzen der zeitlichen Steuerung (10 Hz, 1 MHz, 10 MHz) werden phasenstabil aus der Grundfrequenz (9.027775 MHz) des Referenzoszillators erzeugt und auf diese Weise synchronisiert.

Auf Grund von Lauf-, Konversions-, Abtast- und Verarbeitungszeiten beträgt die zeitliche Verzögerung in der Rückkopplenschleife der digitalen Regelung insgesamt $4 \mu\text{s}$. Diese Verzögerung limitiert den anwendbaren Verstärkungsfaktor des Proportionalreglers auf etwa 95. Bei höheren Faktoren wird die Regelung instabil [Schi 98]. In Abbildung 2.5 ist gezeigt, wie sich die Verzögerung von $4 \mu\text{s}$ im einzelnen zusammensetzt.

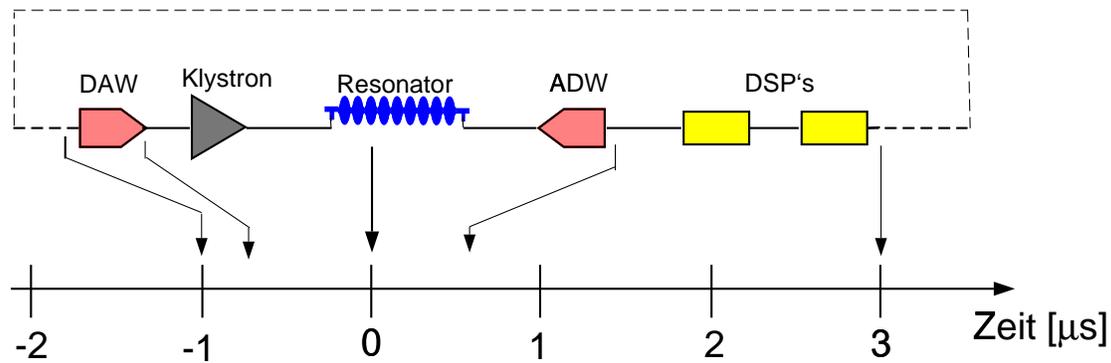


Abbildung 2.5: Verzögerungen in der Rückkopplenschleife. Die gestrichelte Linie deutet an, daß die Regelschleife geschlossen ist. Diese Linie beinhaltet keine weitere Verzögerung, d.h. $-1 \mu\text{s} \hat{=} 3 \mu\text{s}$.

3 Energieunschärfe des Elektronenstrahls

Die angestrebte Strahlqualität des geplanten TESLA-Linearbeschleunigers, sowie auch der Betrieb des Freien-Elektronen-Lasers der TESLA-Test-Anlage, erfordern sehr geringe relative Energieunschärfen des Teilchenstrahls im Bereich von 10^{-3} .

Im folgenden werden daher die wichtigsten Ursachen für die Energieunschärfe des Elektronenstrahls des TTF-Linearbeschleuniger diskutiert; eine analytische Beschreibung der Energieunschärfe auf Grund von Amplituden- und Phasenfehlern des HF-Feldes wird hergeleitet. Aus der geforderten Energieschärfe des Strahls ergeben sich Anforderungen an die digitale Hochfrequenzregelung. Dazu werden in Kapitel 3.3 die erforderliche Genauigkeit in der Kalibration der Vektorsumme sowie die zu erreichenden Amplituden- und Phasenstabilitäten der geregelten Beschleunigungsfelder in den Resonatoren betrachtet.

3.1 Ursachen der Energieunschärfe

Die Energieunschärfe eines Elektronenstrahls setzt sich aus drei Anteilen zusammen: der Energieunschärfe innerhalb der Bunche, von Bunch zu Bunch und von Puls zu Puls.

Die Elektronen innerhalb eines Bunches zeigen Energieunterschiede auf Grund der nicht-verschwindenden Bunchlänge bei der Beschleunigung und auf Grund von Wakefeldern. Zu der Energieunschärfe von Bunch zu Bunch und von Puls zu Puls tragen eine Reihe von Effekten bei, indem sie zu Fehlern in den Amplituden und Phasen der wirksamen Beschleunigungsspannungen in den Resonatoren führen. Dabei ist zwischen Fehlern, die von Resonator zu Resonator korreliert sind, und unkorrelierten Fehlern zu unterscheiden. Die Ursachen der Amplituden- und Phasenfehler und damit der Energieunschärfe werden im folgenden anhand von Messungen und Simulationen diskutiert. Bei den Simulationen wurde angenommen, daß ein Elektronenstrahl durch 16 supraleitende Resonatoren beschleunigt wird, wobei diese von einem gemeinsamen Klystron gespeist werden. Für den Sollwert des wirksamen Beschleunigungsgradienten wurde 15 MV/m angenommen. Zur Regelung der Beschleunigungsfelder wurde eine Rückkopplungsschleife mit einer digitalen Regelung - wie sie in Kapitel 2.2 beschrieben wird - simuliert. Die Rückkopplungsverstärkung der Schleife betrug in allen Fällen $\mathcal{K}_r = 100$. In der Modellrechnung haben die supraleitenden Resonatoren folgende Parameter: $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$, $K = 1 \text{ Hz}/(\text{MV}/\text{m})^2$, $\tau_m = 1 \text{ ms}$, $R/Q = 520 \Omega$.¹ Die angegebenen Energieunschärfen gelten, wenn nicht anders angegeben, für eine mittlere Beschleunigungsphase $\Phi_b = 0^\circ$ bei einer Strahlpulslänge von 800 μs und einem mittleren Strahlstrom von $I_{b0} = 8 \text{ mA}$.

¹Die Definition der einzelnen Parameter der Resonatoren ist im Kapitel 4 zu finden.

3.1.1 Energieunschärfe am Ende des Injektors und nichtverschwindene Bunchlänge

Auf Grund der nichtverschwindenden Bunchlänge σ_b und der Energieunschärfe des Injektorstrahls hätte auch ein ansonsten idealer Beschleuniger eine nichtverschwindene Energieunschärfe.

In Abbildung 3.1 ist die Verteilung der Teilchenphase (definiert relativ zu der 1.3 GHz Hochfrequenz in den Resonatoren, siehe auch Abbildung 3.2), und damit die longitudinale Verteilung der Elektronen in den Bunchen, sowie die Verteilung der Energie der Teilchen innerhalb eines Elektronenbunches direkt nach dem Injektor gezeigt, wie sie sich aus einer PARMELA-Simulation für den TTF-Injektor mit thermischer Elektronenquelle ergeben [TTF CDR]. Dabei werden die in Tabelle 2.1 angegebenen Werte für die Strahlparameter am Ausgang der Einfangstruktur berechnet.

Die nichtverschwindende Bunchlänge führt zu einer Vergrößerung der Energieunschärfe innerhalb der einzelnen Bunche bei Beschleunigung der Elektronen im Beschleunigungsmodul. In Abbildung 3.2 ist die Situation bei der Beschleunigung eines Elektronenbunches durch eine wirksame Beschleunigungsspannung $U = \hat{U} \cos(\omega_{HF}t)$ schematisch dargestellt (zur Definition der wirksamen HF-Beschleunigungsspannung in Resonatoren siehe Anhang B). Auf Grund der endlichen Länge der Bunche werden die einzelnen Elektronen mit verschiedenen HF-Phasen beschleunigt, d.h. der Energiegewinn der Elektronen hängt von ihrer longitudinalen Position innerhalb der Bunche ab. Die resultierende Energieunschärfe ist offensichtlich um so größer, je größer $d/dt(\hat{U} \cos(\omega_{HF}t))$ bei der Beschleunigung der Bunche ist und je länger die Bunche sind. Diese Energiemodulation tritt in allen Resonatoren in gleicher Weise auf und ist folglich von Resonator zu Resonator korreliert. Die Beschleunigungsphase Φ_b eines Bunches bezeichnet im folgenden die mittlere HF-Phase, mit der die Elektronen des Bunches beschleunigt werden (siehe Kapitel 4.1). Sie ist definiert in Referenz zu der HF-Phase 0° , bei der der Bunch, bei gegebener Amplitude \hat{U} der Hochfrequenzspannung in den Resonatoren, im Mittel maximal beschleunigt wird (“on crest” Beschleunigung). Alle Phasen sind dabei in Bezug auf die 1.3 GHz Betriebsfrequenz definiert: $\Delta\varphi = \omega_{HF}\Delta t$. Das Vorzeichen der Beschleunigungsphase sei so gewählt, daß für das Zeitintervall $\Delta T_{HF}/2 = \pi/\omega_{HF}$ zeitlich vor der “on crest” Beschleunigung die Beschleunigungsphasen negativ und nach “on crest” positiv sind (siehe Abbildung 3.2). Die Unschärfe im Energiegewinn der Elektronen eines Bunches ist folglich bei “on crest” Beschleunigung minimal, solange der Einfluß longitudinaler, strahlinduzierter Störfelder (Wakefelder) vernachlässigt werden kann. Die Energieunschärfe in Abhängigkeit von der Beschleunigungsphase und der Bunchlänge wird im Kapitel 3.2 berechnet; z.B. führt eine Bunchlänge von 1 mm bei einer Beschleunigungsphase von 0° zu einer relativen Energieunschärfe innerhalb der Bunche von $(\sigma_E/\bar{E}) \approx 5 \cdot 10^{-4}$ (siehe auch Abbildung 3.14). Bei sehr kurzen Bunchen und bei hohen Bunchladungen wird es notwendig, zur Kompensation des Einflusses von Störfeldern, die der Strahl selbst erzeugt, und die auf diesen zurückwirken, mit einer Strahlphase $\Phi_b \neq 0$ zu beschleunigen, um die Energieunschärfe innerhalb der Bunche zu minimieren (siehe Kapitel 3.1.3, 3.2 und [Mosnier 95]).

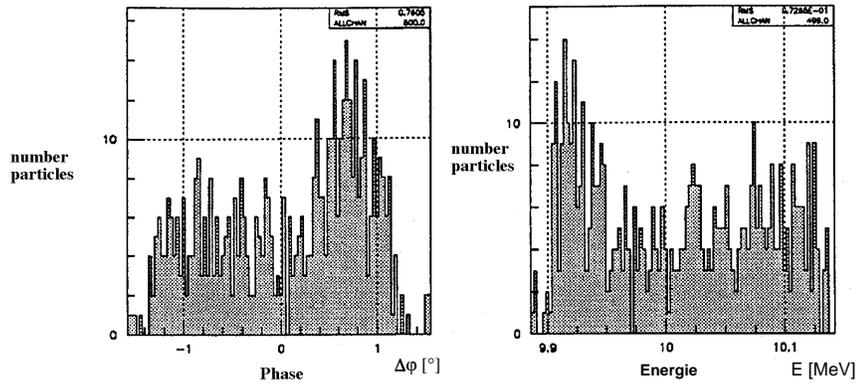


Abbildung 3.1: Verteilung der Teilchenphase (links) und der Energie der Teilchen (rechts) innerhalb eines Elektronenbunches am Ausgang der Einfangstruktur. Die gezeigten Verteilungen wurden aus PARMELA-Simulationen erhalten. Die mittlere Teilchenenergie beträgt 10 MeV [TTF CDR].

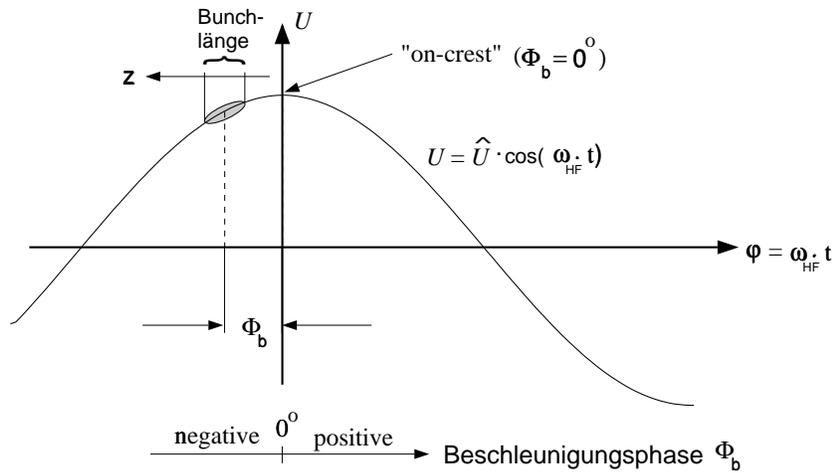


Abbildung 3.2: Beschleunigung bei nichtverschwindender Bunchlänge. Die Beschleunigungsphase ist definiert relativ zu der HF-Phase mit maximaler Beschleunigung (0°).

3.1.2 Strahlinduzierte Transienten, Ladungsfluktuationen

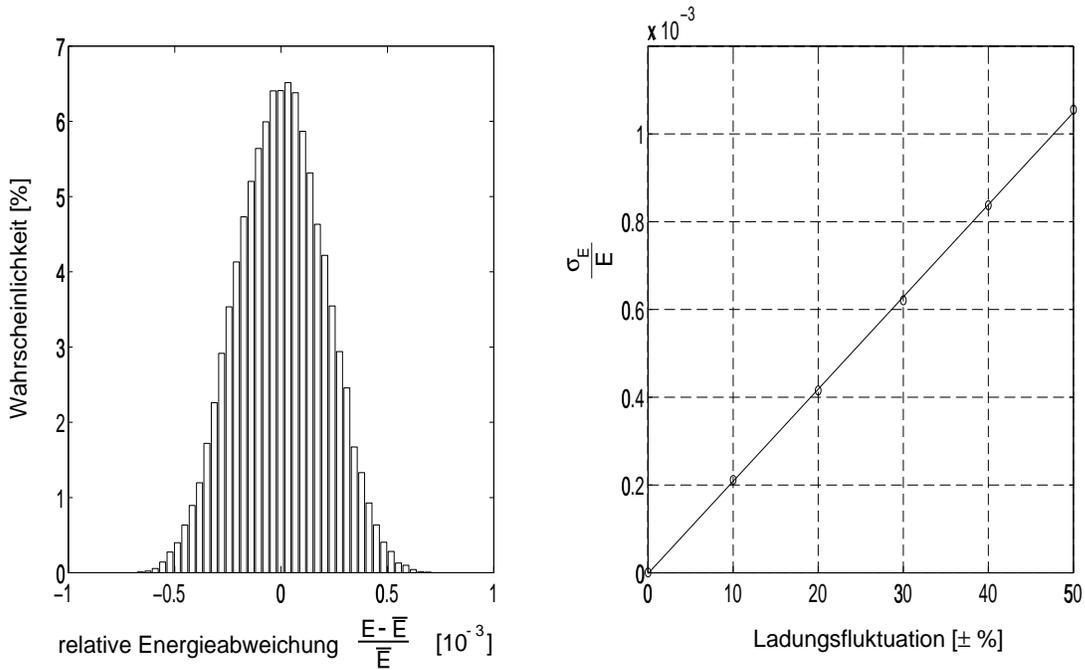


Abbildung 3.3: Energieunschärfe auf Grund schneller Fluktuationen der Bunchladung von Bunch zu Bunch. Links ist die Verteilung der mittleren Energie der einzelnen Bunche für eine Ladungsfluktuation von $\pm 10\%$ gezeigt. Rechts ist die Energieunschärfe von Bunch zu Bunch in Abhängigkeit von der Ladungsfluktuation (als gleichverteilt angenommen) gezeigt. Die Simulationen wurden mit den in Kapitel 3.1 angegebenen Parametern und für den Strahlstrom des Injektors II (Photoemissions-Elektronenquelle) durchgeführt.

Durchquert ein Elektronenbunch einen supraleitenden Resonator, so induziert er in diesem ein elektrisches Feld. Wird der Bunch dabei in dem Resonator beschleunigt, so ist das strahlinduzierte Feld in der Beschleunigungsmode des Resonators² dem Beschleunigungsfeld entgegen gerichtet; die Amplitude des resultierenden Feldes nimmt also beim Durchqueren ab (siehe Kapitel 4). Der Bunch entnimmt somit bei der Beschleunigung Energie aus der Feldenergie des Resonators. Der Abfall in der Amplitude der Beschleunigungsspannung wird *Transient* in der Amplitude genannt. Wird der Bunch mit einer Beschleunigungsphase $\Phi_b \neq 0^\circ$ beschleunigt, so tritt auch in der Phase ein Transient auf. Der Transient in der Amplitude ist direkt proportional zu der Bunchladung. Für die 8 nC Bunchladung des Injektors II ergibt sich ein relativer Transient von $2.3 \cdot 10^{-3}$ bei einem Beschleunigungsgradienten von 15 MV/m. Dieser schnelle Feldabfall im Nanosekundenbereich kann bei supraleitenden Resonatoren mit elektrischen Zeitkonstanten τ

²Die TESLA-Resonatoren werden in der TM_{010} π -Mode betrieben.

von einigen hundert Mikrosekunden nicht durch den Hochfrequenzsender schon während der Beschleunigung der Bunche kompensiert werden. Der Feldabfall kann nur zwischen den Ladungspaketen - der Bunchabstand beträgt $1 \mu\text{s}$ bei Injektor II - ausgeglichen werden. Diese Zeitverhalten von schnellem Feldabfall und Feldanstieg mit der Zeitkonstante τ führt zu einem Sägezahnverlauf in der Amplitude der Beschleunigungsspannung (siehe auch Abbildung 4.9). Der Feldabfall während der Beschleunigung eines Bunches bewirkt daher eine Energieunschärfe innerhalb des Bunches.

Fluktuationen in der Bunchladung führen zu Fluktuationen in der Amplitude der induzierten Transienten und damit zu einer Vergrößerung der Energievariation von Bunch zu Bunch und von Puls zu Puls. Bei langsamen Variationen in der Bunchladung kann das Feld in den Resonatoren mit hoher Genauigkeit durch die Rückkopplungsregelung stabilisiert werden. Mit den obigen Parametern für die Simulation ist eine Energieunschärfe von $2 \cdot 10^{-5}$ bei einer Schwankung von $\pm 10\%$ ³ im Strahlstrom des Injektors II zu erwarten. Bei schnellen Ladungsfluktuationen von Bunch zu Bunch wird das Beschleunigungsfeld im Mittel durch die Regelung stabilisiert, aber es verbleiben - auf Grund der Verzögerung im Regelkreis - schnelle Fluktuationen im Beschleunigungsgradienten, die zu einer Energieunschärfe von Bunch zu Bunch führen [Mosnier 94]. In der Abbildung 3.3 ist das Ergebnis einer Simulation mit den in Kapitel 3.1 genannten Parametern bei Ladungsfluktuationen (als gleichverteilt angenommen) zu sehen. Links ist die Verteilung der relativen Energieabweichung von Bunch zu Bunch bei einer Ladungsschwankung von $\pm 10\%$ dargestellt. Der rechte Graph zeigt, daß die Energieunschärfe auf Grund von schnellen Ladungsfluktuationen linear mit den Fluktuationen in den Bunchladungen zunimmt. Dieses ist wegen der linearen Abhängigkeit der induzierten Transienten von der Bunchladung auch zu erwarten.

3.1.3 Wakefelder, Moden höherer Ordnung

Ein Bunch, der einen Resonator durchquert, induziert in diesen Resonator Störfelder, die Wakefelder genannt werden. Diese Störfelder wirken insbesondere auf den Bunch zurück, der sie erzeugt hat und beeinflussen auf diese Weise die Energie der Elektronen abhängig von ihrer Position innerhalb des Bunches.⁴ Berechnungen des auf den Bunch zurückwirkenden Wakepotentials wurden für verschiedene Bunchlängen durchgeführt [Novo/Mos 96]. Zusätzlich zu dem mittleren longitudinalen Wakepotential - berechnet für eine Abfolge von acht Resonatoren und normiert auf einen Resonator - sind in Abbildung 3.4 die induzierten normierten Wakepotentiale U_{wake}/q_b in den ersten fünf Resonatoren dargestellt. Dabei stellt s die longitudinalen Position innerhalb eines Bunches dar (der „Kopf“ des Bunches ist rechts). Die Größe q_b steht für die Bunchladung, d.h. das Wakepotential ist proportional zur Bunchladung. Die Bunchlänge beträgt in dem gezeigten Fall $\sigma = 0.7$

³Es wird eine Gleichverteilung der Bunchladungen angenommen. Die angegebenen Werte sind die Grenzen dieser Gleichverteilung.

⁴Die Energie wird durch die longitudinalen Wakefelder beeinflusst; die transversalen Wakefelder vergrößern die transversale Emittanz des Strahls.

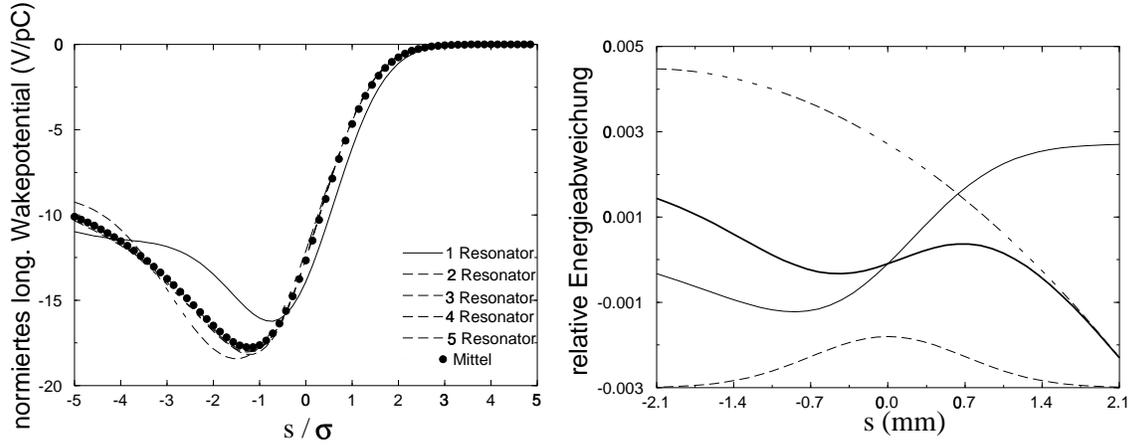


Abbildung 3.4: Links: Normiertes longitudinales Wakepotential, das in den aufeinander folgenden Resonatoren in einem Beschleunigungsmodul induziert wird (Bunchlänge $\sigma = 0.7$ mm). Rechts: Energiemodulation innerhalb eines Bunches auf Grund longitudinaler Wakefelder (dünne durchgezogene Linie), auf Grund des phasenoptimalen HF-Feldes (obere gestrichelte Linie) und resultierende relative Energieabweichung bei angepasster Beschleunigungsphase (durchgezogene Linie). Die untere gestrichelte Linie zeigt das gaußförmige Bunchprofil [CDR 500].

	thermische Elektronenquelle	Photoemissions-Elektronenquelle
Gradient	15 MV/m	15 MV/m
Energie am Ausgang des Injektors	10 MeV	20 MeV
Elektronen pro Bunch	$2.3 \cdot 10^8$	$5 \cdot 10^{10}$
rms Bunchlänge	1.5° (1 mm)	1.5° (1 mm)
Energieunschärfe durch Bunchlänge $\Phi_b = 0^\circ$	$4.8 \cdot 10^{-4}$	$4.8 \cdot 10^{-4}$
Energieunschärfe durch Wakefelder $\Phi_b = 0^\circ$	$1.2 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-3}$
Energieunschärfe durch Bunchlänge und Wakefelder	$4.8 \cdot 10^{-4}$	$8.9 \cdot 10^{-4}$
bei optimierter Beschleunigungsphase Φ_b	0°	-5°

Tabelle 3.1: Relative Energieunschärfe innerhalb der Bunche des TTF-Linearbeschleunigers. Durch eine angepasste Wahl der Beschleunigungsphase kann ein Teil der Energieunschärfe kompensiert werden, die aus den Wakefelder resultiert [Mosnier 95].

mm. Die Elektronen eines Bunches werden durch die - von einem Hochfrequenzsender angeregte - Beschleunigungsphase beschleunigt und verlieren, abhängig von ihrer Position innerhalb des Bunches, Energie auf Grund der longitudinalen Wakefelder. Damit führen die Wakefelder zu einer Energieunschärfe innerhalb der Bunches. Dieser Effekt tritt in allen Resonatoren in gleicher Weise auf und ist damit von Resonator zu Resonator korreliert. Zusätzlich zu der Anregung der Beschleunigungsphase des Resonators durch einen Bunchzug (siehe Kapitel 3.1.2) werden auch Moden höherer Ordnung angeregt. Die angeregten Moden höherer Ordnung bewirken eine Energieunschärfe von Bunch zu Bunch. Dieser Beitrag ist allerdings von Resonator zu Resonator nichtkorreliert, da die Frequenzen der höheren Moden in den einzelnen Resonatoren streuen. Um Strahlinstabilitäten vorzubeugen werden zudem einige dieser Moden gedämpft. Dazu werden spezielle HOM-Koppler (Higher-Order-Mode-Koppler) verwendet [CDR 500], die sich an den Enden der Resonatoren befinden (siehe Abbildung 3.11).

Die Energieunschärfe innerhalb der Bunches kann minimiert werden durch Optimierung der HF-Phase bei der Beschleunigung. Dabei wird die Beschleunigungsphase so gewählt, daß sich die Energiemodulationen, die aus der nichtverschwindenden Bunchlänge bei der Beschleunigung (siehe Kapitel 3.1.1) und aus dem Wakepotential resultieren, bestmöglich kompensieren. In Abbildung 3.4 ist die Energiemodulation innerhalb eines Bunches auf Grund des longitudinalen Wakefeldes, auf Grund des phasenoptimierten Beschleunigungsfeldes und die Summenwirkung der beiden Effekte gezeigt. In der Tabelle 3.1 sind berechnete Werte der einzelnen Energieunschärfen und deren Summeneffekt für den Strahl des Injektors mit thermischer Elektronenquelle und für den Fall mit Photoemissions-Elektronenquelle zusammengestellt. Wegen der geringen Bunchladung bei der thermischen Elektronenquelle ist die Energiemodulation, die aus den Wakefeldern resultiert, vergleichsweise klein, so daß die resultierende Energieunschärfe bei einer "on crest" Beschleunigung minimal wird. Bei der Photoemissions-Elektronenquelle hingegen, mit einer deutlich größeren Bunchladung, ergibt eine Beschleunigungsphase von -5° eine minimale Energieunschärfe von etwa $9 \cdot 10^{-4}$ innerhalb der Bunches (siehe auch Abbildung 3.14). In Kapitel 3.2 wird eine analytische Beschreibung dieser Energieunschärfen als Funktion der Beschleunigungsphase, der Bunchlänge und des Wakepotentials hergeleitet.

3.1.4 Fluktuationen in der Beschleunigungsphase der Elektronenbunche

Kleine Fehler in den Injektionszeitpunkten der einzelnen Bunches sind unvermeidbar und bedeuten Schwankungen in der Beschleunigungsphase der Bunches. Zusätzlich führen auch Phasenfluktuationen im Referenzsignal des Hochfrequenzkontrollsystems zu Schwankungen in der Beschleunigungsphase. Diese Schwankungen bedeuten eine Energieunschärfe von Bunch zu Bunch und von Puls zu Puls. Die Unschärfe ist offensichtlich um so größer, je größer die zeitliche Ableitung der Beschleunigungsspannung $d/dt(\hat{U} \cos(\omega_{HF}t))$ zum Zeitpunkt des Bunchdurchganges ist, und tritt in allen Resonatoren in gleicher Weise auf. Sie ist folglich korreliert. Eine analytische Beschreibung dieser Energieunschärfe ist

in Kapitel 3.2 zu finden. Die Fehler in der Injektionszeit liegen bei den TTF-Injektoren im Bereich von $\sigma = 1$ ps [TTF CDR]. Bei einer Frequenz von $f_{HF} = 1.3$ GHz bedeutet eine Schwankung von $\sigma = 1$ ps eine Schwankung in der Beschleunigungsphase der Bunche von $\sigma_B = 0.5^\circ$. Diese führt bei einer mittleren Beschleunigungsphase von $\Phi_b = 0^\circ$ zu einer relativen Energieunschärfe von $(\sigma_E/\overline{E}) \approx 5 \cdot 10^{-5}$ von Bunch zu Bunch und bei einer Beschleunigungsphase von $\Phi_b = 5^\circ$ zu einer relativen Energieunschärfe von bereits $8 \cdot 10^{-4}$.

3.1.5 Sättigung und Schwankungen in der Kathodenspannung des Klystrons

Zur Leistungsversorgung der Resonatoren werden bei dem TTF-Linearbeschleuniger gepulste Mehrkammerklystrons mit einer Betriebsfrequenz von $f_{HF} = 1.3$ GHz verwendet. Diese benötigen eine gepulste⁵ Kathodenspannung U_k von etwa 120 kV bei einem Kathodenstrom von etwa 100 A. Mit einem Wirkungsgrad von 41% des Klystrons ergibt sich daraus eine maximale Ausgangsleistung von 5 MW. In der Abbildung 3.5 ist der Verlauf der HF-Ausgangsleistung des Klystrons in Abhängigkeit von der Eingangsleistung dargestellt. Aus der Sättigungskurve ist ersichtlich, daß im Bereich hoher Ausgangsleistungen der Verstärkungsfaktor des Klystrons absinkt. Werden 16 oder mehr Resonatoren von einem Klystron gespeist, so wird dies im nichtlinearen Bereich der Sättigungskurve betrieben. Dieses hat zur Folge, daß die notwendige Änderung der Eingangsleistung innerhalb eines Pulses⁶ zu einer Änderung des Verstärkungsfaktors um einige Prozent führt. Dieses resultiert bei einer Rückkopplungsregelung in einer Änderung des Beschleunigungsfeldes in Amplitude und Phase, und damit in einer Energieunschärfe von Bunch zu Bunch, da bei einer Rückkopplungsregelung die verbleibende Regelabweichung invers proportional zu $1 + \mathcal{K}_r$ ist (siehe auch Gleichung (3.3)). \mathcal{K}_r stellt dabei den Verstärkungsfaktor des Rückkopplungskreises dar. Dieser Effekt tritt in allen Resonatoren in gleicher Weise auf und ist folglich korreliert. Mit der im Kapitel 7 beschriebenen Vorkompensation ist es möglich, diese Drift in der Amplitude und Phase des Beschleunigungsfeldes zu kompensieren, da sie von Puls zu Puls in gleicher Weise auftritt.

Schwankungen im Puls der Kathodenspannung U_k des Klystrons führen ebenfalls zu einer Energieunschärfe. In der Abbildung 3.5 ist der Verlauf eines Pulses der Kathodenspannung gezeigt. Man erkennt, daß die Spannung innerhalb des Pulses auf etwa 1% stabilisiert ist. Die verbleibende Drift ist von Puls zu Pulse reproduzierbar. Zusätzlich zu dieser Drift treten schnelle Fluktuationen innerhalb der Pulse um den mittleren relativen Verlauf und Schwankungen der absoluten Höhe des Spannungspulses von Puls zu Puls auf. Diese Schwankungen rühren von Schwankungen der Netzspannung her. So wurde bei einer

⁵Die Pulslänge (von 99% bis 99% der maximalen Spannung) der TTF-Klystrons beträgt bis zu 2 ms bei einer Wiederholrate von bis zu 10 Hz.

⁶Bei optimaler Vorverstimmung ändert sich die benötigte Ausgangsleistung des Klystrons auf Grund der Lorentz-Kraft-Verstimmung der Resonatoren um 25% innerhalb der Pulse bei einem Beschleunigungsgradienten von 25 MV/m [Schi 98].

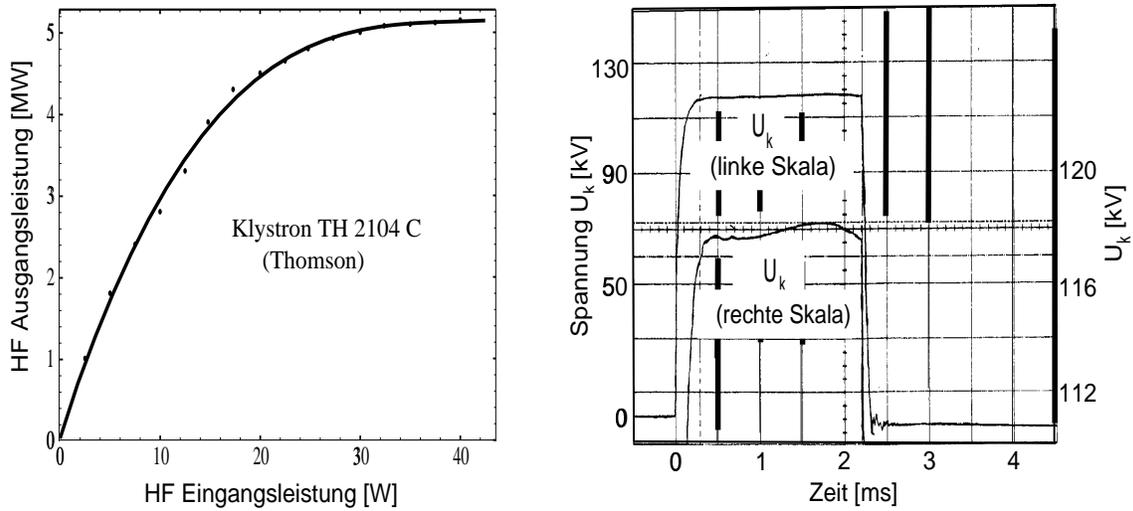


Abbildung 3.5: Links: Sättigungskurve des 5 MW Klystrons der TTF. Die HF-Ausgangsleistung des Klystrons ist dargestellt in Abhängigkeit von der Eingangsleistung (Kathodenspannung $U_k = 126$ kV). Rechts: Verlauf der Kathodenspannung während eines Pulses [TTF CDR].

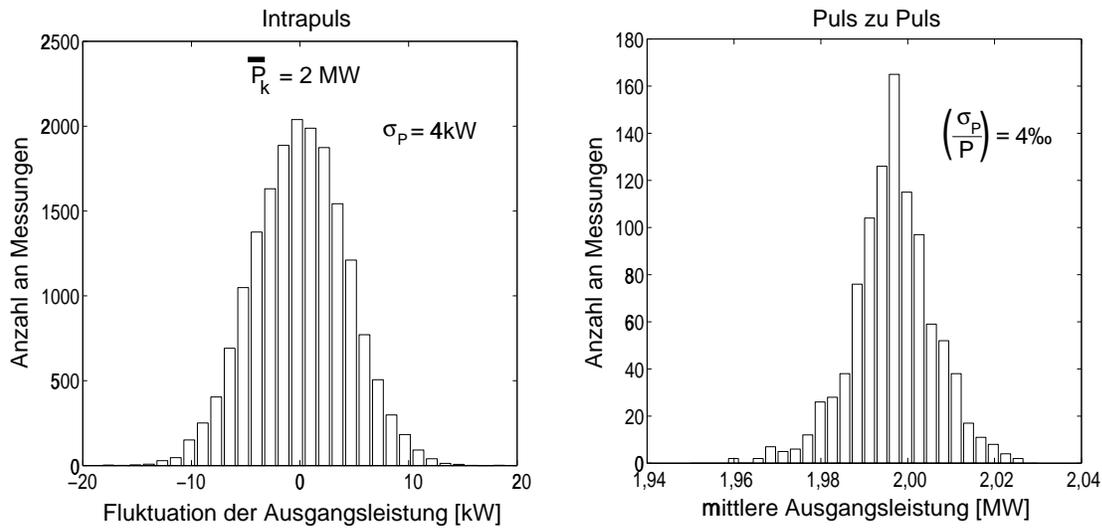


Abbildung 3.6: Stabilität der Ausgangsleistung des 5 MW Klystrons bei konstanter Ansteuerleistung ($U_k = 112$ kV). Links ist die schnelle Fluktuation der Ausgangsleistung innerhalb der Pulse um den mittleren Verlauf der Spannung während der Pulse dargestellt. Die rechte Abbildung zeigt die Schwankung der mittleren Ausgangsleistung von Puls zu Puls.

Stabilität der Netzspannung von 1% eine Fluktuation der mittleren Kathodenspannung eines jeden Pulses von ± 200 V gemessen [Sim]. Solche Fluktuationen bedeuten erneut eine Fluktuation des Verstärkungsfaktors des Klystrons, denn für die Ausgangsleistung P_k eines Klystrons gilt in guter Näherung [Hogg/Leb]:

$$P_k \propto U_k^{\frac{5}{2}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\delta P_k}{P_k} = \frac{5}{2} \cdot \frac{\delta U_k}{U_k} \quad (3.1)$$

Die Abbildung 3.6 zeigt die gemessene Stabilität der Ausgangsleistung des 5 MW TTF-Klystrons bei konstanter Ansteuerleistung P_A des Klystrons. Den schnellen Fluktuationen von $\sigma = 4$ kW bei einer mittleren Ausgangsleistung von 2 MW entspricht nach Gleichung (3.1) eine Fluktuation von $\sigma = 90$ V in der Kathodenspannung und der 0.4% Schwankung von Puls zu Puls entsprechend eine Schwankung von $\sigma = 180$ V in der mittleren Kathodenspannung. Aus der Gleichung (3.1) erhält man für die Fluktuation des Verstärkungsfaktor $g_k = \sqrt{P_k/P_A}$ des Klystrons:

$$\frac{\delta g_k}{g_k} = \frac{5}{4} \cdot \frac{\delta U_k}{U_k} \quad (3.2)$$

Die schnellen Fluktuationen führen auf Grund der Tiefpasseigenschaft der Resonatoren (siehe Kapitel 4.1) nur zu sehr kleinen Fluktuationen im Beschleunigungsfeld. Den langsamen Fluktuation des Verstärkungsfaktors des Klystrons wirkt die Rückkopplungsregelung entgegen, so daß für die resultierende Schwankung der Beschleunigungsspannung U in den Resonatoren die Abschätzung gilt:

$$\frac{\delta U}{U} \approx \frac{1}{1 + \mathcal{K}_r} \left(\frac{\delta g_k}{g_k} \right)_{\text{langsam}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{(1 + \mathcal{K}_r)} \left(\frac{\delta U_k}{U_k} \right)_{\text{langsam}} \quad (3.3)$$

wobei \mathcal{K}_r den Verstärkungsfaktor des Rückkopplungskreises⁷ darstellt. Eine Schwankung von $\delta U_k = 200$ V von Puls zu Puls bei $U_k = 120$ kV führt damit - über eine Fluktuation des Verstärkungsfaktors von 0.2% - zu einer Schwankung von $3 \cdot 10^{-5}$ in der Beschleunigungsspannung bei $\mathcal{K}_r = 70$. Die Drift von 1% im Puls der Kathodenspannung bewirkt entsprechend eine Drift von 1.25% im Verstärkungsfaktor des Klystrons und damit eine Drift von $1.8 \cdot 10^{-4}$ in der Beschleunigungsspannung. Da diese Drift wiederum repetitiv von Puls zu Puls ist, kann sie durch die Vorkompensation aufgehoben werden.

Neben der Schwankung des Verstärkungsfaktors bewirkt eine Modulation der Kathodenspannung eine Phasenänderung in der Hochfrequenzwelle der Ausgangsleistung. Die Geschwindigkeit v eines Elektrons, das durch die Spannung U_k beschleunigt wurde, ist gegeben durch:

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{eU_k}{m_e c^2}\right)^2}} \quad (3.4)$$

wobei m_e die Masse des Elektrons darstellt. Der Beschleunigung folgt eine Drift der Elektronen der Länge l_k im Klystron, siehe Abbildung 3.7. Dieser Driftstrecke kann man bei

⁷Die digitale Regelung am TTF-Linearbeschleuniger wird typischerweise mit Verstärkungsfaktoren des Rückkopplungskreises zwischen 50 und 80 betrieben.

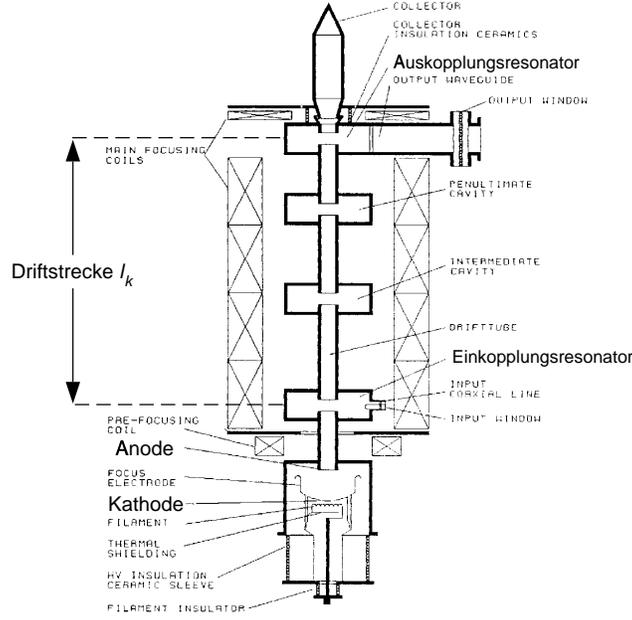


Abbildung 3.7: Schematischer Aufbau des TTF-Klystrons [TTF CDR].

einer Betriebsfrequenz f_{HF} des Klystrons eine Phasenlänge θ zuordnen:

$$\theta = \frac{2\pi f_{HF} l_k}{v} \quad . \quad (3.5)$$

In der Abbildung 3.8 sind Phasenlängen der Driftstrecke⁸ aufgetragen, die am 5 MW TTF-Klystron bei verschiedenen Kathodenspannungen gemessen wurden. Die zu dem gezeigte Kurve wurde mit Gleichung (3.4) und (3.5) für $l_k = 0.7$ m berechnet, und beschreibt den gemessenen Verlauf gut. Aus der Kombination von Gleichung (3.4) und (3.5) folgt durch Differenzieren:

$$\delta\theta = -\frac{2\pi f_{HF} l_k}{c} \left[\left(1 + \frac{eU_k}{mc^2}\right)^2 - 1 \right]^{-\frac{3}{2}} \frac{eU_k}{mc^2} \frac{\delta U_k}{U_k} = C_k \frac{\delta U_k}{U_k} \quad , \quad (3.6)$$

wobei C_k bei gegebener Kathodenspannung und Betriebsfrequenz eine Konstante ist. Damit ergibt sich bei konstanter Ansteuerleistung des Klystrons für $l_k = 0.7$ m, $U_k = 120$ kV und $f_{HF} = 1.3$ GHz aus einer Schwankung $\delta U_k/U_k = 200$ V/120 kV eine Phasenänderung in der Hochfrequenzwelle der Ausgangsleistung von -1.1° . Die Drift von 1% im

⁸Die hier betrachtete relevante Driftstrecke des Klystrons ist der Abstand zwischen der Mitte des Einkopplungs- und der Mitte des Auskopplungsresonators.

Puls der Kathodenspannung führt entsprechend zu einer Drift von -6.7° in der Phase. Bei konstanter Ansteuerleistung des Klystrons resultieren diese Phasenänderungen in entsprechenden Phasenänderungen der Beschleunigungsfelder der Resonatoren. Durch die Rückkopplungsregelung werden diese Phasenänderungen um einen Faktor $(1 + \mathcal{K}_r)$ unterdrückt. Die verbleibende Drift in der Phase des Beschleunigungsfeldes auf Grund der Drift der Kathodenspannung innerhalb der Pulse kann durch die Vorkompensation aufgehoben werden, siehe Kapitel 7.

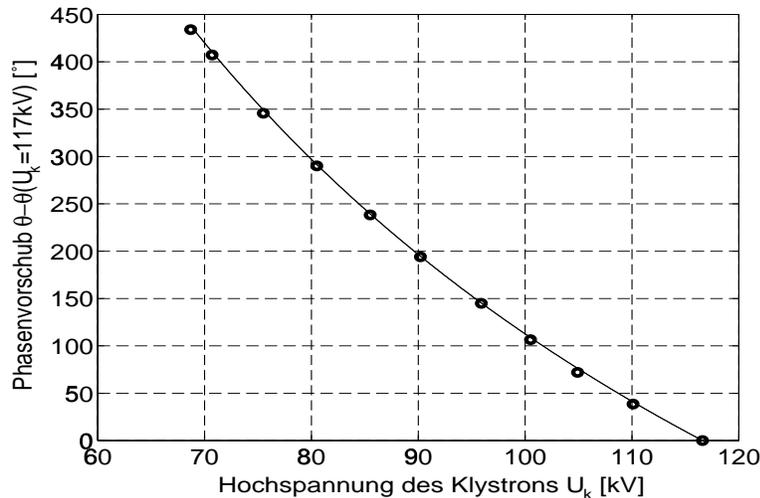


Abbildung 3.8: Phasenlänge der Driftstrecke des 5 MW Klystrons in Abhängigkeit von der Kathodenspannung U_k . Die Kreise zeigen gemessenen Werte. Die durchgezogene Linie wurde mit Gleichung (3.4) und (3.5) für eine Driftlänge $l_k = 0.7$ m berechnet ($f_{HF} = 1.3$ GHz).

3.1.6 Mikrophonie

Supraleitende Resonatoren werden mit hohen belasteten Güten Q_L (siehe Kapitel 4) betrieben, und zeigen folglich sehr schmale Resonanzbreiten. Am TTF-Lineargeschleuniger wird gegenwärtig eine belastete Güte von $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$ verwendet⁹, welche einer Resonanzbreite von nur $f_{1/2} = 360$ Hz bei einer Resonanzfrequenz von $f_0 = 1.3$ GHz entspricht. Daher führen bereits Formänderungen der Resonatoren im Bereich von einigen nm zu merklichen Verschiebungen der Resonanzfrequenz. Mechanische Schwingungen, die von der Umgebung auf den Resonatoren übertragen werden, bewirken somit eine Modulation der Resonanzfrequenz des Resonators (Mikrophonie). So werden Schwingungen der

⁹Für einen Beschleunigungsgradienten von 15 MV/m und einen mittleren Strahlstrom von 8 mA angepaßt.

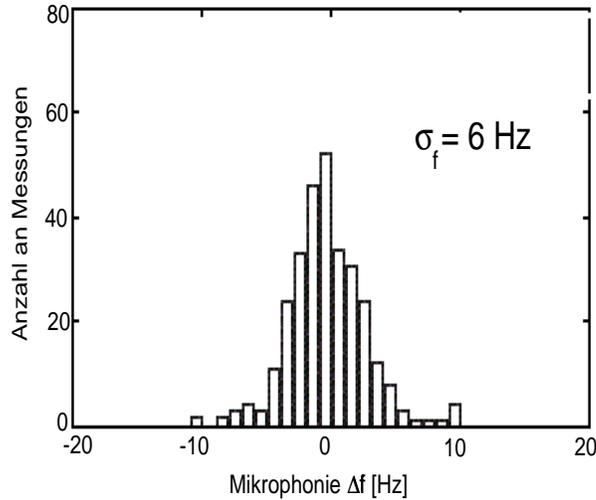


Abbildung 3.9: Streuung der Resonanzfrequenz f_0 auf Grund von Mikrophonie. Die gezeigte Verteilung wurde an einem Resonator (Resonator D01) des Beschleunigungsmoduls gemessen [Schi 98]. Dazu wurde die Resonanzfrequenz nach Abschalten der Klystron-Hochfrequenzleistung zu einem festen Zeitpunkt innerhalb der Pulse gemessen. Schwankungen der Resonanzfrequenz durch Änderungen des Heliumdrucks sind in der Auswertung berücksichtigt worden.

Vakuumpumpen durch das Strahlrohr, externe Erschütterungen (Verkehr, Untergrundbewegungen, Maschinen) über die Verbindung des Beschleunigers mit dem Boden und Schwingungen der Helium-Kompressoren und Pumpen durch Leitungen und das Helium übertragen. Die Frequenzen der Schwingungen sind dabei deutlich unter 1 kHz zu erwarten. Daher ist die Änderung der Resonanzfrequenz auf Grund von Mikrophonie innerhalb eines 1.3 ms andauernden HF-Pulses klein. Die Schwingungen beeinflussen in erster Linie die Resonanzfrequenz der Resonatoren von Puls zu Puls. In Abbildung 3.9 ist eine gemessene Verteilung der Änderung der Resonanzfrequenz durch Mikrophonie für einen Resonator des Beschleunigungsmoduls gezeigt. Die gaußförmige Verteilung zeigt, daß es keine vorherrschende Frequenz in der gemessenen Mikrophonie gibt. Messungen der Mikrophonieschwingungen der anderen Resonatoren des Beschleunigungsmoduls zeigten zudem keine Korrelation zwischen den Schwingungen der einzelnen Resonatoren [Schi 98]. Die Standardabweichung der Resonanzfrequenz σ_f lag dabei bei allen acht Resonatoren deutlich unter 10 Hz. Die Änderung der Resonanzfrequenz durch mechanische Schwingungen ist damit für die Resonatoren des TTF-Linearbeschleunigers als statistischer, unkorrelierter Effekt anzusehen.

Zusätzlich zu den mechanischen Schwingungen führt auch eine Änderung des Heliumdrucks zu einer Verschiebung der Resonanzfrequenz der Resonatoren. Berechnungen für die TESLA-Resonatoren (eingeschweißt in den Titan-Heliumtank) ergeben eine Koeffizienten von

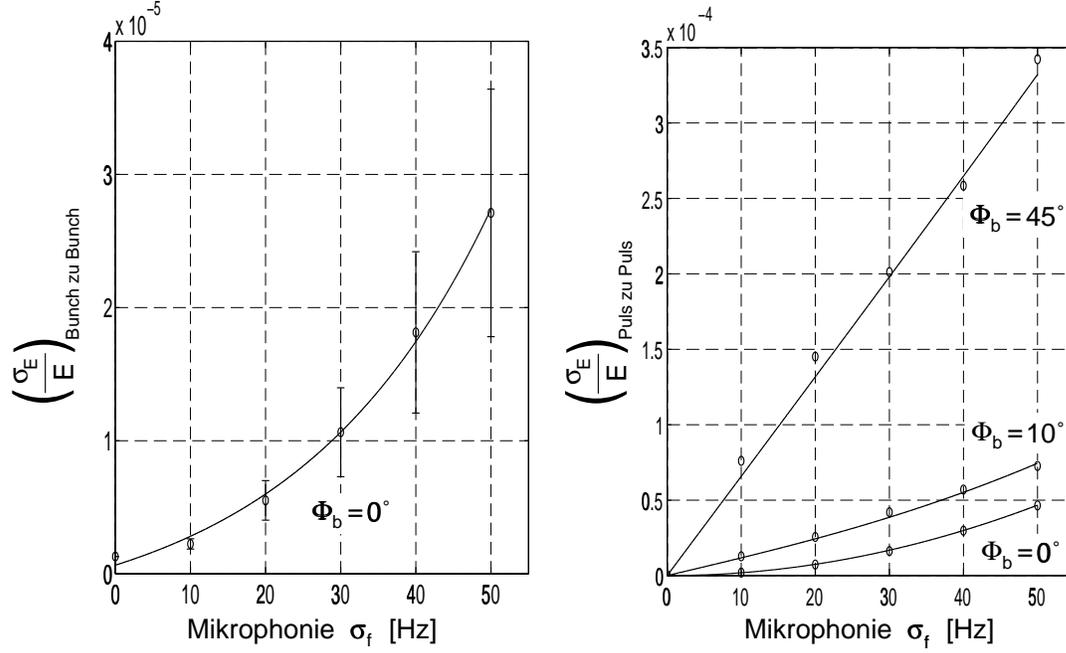


Abbildung 3.10: Unschärfe im Energiegewinn auf Grund von Mikrophonie. Links ist die Energieunschärfe von Bunch zu Bunch in Abhängigkeit von der Stärke der Mikrophonie gezeigt. Rechts ist die Energieunschärfe von Puls zu Puls dargestellt. Die gezeigten Daten sind das Ergebnis einer Simulation mit den in Kapitel 3.1 angegebenen Parametern. Es wurde dabei angenommen, daß die Felder von 16 Resonatoren gemeinsam geregelt werden und daß die Resonanzfrequenzen auf Grund der Mikrophonie gaußförmig verteilt und nicht korreliert sind. Die Kreise geben die berechnete Energieunschärfe des Elektronenstrahls bei verschiedenen Beschleunigungsphasen an; die durchgezogenen Linien sind das Ergebnis einer Anpassung mit exponentiellem Verlauf (links) bzw. mit Gleichung (3.8) berechnete Verläufe für $c_1 = 0.83$ und $c_2 = 0.97$ (rechts). Die links angegebenen Standardabweichungen der Energieunschärfe entstehen aus den verschiedenen, möglichen Werten der Resonanzfrequenzen bei gegebener Mikrophonie.

$$\frac{\partial f_0}{\partial p} = +20\text{Hz/mbar} \quad (3.7)$$

[TTF CDR]. Da die Resonatoren eines Beschleunigungsmoduls eine kryogenische Einheit bilden, tritt dieser Effekt in allen Resonatoren in gleicher Weise auf, ist also korreliert. Typische Zeitskalen für die Druckänderungen liegen im Bereich einiger Minuten. Über entsprechende Korrekturen der Resonanzfrequenzen der Resonatoren durch die mechanischen Abstimmer kann dieser Beitrag zur zeitlichen Änderung der Resonanzfrequenz weiter verkleinert werden.

Insgesamt konnte am TTF-Linearbeschleuniger eine Stabilität der Resonanzfrequenz unter dem Einfluß von Mikrophonie und Druckschwankungen von $\sigma_f \leq 10$ Hz demonstriert

werden.

Durch die Schwankungen in der Resonanzfrequenz eines Resonators wird die Amplitude und besonders die Phase der Beschleunigungsspannung des Resonators beeinflußt. Die Rückkopplungsregelung unterdrückt diesen Einfluß um einen Faktor $(1 + \mathcal{K}_r)$. In der Abbildung 3.10 ist die resultierende Energieunschärfe von Bunch zu Bunch und von Puls zu Puls in Abhängigkeit von der Stärke der Mikrophonie dargestellt. Dabei wurde in der Simulation angenommen, daß die vektoriell addierten Felder von 16 Resonatoren gemeinsam mit einem Verstärkungsfaktor $\mathcal{K}_r = 100$ des Rückkopplungskreises geregelt werden. Die Regressionskurve zeigt, daß die Energieunschärfe von Bunch zu Bunch exponentiell mit der Stärke der Mikrophonie ansteigt. Sie nimmt auf Grund der Streuung der Resonanzfrequenzen der einzelnen Resonatoren zu, welche eine Regelung der Vektorsumme der Felder erschwert. Die Energieunschärfe von Puls zu Puls steigt bei einer Beschleunigung mit einer mittleren Beschleunigungsphase von $\Phi_b = 0^\circ$ quadratisch mit der Standardabweichung σ_f der Resonanzfrequenzen an. Diese Energieunschärfe entsteht durch von Puls zu Puls fluktuierende Resonanzfrequenzen der Resonatoren. Am ersten Modul des TTF-Linerbeschleuniger konnte $\sigma_f < 10$ Hz realisiert werden, so daß - bei einer Beschleunigung mit Phase von $\Phi_b = 0^\circ$ und einem Verstärkungsfaktor $\mathcal{K}_r = 100$ des Rückkopplungskreises - der Beitrag der Mikrophonie zur Energieunschärfe vergleichsweise klein ist. Mit den Gleichungen (4.49) und (4.50) erhält man für die Energieunschärfe auf Grund von Mikrophonie die Abschätzung (siehe Anhang C):

$$\left(\frac{\sigma_E}{E^2}\right)_{Puls\ zu\ Puls} \approx \frac{1}{N} \frac{1}{(1 + \mathcal{K}_r)^2} \left\{ 2 \left(\frac{2c_1 Q_L \sigma_f}{f_{HF}} \right)^4 + \tan^2 \Phi_b \left(\frac{2c_2 Q_L \sigma_f}{f_{HF}} \right)^2 \right\} \quad , \quad (3.8)$$

wobei Q_L die belastete Güte der N Resonatoren darstellt. Durch die Faktoren c_1 und c_2 wird dabei berücksichtigt, daß innerhalb eines Pulses der Endzustand des Feldes für $t \rightarrow \infty$ nicht völlig erreicht ist, sondern daß es während der Strahlbeschleunigung eine Annäherung an diesen gibt. Es gilt daher $c_1 < 1$ und $c_2 < 1$. Mit $c_1 = 0.83$ und $c_2 = 0.97$ ergeben sich aus der Gleichung (3.8) die in der Abbildung 3.10 gezeigten Verläufe der Energieunschärfe von Puls zu Puls. Für größere Beschleunigungsphasen Φ_b dominiert der zweite Term in Gleichung 3.8, so daß die Energieunschärfe linear von der Mikrophonie abhängig wird und einen bedeutsamen Beitrag zur Energieunschärfe liefern kann.

3.1.7 Lorentz-Kraft-Verstimmung

Die hohen elektromagnetischen Felder in supraleitenden Resonatoren erzeugen starke Lorentz-Kräfte, die auf die Wände der Resonatoren wirken und damit zu einer Verformung der Resonatoren führen. Solche Verformungen bewirken - wie im Fall der Mikrophonie - schon im nm-Bereich erhebliche Verschiebungen der Resonanzfrequenzen der Resonatoren. Für diese Lorentz-Kraft-Verstimmung ergibt sich unter der Annahme, daß die Volumenänderung der Resonatoren durch die Verformung proportional zum Strahlungsdruck ist, im statischen Fall eine quadratische Abhängigkeit von der Amplitude $\hat{\mathcal{E}}$

des Beschleunigungsgradienten [Schi 98]:

$$\Delta f_0 = (f_0)_{t \rightarrow \infty} - (f_0)_0 = -K \hat{\mathcal{E}}^2 \quad . \quad (3.9)$$

Die Frequenz $(f_0)_0$ stellt hierbei die Resonanzfrequenz des Resonators ohne Feld dar, und $(f_0)_{t \rightarrow \infty}$ die statische Resonanzfrequenz bei dem Beschleunigungsgradienten $\hat{\mathcal{E}}$, die sich für $t \rightarrow \infty$ einstellt. Die Konstante K ist durch die Beschaffenheit des Resonators bestimmt und wird als Lorentz-Kraft-Konstante bezeichnet. Gleichung (3.9) konnte in zahlreichen Messungen verifiziert werden. Zur Versteifung der TESLA-Resonatoren befinden sich zwischen den Zellen Versteifungsringe; siehe Abbildung 3.11. Berechnungen für

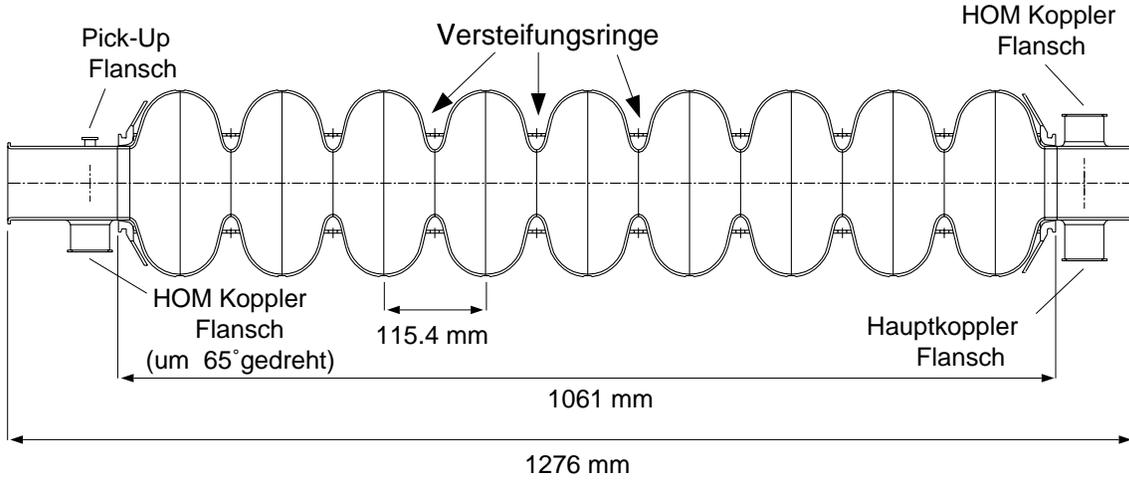


Abbildung 3.11: TESLA-Resonator mit Versteifungsringen [CDR 500].

die versteiften, in den Titan-Heliumtank eingeschweißten TESLA-Resonatoren ergaben eine Lorentz-Kraft-Konstante von $K \approx 1 \text{ Hz}/(\text{MV}/\text{m})^2$. Erste Messungen an zwei Resonatoren lieferten einen Wert von $K \approx 0.9 \text{ Hz}/(\text{MV}/\text{m})^2$ [Schi 98]. Damit führt ein Gradient von 15 MV/m zu einer statische Verstimmung von -203 Hz und 25 MV/m zu -562 Hz. Diese Verstimmungen sind mit der schmalen Bandbreite der belasteten Resonatoren von 361 Hz (für 15 MV/m) bzw. 217 Hz (für 25 MV/m) zu vergleichen. Der gepulste Betrieb der Resonatoren führt - auf Grund der sich ändernden Gradienten während der Pulse und der trägen Masse der Resonatorwänden - zu einer dynamischen Veränderung der Resonanzfrequenz innerhalb der Pulse. Messungen an supraleitenden MACSE-Resonatoren bei gepulsten Betrieb haben gezeigt, daß dieses dynamische Verhalten näherungsweise durch eine Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben werden kann [Mosnier 93]:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\omega}(t) &= -\frac{2\pi K}{\tau_m} \hat{\mathcal{E}}(t)^2 - \frac{1}{\tau_m} (\Delta \omega(t) - (\Delta \omega)_0) \\ \Delta \omega(t) &= \omega_0(t) - \omega_{HF} \quad . \end{aligned} \quad (3.10)$$

Die dynamische Verstimmung der Resonatoren, definiert als Differenz der zeitabhängigen Resonanzfrequenz $\omega_0(t)$ eines Resonators und der Betriebsfrequenz ω_{HF} , wird somit charakterisiert durch die Lorentz-Kraft-Konstante K und eine mechanische Zeitkonstante τ_m . Für die TESLA-Resonatoren wurden Zeitkonstanten zwischen $250 \mu\text{s}$ und $350 \mu\text{s}$ gemessen [Hü 98]. Die Größe $(\Delta\omega)_0$ in der Gleichung (3.10) stellt die Vorverstimmung dar, d.h. die Verstimmung eines Resonators ohne Feld, die mittels eines mechanischen Abstimmers eingestellt werden kann. Wegen der zeitabhängigen Resonanzfrequenz und der daraus resultierenden Verstimmung innerhalb der Pulse wird auch bei optimaler Vorverstimmung der Resonatoren bei der Regelung des Beschleunigungsfeldes zusätzliche HF-Leistung (25% bei 25 MV/m [Schi 98]) erforderlich, im Vergleich zu einem „idealen Resonator“ ohne Verstimmung während der Pulse. Die Drift in der Resonanzfrequenz führt zu Änderungen in der Amplitude und der Phase des Beschleunigungsfeldes innerhalb der Pulse und damit zu einer Energieunschärfe der Elektronen von Bunch zu Bunch. Diese Störungen der Amplitude und Phase sind korreliert von Resonator zu Resonator. Simulationen ergeben ohne Rückkopplungsregelung einen Beitrag zur relativen Energieunschärfe durch die zeitabhängige Verstimmung von $\sigma_E/E \approx 3 \cdot 10^{-3}$ bei einem Gradienten von 15 MV/m ($K = 1 \text{ Hz}/(\text{MV/m})^2$, $\tau_m = 1\text{ms}$). Die Rückkopplungsregelung (Verstärkungsfaktor $\mathcal{K}_r = 100$) reduziert diesen auf $\sigma_E/E \approx 1 \cdot 10^{-6}$. Die auch bei Rückkopplungsregelung noch verbleibende Drift in der Amplitude und der Phase während der Pulse kann durch die Vorkompensation aufgehoben werden, da die Lorentz-Kraft-Verstimmung von Puls zu Puls in gleicher Weise auftritt; siehe Kapitel 7.

Streuungen in den mechanischen Zeitkonstanten τ_m sowie in den Lorentz-Kraft-Konstanten K der einzelnen Resonatoren vergrößern den Beitrag zur Energieunschärfe von Bunch zu Bunch, welcher aus der Lorentz-Kraft-Verstimmung resultiert. In der Abbildung 3.12 ist dazu die mittlere Energieunschärfe von Bunch zu Bunch in Abhängigkeit von der Fluktuation der mechanischen Zeitkonstanten bzw. der Lorentz-Kraft-Konstanten gezeigt. Die dargestellten Daten sind das Ergebnis von Simulationen für eine Beschleunigungsphase von 0° bei Rückkopplungsregelung mit einem Verstärkungsfaktor $\mathcal{K}_r = 100$. Da die einzelnen Parameter der Resonatoren nicht korreliert sind, nehmen die gezeigten Standardabweichungen der Energieunschärfen mit der Wurzel der Zahl der Resonatoren ab, wohingegen die mittlere Energieunschärfe konstant bleibt. Die Regressionskurven zeigen, daß in beiden Fällen die Energieunschärfe exponentiell mit der Größe der Streuung der Parameter ansteigt. Dennoch ist sie auch bei einer Streuung von $\pm 50\%$ unkritisch.

In analoger Weise erschwert auch eine Streuung der externen Güten Q_L der Resonatoren die Regelung des Beschleunigungsfeldes. Die Abbildung 3.13 zeigt, daß die Energieunschärfe von Bunch zu Bunch ebenfalls exponentiell mit der Streuung der externen Güten zunimmt.

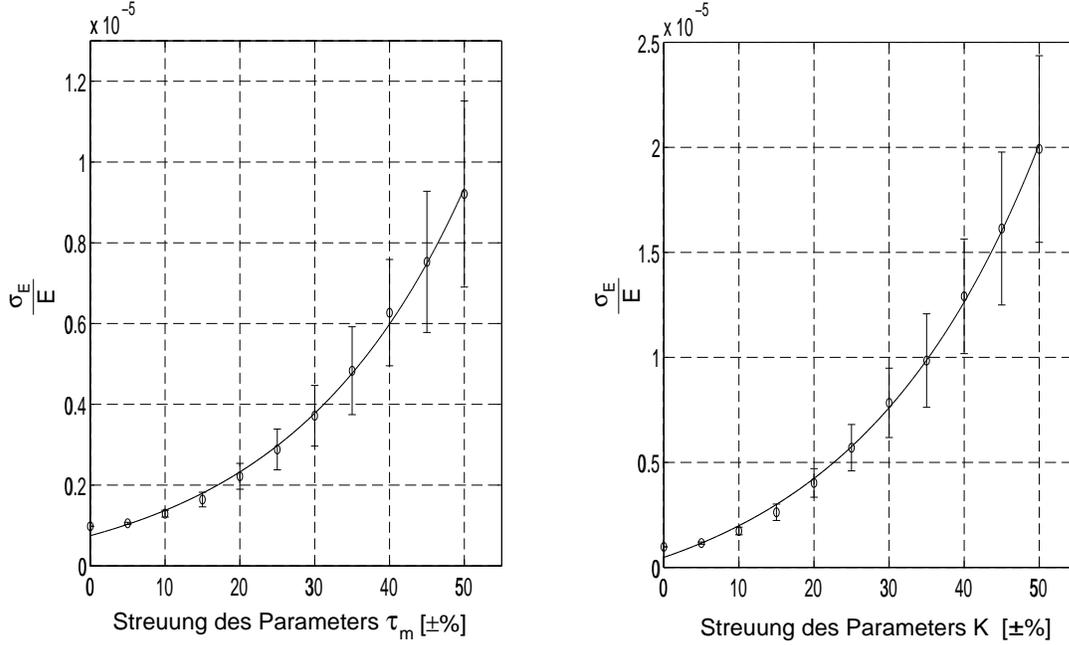


Abbildung 3.12: Mittlere Unschärfe im Energiegewinn auf Grund von Fluktuationen in der Lorentz-Kraft-Verstimmung der einzelnen Resonatoren. Links ist die mittlere Energieunschärfe von Bunch zu Bunch in Abhängigkeit von der Fluktuation (als gleichverteilt angenommen; die angegebenen Werte sind die Grenzen der Gleichverteilung) der mechanischen Zeitkonstanten τ_m der Resonatoren gezeigt ($\bar{\tau}_m = 1$ ms). Rechts ist die mittlere Energieunschärfe von Bunch zu Bunch in Abhängigkeit von der Fluktuation (als gleichverteilt angenommen) der Lorentz-Kraft-Konstanten K dargestellt ($\bar{K}_m = 1$ Hz/(MV/m)²). Die gezeigten Daten sind das Ergebnis einer Simulation mit den in Kapitel 3.1 angegebenen Parametern. Die Kreise geben dabei die berechneten mittleren Energieunschärfen des Elektronenstrahls bei einer Beschleunigungsphase von 0° an; die angegebenen Standardabweichungen der Energieunschärfen resultieren aus den verschiedenen, möglichen Werten der Parameter der 16 Resonatoren bei der jeweiligen Größe der Fluktuation. Die durchgezogenen Linien sind in beiden Fällen das Ergebnis einer Regression mit exponentiellem Verlauf.

3.2 Berechnungen zur Energieunschärfe

Im folgenden wird die Energieunschärfe eines Elektronenstrahls, bestehend aus Bunchen nichtverschwindender Länge, berechnet. Dabei werden sowohl Fehler in den Amplituden und Phasen der Beschleunigungsfelder in den einzelnen Resonatoren, als auch Fehler in den Injektionszeiten der einzelnen Bunche und die Energieunschärfe direkt nach dem Injektor berücksichtigt. Die Energieunschärfe innerhalb der Bunche auf Grund der nichtverschwindenden Bunchlänge und auf Grund von longitudinalen Wakefeldern wird ebenfalls einbezogen. Die analytischen Beschreibungen der Energieunschärfen werden dabei für be-

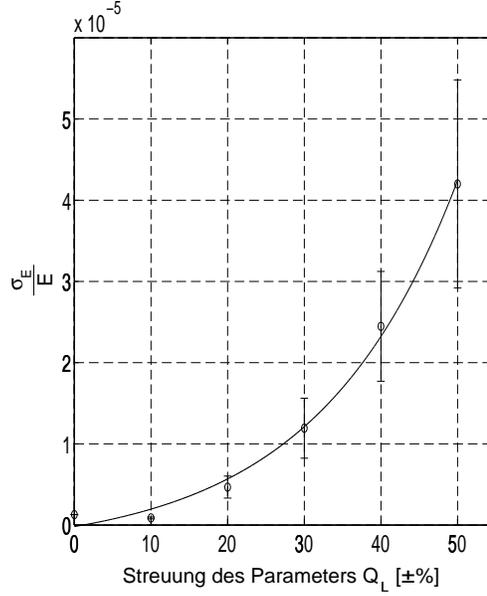


Abbildung 3.13: Mittlere Unschärfe im Energiegewinn von Bunch zu Bunch in Abhängigkeit von der Fluktuation (als gleichverteilt angenommen; die angegebenen Werte sind die Grenzen der Gleichverteilung) der belasteten Güten der Resonatoren. Die gezeigten Daten sind das Ergebnis einer Simulation mit den in Kapitel 3.1 angegebenen Parametern. Die Kreise geben dabei die berechneten mittleren Energieunschärfen des Elektronenstrahls bei einer Beschleunigungsphase von 0° an; die angegebenen Standardabweichungen der Energieunschärfen resultieren aus verschiedenen, möglichen Verteilungen der Parameter der 16 Resonatoren bei gegebener Fluktuation. Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis einer Regression mit exponentiellem Verlauf.

liebige Beschleunigungsphasen hergeleitet, wobei auch der Fall betrachtet wird, daß die Felder in den einzelnen Resonatoren verschiedene mittlere Amplituden und Phasen haben. Es werden zwei Extremsituationen unterschieden. Im optimistischen Fall sind die Amplitudenfehler in den Beschleunigungsfeldern der Resonatoren nicht korreliert mit den Phasenfehlern in den Feldern. Zusätzlich wird angenommen, daß die einzelnen Resonatoren unabhängig voneinander sind, d.h., daß die Fehler von Resonator zu Resonator unkorreliert sind. Im zweiten, pessimistischen Fall ist hingegen angenommen, daß die Fehler von Resonator zu Resonator vollständig korreliert sind (siehe auch [Mos/Tes 94] und insbesondere [Mer/Kra]).

Die Energie E_{ges} eines Elektrons nach Durchquerung von N Resonatoren ist gegeben durch:

$$E_{ges} = E_{inj} + \sum_{n=1}^N \hat{E}_n (1 + A_n) \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_b + \delta_b + \phi_n + \delta_n) \quad . \quad (3.11)$$

Dabei repräsentiert E_{inj} die Energie des Elektrons direkt nach dem Injektor und \hat{E}_n die mittlere Amplitude des Energiegewinns im n -ten Resonator. A_n stellt den relativen Fehler in der Amplitude des Energiegewinns im n -ten Resonator dar. Die mittlere Beschleunigungsphase bei der Beschleunigung der Bunche im n -ten Resonator ist gegeben durch: $\Phi_b = \Phi_s - \Phi_i + \phi_n$, wobei Φ_s den gemeinsamen Sollwert der Phasen der Felder in den Resonatoren relativ zu einem Referenzoszillator mit der Betriebsfrequenz ω_{HF} darstellt, Φ_i die mittlere Injektionsphase der Bunche¹⁰, wiederum relativ zu dem Referenzoszillator, und ϕ_n die Abweichung der mittleren HF-Phase des Feldes im n -ten Resonator von der Phase Φ_s . Die Phase ϕ_b ist die Abweichung der Injektionsphase des Bunches, in dem sich das betrachtete Elektron befindet, von der mittleren Injektionsphase Φ_i der Bunche. Damit wird Fluktuationen im Injektionszeitpunkt der Bunche Rechnung getragen (siehe Kapitel 3.1.4). Die Phase δ_b gibt die longitudinale Position des Elektrons innerhalb des Bunches an (siehe Kapitel 3.1.1). Die Phase δ_n schließlich berücksichtigt schnelle Fluktuationen in der Phase des Feldes im n -ten Resonator bei der Beschleunigung des Elektrons um die mittlere Phase $\Phi_s + \phi_n$. Somit ergibt $\Phi_s + \phi_n + \delta_n$ die Phase des Feldes im n -ten Resonator bei der Beschleunigung des Elektrons und $\Phi_i - \phi_b - \delta_b$ die Injektionsphase des Elektrons, beide relativ zu einem Referenzoszillator.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der einzelnen Fehler sei nun beschrieben durch die Dichtefunktion: $F(E_{inj}, \delta_b, \phi_b, A_1, \dots, A_N, \delta_1, \dots, \delta_N)$, die so normiert wird, daß eine Integration Wahrscheinlichkeiten ergibt. Für den Fall, daß die Amplituden- und Phasenfehler in der Beschleunigungsfeldern der einzelnen Resonatoren vollständig unkorrelierten sind, läßt sich die Dichte der Verteilung gemäß Gleichung (3.17) als Produkt von unabhängigen Wahrscheinlichkeitsdichten darstellen. Dabei sind $g(\delta_n)$ die Wahrscheinlichkeitsdichten der schnellen Phasenfehler und $h(A_n)$ die Wahrscheinlichkeitsdichten der realtiven Amplitudenfehler. Sind die Phasen- und Amplitudenfehler der Felder in den einzelnen Resonatoren hingegen vollständig korreliert, d.h. $\delta_1 = \dots = \delta_N$ und $A_1 = \dots = A_N$, so gilt Gleichung (3.20) für die normierte Dichte der Verteilung F . Mit diesen Dichten läßt sich dann die mittlere Teilchenenergie nach den N Resonatoren brechnen:

$$\begin{aligned} \overline{E}_{ges} &= \overline{E}_{inj} & (3.12) \\ &+ \sum_{n=1}^N \hat{E}_n \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\delta_b + \phi_b + \delta_n) F(\dots) dE_{inj} d\delta_b d\phi_b dA_1 \dots dA_N d\delta_1 \dots d\delta_N \\ &- \sum_{n=1}^N \hat{E}_n \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\delta_b + \phi_b + \delta_n) F(\dots) dE_{inj} d\delta_b d\phi_b dA_1 \dots dA_N d\delta_1 \dots d\delta_N . \end{aligned}$$

¹⁰Dem Injektionszeitpunkt des Bunches wird in Referenz zu einem Oszillator eine Phase zugeordnet. Der Injektionszeitpunkt sei dabei der Zeitpunkt, an dem der Bunch die Mitte einer Resonatorzelle nach dem Injektor passiert.

Nimmt man nun an, daß die einzelnen Wahrscheinlichkeitsdichten Gaußverteilungen sind, d.h.

$$f(E_{inj}, \delta_b, \phi_b) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} \sigma_{E_{inj}} \sigma_b \sigma_B} \exp\left(-\frac{(E_{inj} - \bar{E}_{inj})^2}{2\sigma_{E_{inj}}^2} - \frac{\delta_b^2}{2\sigma_b^2} - \frac{\phi_b^2}{2\sigma_B^2}\right) \quad (3.13)$$

$$g(\delta_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_\delta} \exp\left(-\frac{\delta_n^2}{2\sigma_\delta^2}\right) \quad (3.14)$$

$$h(A_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_A} \exp\left(-\frac{A_n^2}{2\sigma_A^2}\right) \quad , \quad (3.15)$$

so erhält man aus den Gleichungen (3.12) und (3.17) bzw. (3.20) mit

$$\int_{-\infty}^{\infty} A_n h(A_n) dA_n = 0 \quad (3.16)$$

für die mittlere Teilchenenergie \bar{E}_{ges} nach Durchlaufen der N Resonatoren für den nicht-korrelierten Fall die Gleichung (3.18) und für den korrelierten Fall die Gleichung (3.21). Beide Annahmen führen somit zu dem gleichen Ergebnis für die mittleren Energie. Dabei gilt die folgende Zuordnung zwischen den Größen und ihren Standardabweichungen: In

E_{inj}	\leftrightarrow	$\sigma_{E_{inj}}$	Injektionsenergie
E_{ges}	\leftrightarrow	$\sigma_{E_{ges}}$	Teilchenenergie nach den N Resonatoren
δ_b	\leftrightarrow	σ_b	relative Injektionsphase eines Elektrons in einem Bunch
ϕ_b	\leftrightarrow	σ_B	Abweichung der Injektionsphase des Bunches von der mittleren
$\delta_1 \dots \delta_N$	\leftrightarrow	σ_δ	schneller Phasenfehler des HF-Feldes
$A_1 \dots A_N$	\leftrightarrow	σ_A	relativer Amplitudenfehler des HF-Feldes

analoger Weise erhält man für $\overline{E_{ges}^2}$ bei nichtkorrelierten Fehlern in den Feldern der Resonatoren die Gleichung (3.19) und bei korrelierten Fehlern in den Feldern die Gleichung (3.22).

Mit den Gleichungen (3.18) und (3.19), bzw. (3.21) und (3.22), kann nun die aus den Fehlern resultierende Standardabweichung $\sigma_{E_{ges}}$ der Teilchenenergie E_{ges} , d.h. die rms-Energieunschärfe am Ende der Beschleunigung nach den N Resonatoren, berechnet werden. Für den Fall, daß die Amplituden- und Phasenfehler nicht korreliert sind, ist die relative rms-Energieunschärfe durch Gleichung (3.23) gegeben. Sind die Amplituden- und Phasenfehler hingegen von Resonator zu Resonator korreliert, so gilt die Gleichung (3.25). In beiden Gleichungen ist eine Taylorentwicklung für kleine Größen σ bis zur vierten Ordnung angegeben. Nimmt man an, daß die N Resonatoren gleiche mittlere Amplituden des Energiegewinns haben, d.h. $\hat{E}_1 = \hat{E}_2 = \dots = \hat{E}_N$, und daß $\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N = \phi$ gilt, so folgen aus den Gleichungen (3.23) und (3.25) die Gleichungen (3.24) und (3.26).

$$F(E_{inj}, \delta_b, \phi_b, A_1, \dots, A_N, \delta_1, \dots, \delta_N) = f(E_{inj}, \delta_b, \phi_b) \prod_{n=1}^N g(\delta_n) h(A_n) \quad (3.17)$$

$$\overline{E}_{ges} = \overline{E}_{inj} + \sum_{n=1}^N \hat{E}_n \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \exp\left(-\frac{\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2}{2}\right) \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \overline{E}_{ges}^2 &= \overline{E}_{inj}^2 + 2\overline{E}_{inj} \sum_{n=1}^N \hat{E}_n \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \exp\left(-\frac{\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2}{2}\right) \quad (3.19) \\ &+ \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq n}}^N \frac{\hat{E}_n \hat{E}_p}{2} \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_p) (1 + \exp(-2\sigma_b^2 - 2\sigma_B^2)) \exp(-\sigma_\delta^2) \\ &+ \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq n}}^N \frac{\hat{E}_n \hat{E}_p}{2} \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_p) (1 - \exp(-2\sigma_b^2 - 2\sigma_B^2)) \exp(-\sigma_\delta^2) \\ &+ (1 + \sigma_A^2) \sum_{n=1}^N \frac{\hat{E}_n^2}{2} \cos^2(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) (1 + \exp(-2\sigma_b^2 - 2\sigma_B^2 - 2\sigma_\delta^2)) \\ &+ (1 + \sigma_A^2) \sum_{n=1}^N \frac{\hat{E}_n^2}{2} \sin^2(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) (1 - \exp(-2\sigma_b^2 - 2\sigma_B^2 - 2\sigma_\delta^2)) \end{aligned}$$

Der erste Term in allen vier Gleichung ist die rms-Energieunschärfe bei der Injektion der Elektronen. Der zweite und dritte Term in der Gleichung (3.23) entstehen aus der nicht-verschwindenen Bunchlänge und den Fehlern in den Injektionsphasen der Bunche. Diese beiden Terme sind in der Gleichung (3.25) und in ähnlicher Form in den Gleichungen (3.24) und (3.26) zu finden. Da diese Fehler von Resonator zu Resonator korreliert sind, siehe Kapitel 3.1.1, sind ihre Beiträge zur relativen Energieunschärfe bei fester Gesamtenergie nicht von der Anzahl der Resonatoren abhängig. Werden die Elektronen im Mittel nicht “on crest” beschleunigt ($\Phi_s - \Phi_i + \phi_n \neq 0^\circ$), so kann der dritte Term in Gleichung (3.23) bzw. die entsprechenden Terme in den anderen drei Gleichungen einen erheblich Beitrag zur gesamten relativen Energieunschärfe darstellen, da dieser Beitrag zum Quadrat der Unschärfe mit $\sigma_b^2 + \sigma_B^2$ anwächst ($\sigma \ll 1$!, siehe Kapitel 3.1.4). Der vierte und fünfte Term in Gleichung (3.23) resultieren aus den Amplituden- und Phasenfehlern in den Feldern der Resonatoren. Aus der Gleichung (3.24) wird ersichtlich, daß im Fall von nichtkorre-

Amplituden- und Phasenfehler von Resonator zu Resonator vollständig korreliert

$$F(E_{inj}, \delta_b, \phi_b, A_1, \dots, A_N, \delta_1, \dots, \delta_N) = f(E_{inj}, \delta_b, \phi_b)g(\delta_1)h(A_1) \prod_{n=2}^N \delta(\delta_1 - \delta_n)\delta(A_1 - A_n) \quad (3.20)$$

$$\overline{E}_{ges} = \overline{E}_{inj} + \sum_{n=1}^N \hat{E}_n \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \exp\left(-\frac{\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2}{2}\right) \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \overline{E_{ges}^2} &= \overline{E_{inj}^2} + 2\overline{E}_{inj} \sum_{n=1}^N \hat{E}_n \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \exp\left(-\frac{\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2}{2}\right) \\ &+ (1 + \sigma_A^2) \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^N \frac{\hat{E}_n \hat{E}_p}{2} \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \cos(\Phi_s - \Phi_i + \phi_p) (1 + \exp(-2\sigma_b^2 - 2\sigma_B^2 - 2\sigma_\delta^2)) \\ &+ (1 + \sigma_A^2) \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^N \frac{\hat{E}_n \hat{E}_p}{2} \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_p) (1 - \exp(-2\sigma_b^2 - 2\sigma_B^2 - 2\sigma_\delta^2)) \end{aligned} \quad (3.22)$$

lierten Fehlern diese Beiträge bei fester Gesamtenergie invers proportional zu der Anzahl N der Resonatoren sind. Dieses ist typisch für nichtkorrelierte Fehler. Wie zu erwarten, trägt der Phasenfehler wiederum insbesondere zur relativen Energieunschärfe bei, wenn die Elektronen im Mittel nicht mit $\Phi_b = \Phi_s - \Phi_i + \phi_n = 0^\circ$ ("on crest") beschleunigt werden. Sind die Amplituden- und Phasenfehler hingegen von Resonator zu Resonator vollständig korreliert, so sind ihre Beiträge zum Quadrat der relativen Energieunschärfe um einen Faktor N größer als im nichtkorrelierten Fall, d.h. die relative Energieunschärfe ist bei fester Gesamtenergie nicht mehr von der Zahl der Resonatoren abhängig, wie aus den Gleichungen (3.25) und (3.26) ersichtlich ist. Desweiteren zeigen die Gleichungen (3.23) und (3.25), daß Streuungen in den mittleren Amplituden der Felder \hat{E}_n , und in den mittleren Phasen der Felder, d.h. in ϕ_n , bei fester Gesamtenergie zu einer Vergrößerung der relativen Energieunschärfe des Elektronenstrahls führen; siehe auch Kapitel 3.1.7.

Nichtkorrelierte Amplituden- und Phasenfehler

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\sigma_{E_{ges}}^2}{\overline{E_{ges}}^2}\right)_{nk} &= \frac{\overline{E_{ges}^2} - \overline{E_{ges}}^2}{\overline{E_{ges}}^2} \\
 &\simeq \frac{\sigma_{E_{inj}}^2}{\overline{E_{ges}}^2} \\
 &+ \frac{(\overline{E_{ges}} - \overline{E_{inj}})^2}{\overline{E_{ges}}^2} \frac{1}{2} (\sigma_b^2 + \sigma_B^2)^2 \\
 &+ \frac{\sum_{n,p=1}^N \hat{E}_n \hat{E}_p \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_p)}{\overline{E_{ges}}^2} [(\sigma_b^2 + \sigma_B^2)(1 - \sigma_b^2 - \sigma_B^2 - \sigma_\delta^2)] \\
 &+ \frac{\sum_{n=1}^N \hat{E}_n^2 \cos^2(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n)}{\overline{E_{ges}}^2} [\sigma_b^2 \sigma_\delta^2 + \sigma_B^2 \sigma_\delta^2 + \frac{\sigma_\delta^4}{2} + \sigma_A^2 (1 - \sigma_b^2 - \sigma_B^2 - \sigma_\delta^2)] \\
 &+ \frac{\sum_{n=1}^N \hat{E}_n^2 \sin^2(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n)}{\overline{E_{ges}}^2} [\sigma_\delta^2 (1 - \sigma_b^2 - \sigma_B^2 - \sigma_\delta^2) + \sigma_A^2 (\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2)]
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

für $\hat{E}_1 = \hat{E}_2 = \dots = \hat{E}_N$ und $\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N = \phi$:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\sigma_{E_{ges}}^2}{\overline{E_{ges}}^2}\right)_{nk} &\simeq \frac{\sigma_{E_{inj}}^2}{\overline{E_{ges}}^2} \\
 &+ \frac{(\overline{E_{ges}} - \overline{E_{inj}})^2}{\overline{E_{ges}}^2} \left[\frac{1}{2} (\sigma_b^2 + \sigma_B^2)^2 + \tan^2(\Phi_s - \Phi_i + \phi) (\sigma_b^2 + \sigma_B^2) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{N} (\sigma_b^2 \sigma_\delta^2 + \sigma_B^2 \sigma_\delta^2 + \frac{\sigma_\delta^4}{2} + \sigma_A^2) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{N} \tan^2(\Phi_s - \Phi_i + \phi) \{ \sigma_\delta^2 + \sigma_A^2 (\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2) \} \right]
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

\hat{E}_n : mittlere Amplitude des Energiegewinns im n-ten Resonator

Φ_s : gemeinsamer Sollwert der HF-Phase in den Resonatoren relativ zu einem Referenzoszillator

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\sigma_{\bar{E}_{ges}}^2}{\bar{E}_{ges}^2}\right)_k &\simeq \frac{\sigma_{\bar{E}_{inj}}^2}{\bar{E}_{ges}^2} & (3.25) \\
 &+ \frac{(\bar{E}_{ges} - \bar{E}_{inj})^2}{\bar{E}_{ges}^2} \left[\frac{1}{2}(\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2)^2 + \sigma_A^2 \right] \\
 &+ \frac{\sum_{n,p=1}^N \hat{E}_n \hat{E}_p \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_p)}{\bar{E}_{ges}^2} \left[(\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2) \right. \\
 &\quad \left. \cdot (1 - \sigma_b^2 - \sigma_B^2 - \sigma_\delta^2 + \sigma_A^2) \right]
 \end{aligned}$$

für $\hat{E}_1 = \hat{E}_2 = \dots = \hat{E}_N$ und $\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N = \phi$:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\sigma_{\bar{E}_{ges}}^2}{\bar{E}_{ges}^2}\right)_k &\simeq \frac{\sigma_{\bar{E}_{inj}}^2}{\bar{E}_{ges}^2} & (3.26) \\
 &+ \frac{(\bar{E}_{ges} - \bar{E}_{inj})^2}{\bar{E}_{ges}^2} \left[\frac{1}{2}(\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2)^2 + \sigma_A^2 \right. \\
 &\quad \left. + \tan^2(\Phi_s - \Phi_i + \phi) \{(\sigma_b^2 + \sigma_B^2 + \sigma_\delta^2)(1 + \sigma_A^2)\} \right]
 \end{aligned}$$

Φ_i : mittlere Injektionsphase der Bunche relativ zu einem Referenzoszillator

ϕ_n : Abweichung der mittleren HF-Phase des Feldes im n-ten Resonator von der Phase Φ_s

Die beiden hier betrachteten Fälle von vollständiger Korrelation und Nichtkorrelation stellen Extrema dar, so daß folgende Abschätzung für die tatsächliche relative Energieunschärfe ($\sigma_{E_{ges}}/\overline{E}_{ges}$) gilt:

$$\left(\frac{\sigma_{E_{ges}}}{\overline{E}_{ges}}\right)_{nk} \leq \left(\frac{\sigma_{E_{ges}}}{\overline{E}_{ges}}\right) \leq \left(\frac{\sigma_{E_{ges}}}{\overline{E}_{ges}}\right)_k \quad (3.27)$$

Im Kapitel 3.3 wird die Energieunschärfe auf Grund von Amplituden- und Phasenfehlern in den Beschleunigungsfeldern und die sich daraus ergebenden Anforderungen an die Regelung dieser Felder anhand der Gleichungen (3.24) und (3.26) weitergehend diskutiert. Bei kurzen Bunchen und hohen Bunchladungen führen auch die longitudinalen Wakefelder zu einer merklichen Energieunschärfe innerhalb der Bunche; siehe auch Kapitel 3.1.3. Um diese Energieunschärfe in den Betrachtungen dieses Kapitels mit einzubeziehen, sei im folgenden das longitudinale Wakepotential eines Resonators durch eine lineare Näherung beschrieben (siehe auch Abbildung 3.4):

$$U_{wake}(\delta_b) = \frac{W}{e}\delta_b - \frac{W_0}{e} \quad (3.28)$$

Dabei hängen W und W_0 von der Bunchlänge σ_b ab und sind proportional zur Bunchladung [Novo/Mos 96]. Erweitert man nun Gleichung (3.11) um ein solches Wakepotential, so ergibt sich für die Energie eines Elektrons, nachdem es N Resonatoren durchquert hat, die Gleichung:

$$E_{ges} = E_{inj} + \sum_{n=1}^N \hat{E}_n(1 + A_n) \cos(\Phi_s - \Phi_i + \delta_b + \phi_n + \delta_n + \phi_b) + NW\delta_b - NW_0 \quad (3.29)$$

Durch die zwei zusätzlichen Terme der Wakefelder in dieser Gleichung im Vergleich zu der Gleichung (3.11) erhält man folgende zwei zusätzlichen Terme zur relativen Energieunschärfe:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_{E_{ges}}^2}{\overline{E}_{ges}^2}\right)_W &\simeq \frac{N^2 W^2 \sigma_b^2}{\overline{E}_{ges}^2} \\ &+ \frac{NW \sum_{n=1}^N \hat{E}_n \sin(\Phi_s - \Phi_i + \phi_n) [\sigma_b^4 - 2\sigma_b^2 + (\sigma_B^2 \sigma_b^2 + \sigma_\delta^2 \sigma_b^2)]}{\overline{E}_{ges}^2} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Diese beiden Terme sind zu den relativen Energieunschärfen der Gleichungen (3.23), (3.24), (3.25) und (3.26) zu addieren, um die Wirkung der Wakefelder in der berechneten Energieunschärfen zu berücksichtigen. Zudem ist in den vier Gleichungen die mittlere Energie des Injektors \overline{E}_{inj} durch $\overline{E}_{inj} - NW_0$ zu ersetzen. Der erste Term in der Gleichung (3.30) gibt die Energieunschärfe durch das Wakepotential an. Der zweite Term berücksichtigt die Überlagerung zwischen dem Effekt der Bunchlänge und dem des Wakepotentials.

Das Besondere dieses Termes ist, daß er negative Werte annehmen kann. Durch Optimierung der mittleren Beschleunigungsphase $\Phi_s - \Phi_b + \phi_n$ kann daher die resultierende Energieunschärfe innerhalb der Bunche minimiert werden (siehe auch Kapitel 3.1.3). Die Abbildung 3.14 zeigt dieses. Die gestrichelte Kurve stellt dabei die Energieunschärfe, die allein aus der Bunchlänge von 1 mm resultiert, in Abhängigkeit von der Beschleunigungsphase dar. Es sei dabei abgenommen, daß die Beschleunigung der Teilchen ansonsten ideal sei, d.h. $\sigma_B = 0$, $\sigma_\delta = 0$ und $\sigma_A = 0$. Wie erwartet ist die Energieunschärfe für $\Phi_b = 0^\circ$ minimal ($5 \cdot 10^{-4}$). In der durchgezogenen Linie ist zudem die Energieunschärfe berücksichtigt, die sich aus den Wakefeldern in den Resonatoren bei einer mittleren Amplitude des Energiegewinns von $\hat{E}_n = 15 \text{ MeV}$ ergibt. Die Abbildung 3.14 zeigt, daß bei einer Beschleunigungsphase von $\Phi_b \approx -5^\circ$ die Energiemodulation innerhalb der Bunche, die von den Wakefeldern herrührt, kompensiert wird durch die Energiemodulation bei der Beschleunigung der Bunche mit dieser Phase. Dieser Wert für die optimierte Beschleunigungsphase stimmt mit dem in der Tabelle 3.1 angegebenen Wert überein. Genauere Rechnungen zeigen, daß die resultierende Energieunschärfe etwas größer ist ($\sigma_E/E \approx 8.9 \cdot 10^{-4}$), als der aus der Abbildung 3.14 ablesbare Wert, dessen Berechnung eine lineare Näherung des Wakepotentials (Gleichung (3.28)) zugrunde liegt. Wie die Gleichungen (3.24) und (3.26) zeigen, führt solch eine Beschleunigungsphase bei gegebener Regelungsqualität der Beschleunigungsfelder jedoch zu einer Verschlechterung der Energieunschärfe von Bunch zu Bunch bzw. Puls zu Puls im Vergleich zu der Energieunschärfe bei $\Phi_b = 0^\circ$. Die optimale Beschleunigungsphase ist daher je nach den Anforderungen an die Energieschärfe innerhalb der Bunche und an die Energieschärfe von Bunch zu Bunch bzw. Puls zu Puls zu bestimmen.

Dieses ist speziell bei der Beschleunigung von sehr kurzen Bunchen ($\sigma_b < 100 \mu\text{m}$) zu berücksichtigen, da bei diesen Bunchen Beschleunigungsphasen von einigen zehn Grad für eine optimale Kompensation der Energiemodulation, die von den Wakefeldern herrührt, benötigt werden.

3.3 Anforderungen an die Hochfrequenzregelung

Die digitale Hochfrequenzregelung am TTF-Linearbeschleuniger wird, neben ihrer Verwendung zur Stabilisierung der Beschleunigungsfelder am TTF-Linearbeschleuniger, auch als Prototyp für den TESLA-Linearbeschleuniger entwickelt. Zum einen ist daher zu zeigen, daß die für den TESLA-Linearbeschleuniger angestrebte Energieschärfe des Teilchstrahls erreicht werden kann und zum anderen erfordert der Betrieb des Freien-ElektronenLasers der TESLA-Test-Anlage eine Energieunschärfe von Bunch zu Bunch von $\sigma_E/E \leq 2 \cdot 10^{-3}$. Ziel für den TESLA-Linearbeschleuniger ist es, eine Bunch zu Bunch Energieunschärfe zu realisieren, die kleiner als die Energieunschärfe von $5 \cdot 10^{-4}$ innerhalb der Bunche ist, um eine hohe transversale Strahlqualität erreichen zu können [CDR 500].

Diese Energieschärfen stellen erhebliche Anforderungen an die Regelung der Beschleunigungsfelder der Resonatoren. Dieses betrifft die erforderliche Genauigkeit in der Ampli-

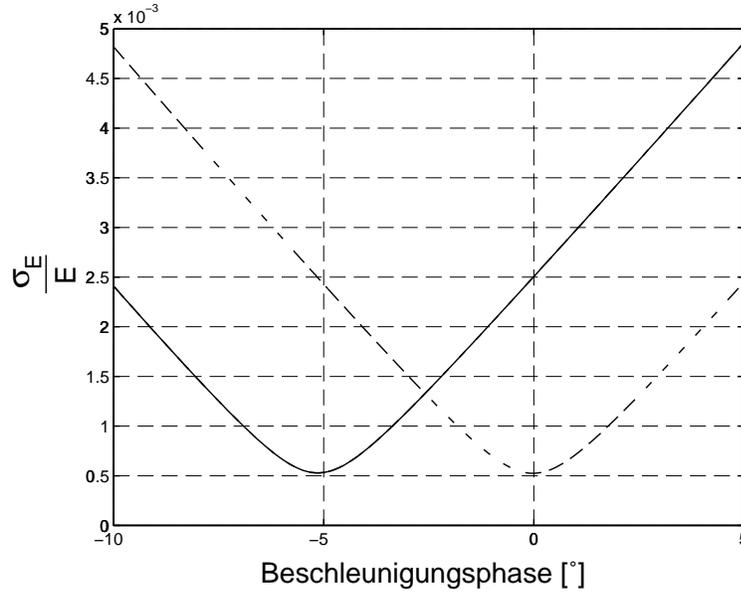


Abbildung 3.14: Berechnete Energieunschärfe innerhalb der Bunche auf Grund der nichtverschwindenden Bunchlänge und auf Grund von Wakefeldern. Die Bunchlänge beträgt dabei $\sigma_b = 1.56^\circ$ ($\hat{=} 1$ mm) und die Bunchladung 8 nC (Injektor II). Die gestrichelte Kurve zeigt die Energieunschärfe, die aus der Bunchlänge resultiert (für $\bar{E}_{inj} \ll \bar{E}_{ges}$). In der durchgezogenen Kurve ist zudem die Wirkung des Wakepotentials ($W/e = -49$ kV) berücksichtigt. Die mittlere Amplitude des Energiegewinns ist dabei $\hat{E}_n = 15$ MeV.

tuden- und Phasenkalibrierung der einzelnen gemessenen Feldsignale sowie die benötigte Amplituden- und Phasenstabilität der Beschleunigungsfelder.

3.3.1 Kalibrationsfehler in der Vektorsumme

Aus Kostengründen werden mehrere Resonatoren des TTF-Linearbeschleunigers von einem gemeinsamen Klystron gespeist. Es sollen dabei bis zu 32 Resonatoren von einem 10MW-Mehrstrahl-Klystron versorgt werden. Aus diesem Grund ist es nicht möglich, das Beschleunigungsfeld jedes einzelnen Resonators zu regeln, sondern nur die vektorielle Summe der Beschleunigungsfelder in den bis zu 32 Resonatoren kann durch eine Regelung stabilisiert werden. In komplexer Schreibweise ist die Vektorsumme \mathbf{V} der Beschleunigungsspannungen der einzelnen Resonatoren gegeben durch:

$$\mathbf{V} = \sum_{n=1}^N \hat{U}_n e^{i\varphi_n} \quad , \quad (3.31)$$

wobei \hat{U}_n die Amplitude der Beschleunigungsspannung im n -ten Resonator darstellt und φ_n die zugehörige Phase, relativ zu einem Referenzoszillator. Die Vektorsumme wird aus

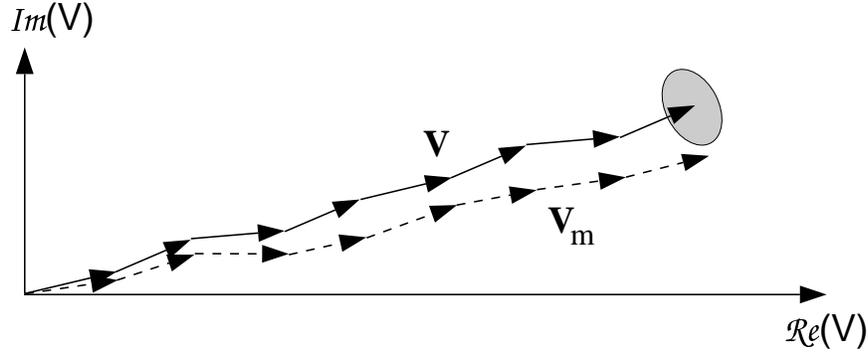


Abbildung 3.15: Die gemessene Vektorsumme \mathbf{V}_m der Beschleunigungsspannungen von acht Resonatoren weicht auf Grund von Kalibrationsfehlern bei den gemessenen Amplituden und Phasen von der tatsächlichen Vektorsumme \mathbf{V} ab. Selbst wenn die gemessene Vektorsumme perfekt durch die Regelung stabilisiert ist, kommt es durch die Mikrophonie zu einer Puls zu Puls Fluktuation der tatsächlichen Vektorsumme, hier dargestellt durch den markierten Bereich.

den einzelnen Meßsignalen der Beschleunigungsspannungen berechnet; siehe Kapitel 2.2. Dazu ist es notwendig, diese Meßwerte der Spannungen in der Amplitude und Phase zu eichen. Fehler in diesen Kalibrierungen führen zu einem Meßwert der Vektorsumme \mathbf{V}_m , der von der tatsächlichen Vektorsumme der Spannungen abweicht:

$$\mathbf{V}_m = \sum_{n=1}^N (1 + (A_k)_n) \hat{U}_n e^{i(\varphi_n + (\Delta\varphi_k)_n)} \quad . \quad (3.32)$$

Dabei sei $(A_k)_n$ der relative Fehler in der gemessenen Amplitude des Feldes des n -ten Resonators und $(\Delta\varphi_k)_n$ der Phasenfehler. Durch die digitale Regelung wird die gemessene Vektorsumme stabilisiert. Der Strahl hingegen wird durch die davon abweichende tatsächliche Vektorsumme der Spannungen in den Resonatoren beschleunigt. Die von Resonator zu Resonator nichtkorrelierte Mikrophonie bewirkt, daß sich die Felder in den einzelnen Resonatoren von Puls zu Puls ändern. Kalibrationsfehler in den Amplituden und Phasen der gemessenen Felder führen damit zu einer Puls zu Puls Fluktuation der tatsächlichen Vektorsumme, da durch die Regelung nur die gemessene Vektorsumme stabilisiert wird. In der Abbildung 3.15 ist dieses schematisch dargestellt. Die resultierende Fluktuation in der tatsächlichen Vektorsumme bedeutet aber eine Fluktuation in dem Energiegewinn des Elektronenstrahls. Daher ergeben sich aus der erforderlichen Energieschärfe des Strahles Anforderungen an die Genauigkeit bei der Eichung der Meßsignale der einzelnen Felder.

Zur Abschätzung der erforderlichen Genauigkeit in der Kalibrierung wurden Simulationen für verschiedene Stärken der Mikrophonie durchgeführt. Dabei wird angenommen, daß die Verteilungen der Resonanzfrequenzen der Resonatoren gaußförmig sind, und daß die Mikrophonie von Resonator zu Resonator nichtkorreliert ist. In der Abbildung 3.16

sind die berechneten relativen Energieunschärfen von Bunch zu Bunch und von Puls zu Puls in Abhängigkeit von dem Fehler in der Amplitudenkalibration und in Anhängigkeit von dem Fehler in der Phasenkalibration gezeigt. Hierbei ist angenommen, daß die gemessene Vektorsumme der Felder von 16 Resonatoren geregelt wird (zu den weiteren Parametern siehe Kapitel 3.1). Die angegebenen Eichgenauigkeiten stellen dabei die \pm Grenzen der angenommenen Gleichverteilungen der Eichfehler dar. Aus den möglichen Werten der Kalibrationsfehler innerhalb der jeweiligen Grenzen ergeben sich dann die gezeigten Standardabweichungen der relativen Energieunschärfen. Aus der Abbildung 3.16 ist offensichtlich, daß Amplitudenfehler einen wesentlich geringeren Einfluß haben als Phasenfehler. So führt bereits ein Fehler von weniger als $\pm 3^\circ$ zu der selben Energieunschärfe wie ein Fehler von $\pm 20\%$ in der Amplitudeneichung. Bei gegebener Mikrophonie steigt die Energieunschärfe von Bunch zu Bunch linear mit dem Amplitudenfehler und dem Phasenfehler in der Kalibrierung an. Es zeigt sich zudem, daß die Energieunschärfe von Bunch zu Bunch ungefähr linear mit der Mikrophonie σ_f zunimmt. Diese Energieunschärfe rührt daher, daß sich auch innerhalb der Pulse die Felder der Resonatoren relativ zueinander verändern, da die Resonanzfrequenzen der einzelnen Resonatoren durch die Mikrophonie leicht streuen. Auf Grund der Kalibrationsfehler ändert sich damit auch die tatsächliche Vektorsumme der Felder, da durch die Regelung nur die gemessene Vektorsumme stabilisiert wird. Wie die Abbildung 3.16 zeigt, liefert den dominierenden Beitrag zur Unschärfe die Energieunschärfe von Puls zu Puls. Diese nimmt wiederum linear mit den Kalibrationsfehlern zu. Dabei steigt die Energieunschärfe von Puls zu Puls bei Amplitudenfehlern quadratisch mit der Stärke der Mikrophonie an, wohingegen die Unschärfe, die aus den Phasenfehlern resultiert, linear mit der Mikrophonie ansteigt.

Diese Abhängigkeiten führen zu folgender Abschätzung der Puls zu Puls Energieunschärfe, welche aus den Kalibrationsfehlern resultiert (bei Beschleunigung mit einer mittleren Phase von $\Phi_b = 0^\circ$):

$$\left(\frac{\sigma_E^2}{E^2}\right)_{Puls\ zu\ Puls} \approx \frac{1}{N} \left\{ (A_k)_{max}^2 k_1 \left(\frac{2Q_L \sigma_f}{f_{HF}}\right)^4 + (\Delta\varphi_k)_{max}^2 k_2 \left(\frac{2Q_L \sigma_f}{f_{HF}}\right)^2 \right\} \quad (3.33)$$

Dabei sind $(A_k)_{max}$ und $(\Delta\varphi_k)_{max}$ die \pm Grenzen der Gleichverteilungen der Fehler in der Amplitudeneichung bzw. in der Phaseneichung. Mit $k_1 = 0.09$ und $k_2 = 0.17$ erhält man eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Simulation. Es sei darauf hingewiesen, daß diese Gleichung nur für $N \gg 1$ gilt. Desweiteren ist die strukturelle Ähnlichkeit der Gleichungen (3.8) und (3.33) interessant; beide Beiträge zur Energieunschärfe resultieren aus der Mikrophonie.

Aus den Simulationen bzw. der Gleichung (3.33) lassen sich nun die erforderlichen Genauigkeiten bei der Eichung der gemessenen Felder ableiten. Dabei sei angenommen, daß die Energieunschärfe, die aus den Kalibrationsfehlern resultiert, maximal 10% der zulässigen Energieunschärfe betragen soll. Ist dieses erfüllt, so liefern die Kalibrationsfehler keinen erheblichen Beitrag zur gesamten Energieunschärfe ($\sqrt{0.1^2 + 0.994^2} = 1$). Der TTF-Linearbeschleuniger soll, wenn er fertig aufgebaut ist, aus acht Modulen mit je acht Resonatoren bestehen, d.h. $N = 64$. Damit ergibt sich aus den 10% der geforderten

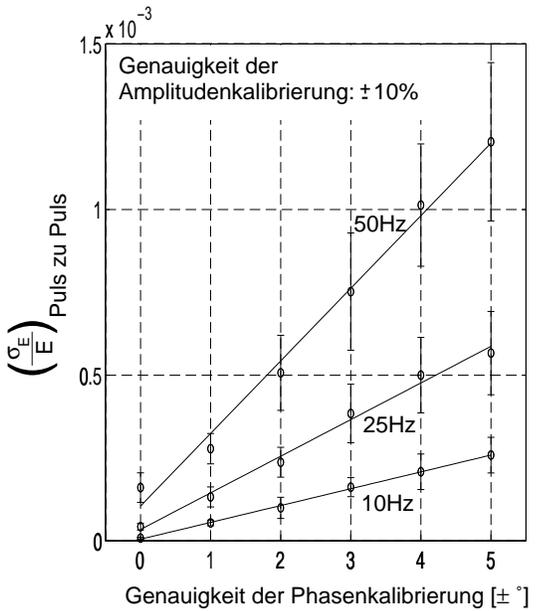
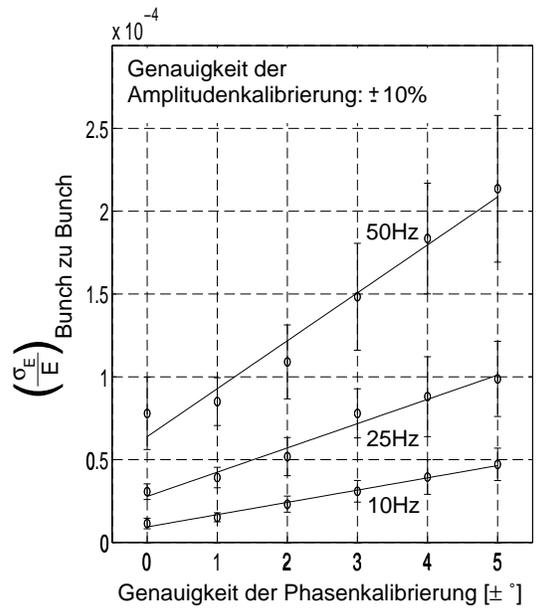
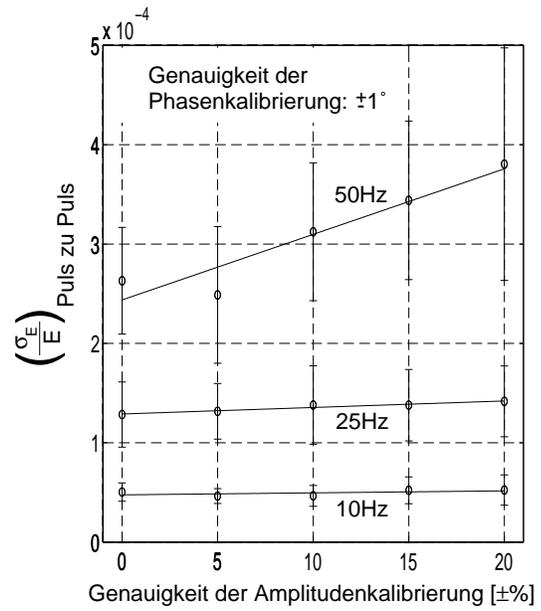
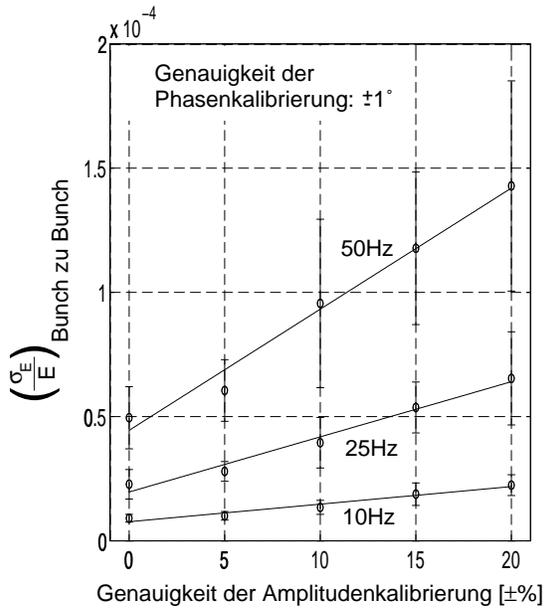


Abbildung 3.16: (linke Seite)

Energieunschärfe auf Grund von Kalibrationsfehlern in den Amplituden und Phasen der gemessenen Felder für verschiedene Standardabweichungen σ_f der Resonanzfrequenzen der Resonatoren durch Mikrophonie (gaußförmige Verteilung, nichtkorreliert). In der Simulation wird die Vektorsumme der Felder von 16 Resonatoren geregelt.

Die oberen beiden Graphen zeigen die resultierenden relativen Energieunschärfen von Bunch zu Bunch bzw. von Puls zu Puls in Abhängigkeit von dem Fehler in der Amplitudeneichung (Gleichverteilung). Die Phasen sind dabei auf $\pm 1^\circ$ genau kalibriert.

Die unteren beiden Graphen zeigen die resultierenden relativen Energieunschärfen von Bunch zu Bunch bzw. von Puls zu Puls in Abhängigkeit von dem Fehler in der Phaseneichung (Gleichverteilung). Die Amplituden sind dabei auf $\pm 10\%$ genau kalibriert.

Die gezeigten Daten sind das Ergebnis von Simulationen mit den in Kapitel 3.1 angegebenen Parametern. Die Kreise geben die berechneten mittleren Energieunschärfen bei einer Beschleunigungsphase von 0° an; die angegebenen Standardabweichungen der Energieunschärfen resultieren aus den verschiedenen, möglichen Werten der Kalibrationsfehler der 16 Resonatoren innerhalb der jeweiligen Grenzen.

Energieunschärfe von $2 \cdot 10^{-3}$ unter der Annahme, daß die Amplituden auf $\pm 10\%$ genau kalibriert sind und daß die Mikrophonie $\sigma_f = 10$ Hz beträgt, ein zulässiger Fehler in der Phasenkalibration von $\pm 8^\circ$. Bei einer Mikrophonie von $\sigma_f = 50$ Hz beträgt der maximal zulässige Fehler nur $\pm 1.5^\circ$. Bei dem ersten Modul des TTF-Linearbeschleunigers konnte eine Mikrophonie von $\sigma_f \leq 10$ Hz realisiert werden. Ist diese auch bei den restlichen sieben Modulen erreichbar, so sind die Anforderungen an die Kalibration niedrig. Läßt sich im Mittel nur eine Mikrophonie von $\sigma_f \approx 50$ Hz realisieren, dann ergeben sich hingegen erhebliche Anforderungen an die Genauigkeit der Phaseneichung. Für den geplanten TESLA-Linearbeschleuniger, mit $N = 9856$ (616 Module) und einer belasteten Güte von $Q_L = 3 \cdot 10^6$, führt die geforderte Energieschärfe von $5 \cdot 10^{-4}$ zu ähnlichen Werten. Bei einer Mikrophonie von $\sigma_f = 10$ Hz erhält man aus der Gleichung (3.33), wiederum mit $(A_k)_{max} = 0,1$ für die Amplitudeneichung, einen zulässigen Fehler in der Phasenkalibrierung von $\pm 15^\circ$. Bei $\sigma_f = 50$ Hz beträgt dieser nur noch $\pm 2.8^\circ$.

Um die Phasen der Beschleunigungsfelder mit dieser Genauigkeit kalibrieren zu können, wurde ein Verfahren entwickelt, welches auf der Messung der strahlinduzierten Transienten beruht; siehe Kapitel 6.

3.3.2 Amplituden- und Phasenstabilität

Schwankungen in den Amplituden und den Phasen der Beschleunigungsfelder führen zu einer Energieunschärfe, die mit der Gleichungen (3.24) für nichtkorrelierte Fehler bzw. mit der Gleichung (3.26) für korrelierte Fehler berechnet werden kann. Aus der geforderten Energieschärfe läßt sich somit die zu erreichende Stabilität der Felder bestimmen. Diese

ist durch die Hochfrequenzregelung zu gewährleisten.

Um die benötigten Stabilitäten zu veranschaulichen, sind in den Abbildungen 3.17 und 3.18 relative Energieunschärfen aufgetragen, die für den Strahl des TTF-Linearbeschleunigers berechnet wurden. Die relativen Energieunschärfen sind dabei in Abhängigkeit von den nichtkorrelierten und korrelierten Amplituden- bzw. Phasenfehlern aufgetragen. Dabei werden jeweils zwei Bunchlängen ($\sigma = 1$ mm und $\sigma = 0.1$ mm) betrachtet. Als Stabilität der Injektionsphase der Bunche wurde $\sigma_B = 0.5^\circ$ ($\hat{=} 1$ ps) angenommen. Energiemodulationen durch Wakefelder wurden nicht mitberücksichtigt (Injektor I). Wie erwartet zeigt sich, daß bereits eine mittlere Beschleunigungsphase von $\Phi_b = \Phi_s - \Phi_i + \phi = 1^\circ$ zu einer merklichen Verschlechterung der Energieschärfe führt. Zudem ist die lineare Abhängigkeit der relativen Energieunschärfe von dem Amplitudenfehler und die nichtlineare Abhängigkeit von dem Phasenfehler zu erkennen.

Als Beispiel sei nun angenommen, daß die geforderte Energieunschärfe von $2 \cdot 10^{-3}$ am TTF-Beschleuniger bei einer mittleren Beschleunigungsphase von $\Phi = 0^\circ$ und einer Bunchlänge von $\sigma = 1$ mm zu gleichen Teilen aus korrelierten und nichtkorrelierten Fehlern resultiere. Nimmt man weiter an, daß diese Anteile wiederum zu jeweils 50% aus den Amplituden- und Phasenfehlern entstehen, so ergeben sich aus den Gleichungen (3.24) und (3.26) die folgenden Anforderungen an die Stabilität der Felder in den Resonatoren des TTF-Linearbeschleunigers: die korrelierten Fehler sind durch die Regelung auf $\sigma_A \leq 1 \cdot 10^{-3}$ in der Amplitude und $\sigma_\delta \leq 1.6^\circ$ in der Phase zu unterdrücken. Für die nichtkorrelierten Fehler ist $\sigma_A \leq 8 \cdot 10^{-3}$ und $\sigma_\delta \leq 5.7^\circ$ zu erreichen. Nimmt man an, daß jeweils die Felder von 16 Resonatoren zusammen geregelt werden, so folgt aus diesen Werten, bei Vernachlässigung der Eichfehler in den Vektorsumme, daß für eine relative Energieunschärfe von $2 \cdot 10^{-3}$ die Vektorsumme auf $\sigma_A \leq 1 \cdot 10^{-3}$ und $\sigma_\delta \leq 1.6^\circ$ für korrelierte Fehler bzw. $\sigma_A \leq 2 \cdot 10^{-3}$ und $\sigma_\delta \leq 1.4^\circ$ für nichtkorrelierte Fehler zu stabilisieren ist.

Die gleiche Betrachtung für den Strahl des TESLA-Linearbeschleunigers ($N = 9856$) ergibt, daß für eine Energieunschärfe von $\sigma_E/E \leq 7 \cdot 10^{-4}$ die korrelierten Fehler in den Feldern der Resonatoren auf $\sigma_A \leq 2 \cdot 10^{-4}$ und $\sigma_\delta \leq 0.4^\circ$ zu unterdrücken sind¹¹ und die nichtkorrelierten Fehler auf $\sigma_A \leq 2 \cdot 10^{-2}$ sowie $\sigma_\delta \leq 9.5^\circ$.

Es ist offensichtlich, daß insbesondere die maximal tolerierbaren korrelierten Fehler eine erhebliche Herausforderung an die Hochfrequenzregelung darstellen, zumal die oben genannten Werte für eine Beschleunigungsphase von 0° gelten, und somit nur Obergrenzen der erlaubten Fehler darstellen. Im Kapitel 7 wird gezeigt, daß die erforderliche Vektorsummenstabilität bei dem TTF-Linearbeschleuniger durch eine selbst-anpassende Vorkompensation, die eine Rückkopplungsregelung unterstützt, erreicht werden kann.

¹¹Die $\sigma_E/E \leq 7 \cdot 10^{-4}$ ergeben sich aus $\sigma_E/E \leq 5 \cdot 10^{-4}$ Energieunschärfe innerhalb der Pulse und einer Energieunschärfe von $\sigma_E/E \leq 5 \cdot 10^{-4}$ von Bunch zu Bunch.

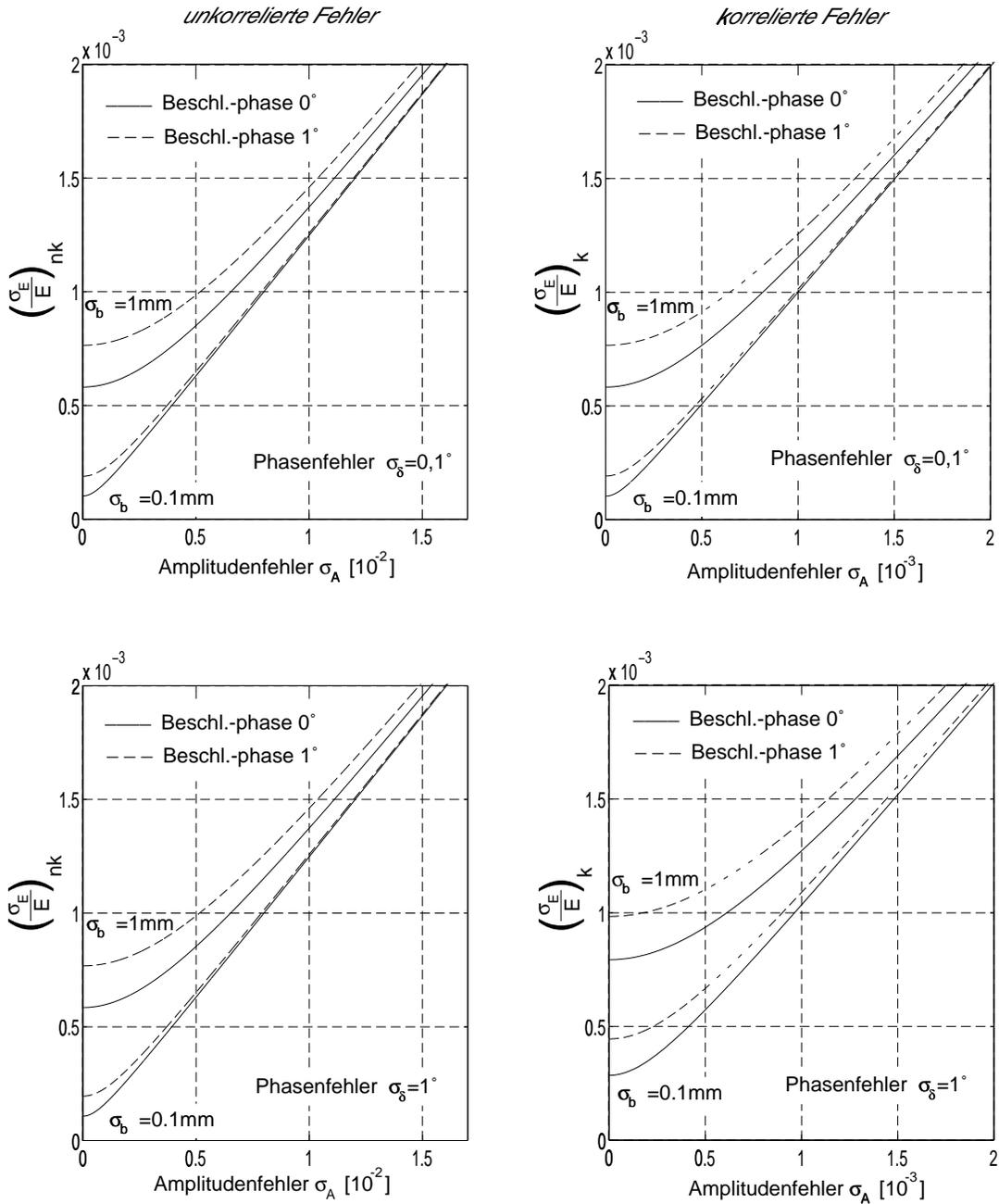


Abbildung 3.17: Relative Energieunschärfe auf Grund von unkorrelierten Amplitudenfehlern (links) bzw. korrelierten Amplitudenfehlern (rechts) in den Beschleunigungsspannungen bei dem TTF-Linearbeschleuniger. Die gezeigten Kurven wurden mit den Gleichungen (3.24) bzw. (3.26) berechnet. Die oberen beiden Kurven jedes Graphen gelten für eine rms-Bunchlänge $\sigma = 1$ mm, die unteren beiden jeweils für $\sigma = 0.1$ mm. Ferner wurde angenommen: $\overline{E}_{inj} = 10$ MeV, $\sigma_{E_{inj}} = 80$ keV, $\overline{E}_{ges} = 960$ MeV, $N = 64$ und $\sigma_B = 0.5^\circ$ ($\hat{=} 1$ ps). Die Wirkung von Wakefeldern wurde nicht mitberücksichtigt.

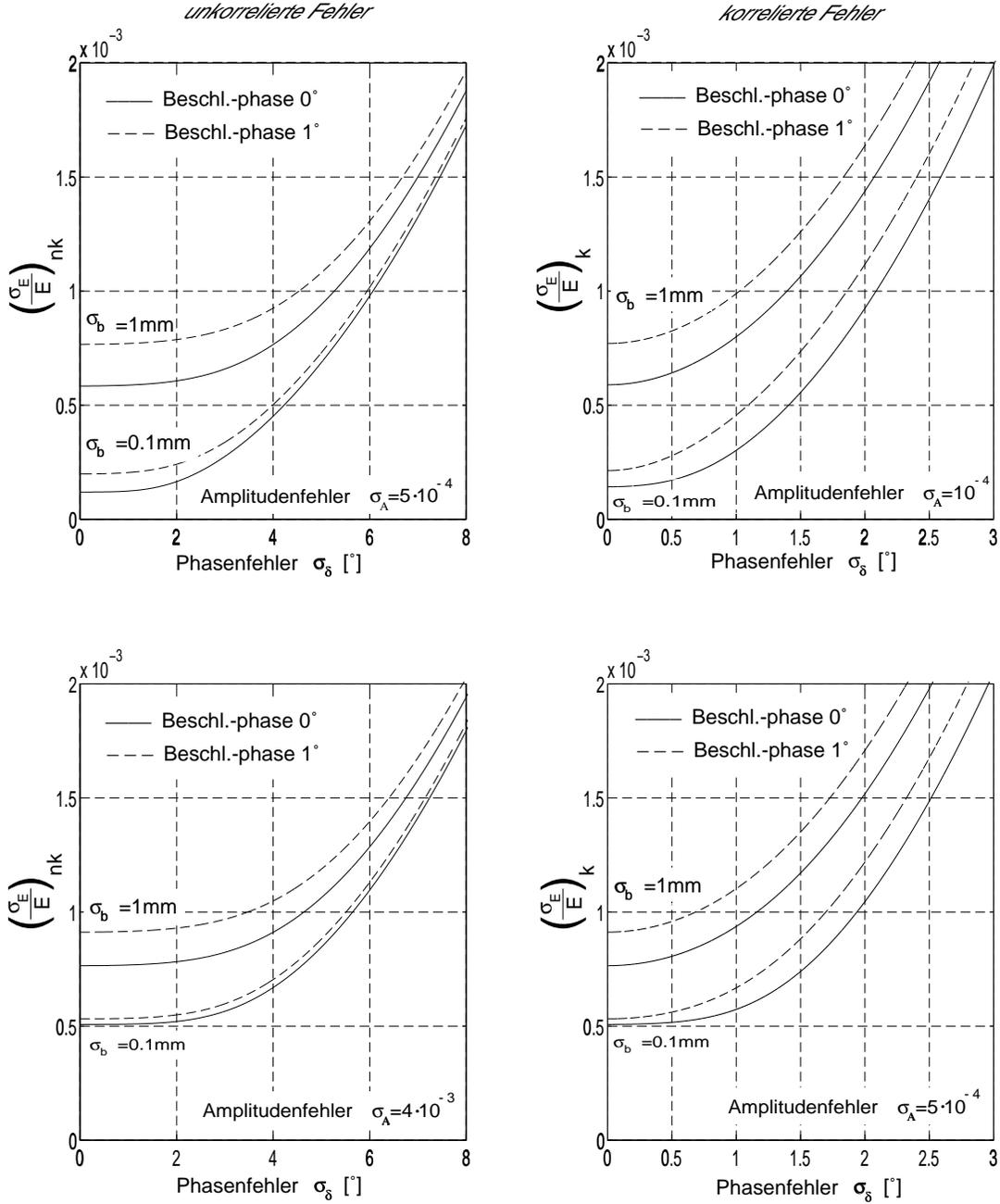


Abbildung 3.18: Relative Energieunschärfe auf Grund von unkorrelierten Phasenfehlern (links) bzw. korrelierten Phasenfehlern (rechts) in den Beschleunigungsspannungen bei dem TTF-Linearbeschleuniger. Die gezeigten Kurven wurden mit den Gleichungen (3.24) bzw. (3.26) berechnet. Die oberen beiden Kurven jedes Graphen gelten für eine rms-Bunchlänge $\sigma = 1\text{mm}$, die unteren beiden jeweils für $\sigma = 0.1\text{mm}$. Ferner wurde angenommen: $\bar{E}_{inj} = 10\text{MeV}$, $\sigma_{E_{inj}} = 80\text{keV}$, $\bar{E}_{ges} = 960\text{MeV}$, $N = 64$ und $\sigma_B = 0.5^\circ$ ($\hat{=} 1\text{ps}$). Die Wirkung von Wakefeldern wurde nicht mitberücksichtigt.

4 Theorie zur Strahlbeschleunigung in supraleitenden Hohlraumresonatoren

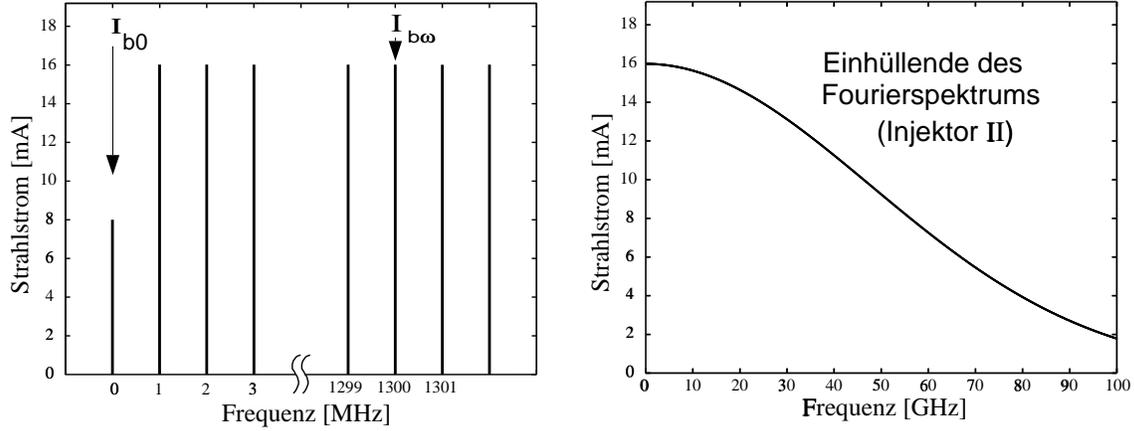


Abbildung 4.1: Fourierfrequenzspektrum des Elektronenstrahls des Injektors II. Es ist eine gaußförmige Dichteverteilung der Elektronen in den einzelnen Bunchen angenommen ($\sigma_t = 3.3$ ps).

Der linke Graph zeigt die Gleichstromkomponente I_{b0} des Spektrums sowie die Hochfrequenzkomponente $I_{b\omega}$ bei der Betriebsfrequenz von 1.3 GHz.

Rechts ist die Einhüllende des Fourierfrequenzspektrums gezeichnet.

Der Strahlstrom der TTF-Injektoren besteht aus äquidistanten Bunchen (siehe Abbildung 2.2). Dabei beträgt der zeitliche Abstand der Bunchen bei dem Injektor I

$\Delta T_b = 4.6$ ns und bei dem Injektor II $\Delta T_b = 1$ μ s. Zur Beschleunigung der Bunchen in den supraleitenden Resonatoren werden Hochfrequenzfelder mit einer Frequenz ω_{HF} verwendet. Es ist offensichtlich, daß diese Betriebsfrequenz ein ganzzahliges Vielfaches der Bunchfolgefrequenz $\omega = 2\pi/\Delta T_b$ sein muß, um die einzelnen Bunchen in gleicher Weise, d.h. mit gleicher Phase, zu beschleunigen. Die Betriebsfrequenz beträgt bei dem TTF-Linearbeschleuniger $f_{HF} = \omega_{HF}/(2\pi) = 1.3$ GHz. Entsprechend ist bei der Betrachtung der strahlinduzierten Felder in der Beschleunigungsmode die Fourierkomponente $I_{b\omega}$ des Strahlstroms bei der Betriebsfrequenz ω_{HF} zu berücksichtigen.

Dazu sei nun angenommen, daß der Strom eines einzelnen Bunches im Intervall $[-\Delta T_b/2, \Delta T_b/2]$ durch eine Gaußfunktion beschrieben werden kann:

$$I_{bunch}(t) = \frac{q_b}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right) = I_s \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (4.1)$$

Dabei steht q_b für die Bunchladung. Die Standardabweichung der Gaußkurve, d.h. die rms-Bunchlänge, ist gegeben durch σ_t . Beträgt der äquidistante Abstand der Bunchen ΔT_b , so

läßt sich der resultierende periodische Verlauf des Strahlstroms I_{strahl} in eine Fourierreihe entwickeln:

$$I_{strahl}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left\{ a_n \cos\left(\frac{n2\pi t}{\Delta T_b}\right) + b_n \sin\left(\frac{n2\pi t}{\Delta T_b}\right) \right\} \quad , \quad (4.2)$$

wobei für die zugehörigen Fourierkoeffizienten gilt:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{\Delta T_b} \int_{-\Delta T_b/2}^{+\Delta T_b/2} I_{bunch}(t) \cos\left(\frac{n2\pi t}{\Delta T_b}\right) dt \approx 2 \frac{I_s \sqrt{2\pi} \sigma_t}{\Delta T_b} \exp\left(-\frac{n^2 2\pi^2 \sigma_t^2}{\Delta T_b^2}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n &= \frac{2}{\Delta T_b} \int_{-\Delta T_b/2}^{+\Delta T_b/2} I_{bunch}(t) \sin\left(\frac{n2\pi t}{\Delta T_b}\right) dt = 0 \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (4.3)$$

Das resultierende Fourierspektrum des Elektronenstrahls ist in der Abbildung 4.1 für den Strahl des Injektors II gezeigt. Die einzelnen Linien liegen auf Grund der Wiederholfrequenz der Bunche in einem Abstand von jeweils 1 MHz. Die kurze Bunchlänge führt dazu, daß die Amplitude der Fourierkoeffizienten erst oberhalb von einigen GHz merklich abnimmt.

Aus dem Spektrum ergibt sich somit eine Gleichstromkomponente des Strahls von:

$$I_{b0} = \frac{a_0}{2} = \frac{I_s \sqrt{2\pi} \sigma_t}{\Delta T_b} = \frac{q_b}{\Delta T_b} \quad . \quad (4.4)$$

Wie zu erwarten gibt diese gerade den mittlere Strahlstrom an. Ist die Bunchlänge erheblich kleiner als der Abstand der Bunche, d.h. $\sigma_t \ll \Delta T_b$, so gilt für die Fourierkomponente des Strahlstroms bei der Betriebsfrequenz $f_{HF} = \omega_{HF}/(2\pi) = 1300$ MHz:

$$I_{b\omega} = a_{1300} \approx 2 \cdot I_{b0} \quad . \quad (4.5)$$

In den folgenden Betrachtungen ist es daher möglich, den gepulsten Strahlstrom durch einen Generator darzustellen, der bei einer Frequenz von ω_{HF} eine Amplitude der Schwingung von $I_{b\omega}$ hat. Es ist jedoch zu beachten, daß dabei die Feinstruktur (siehe Abbildung 4.9), die dem Resonatorfeld durch die einzelnen Bunche aufgeprägt wird, nicht mitbetrachtet wird. Die Ladungen der einzelnen Bunche werden in der Beschreibung durch einen Generator quasi auf die Schwingungen des Generatorstroms verteilt, so daß sich bei Mittelung über die Zeitspanne ΔT_b die gleiche Wirkung, d.h. das gleiche induzierte Feld, ergibt. Im Kapitel 4.2 wird hingegen das induzierte Feld einzelner Bunche und das von einem Bunchzug induzierte Feld betrachtet.

4.1 Mathematisches Modell eines Resonators mit Strahlbelastung

Hohlraumresonatoren haben eine Vielzahl von Schwingungsmoden. Jede dieser Moden kann durch einen angepaßten LCR-Schwingkreis repräsentiert werden [Mon 48]. Zur Beschleunigung eines Strahls wird die TM_{01} -Mode verwendet, da diese ein longitudinales elektrisches Feld besitzt und auf der Strahlachse das magnetische Feld verschwindet. Durchquert ein geladenes Teilchen eine Zelle eines Resonators, so wird es durch ein zeit- und ortsabhängiges elektrisches Feld beschleunigt: $E_z(z, t) = E(z) \cos(\omega_{HF}t)$. Um dieses zu berücksichtigen, sei die wirksame Beschleunigungsspannung U_{acc} derart definiert, daß sie den durch die Ladung des Teilchens dividierten, effektiven Energiegewinn des Teilchens in der Zelle angibt. Die wirksame Beschleunigungsspannung hängt von der Geschwindigkeit der Teilchen ab, da diese die Zeit bestimmt, die das Teilchen zum Durchqueren der Zelle benötigt. Betrachtet man allerdings relativistische Teilchen ($v \approx c$), so hängt die Beschleunigungsspannung nicht mehr von der Energie der Teilchen ab; nur dieser Fall sei im folgenden betrachtet. Der Energiegewinn eines Teilchens ist am größten, wenn es gerade dann die Mitte der Resonatorzelle erreicht, wenn das elektrische Wechselfeld sein Maximum annimmt ("on crest" Beschleunigung). Die dabei erreichte maximale Beschleunigungsspannung sei mit \hat{U} bezeichnet. Durchquert ein Teilchen, welches um eine Zeitdifferenz Δt_b relativ zu dem Teilchen mit maximaler Beschleunigung versetzt ist, die Resonatorzelle, so wird dieses durch folgende Spannung in der Zelle beschleunigt (siehe Anhang B):

$$U_{acc} = \hat{U} \cos(\omega_{HF} \Delta t_b) = \hat{U} \cos(\Phi_b) \quad . \quad (4.6)$$

Dabei wird der Zeitdifferenz Δt_b eine Phase $\Phi_b = \omega_{HF} \Delta t_b$ zugeordnet, die im folgenden als Beschleunigungsphase ¹ bezeichnet wird. Bei $\Phi_b = 0^\circ$ wird das Teilchen folglich maximal beschleunigt.

Aus Kostengründen sind bei den TESLA-Resonatoren neun Zellen gekoppelt. Dieses erlaubt es, die Zellen eines solchen neunzelligen Resonators gemeinsam durch nur einen Hochleistungskoppler mit HF-Leistung zu versorgen. In der Abbildung 4.2 ist ein LCR-Schwingkreismodell eines neunzelligen Resonators mit magnetischer Kopplung der einzelnen Zellen gezeigt. Jeder der einzelnen neun Schwingkreise repräsentiert die TM_{01} -Mode der jeweiligen Zelle. Durch die Kopplung der Schwingungen ergeben sich neun Beschleunigungsmoden eines solchen Resonators, die unterschiedliche Resonanzfrequenzen haben, wie die Abbildung 4.3 für die TESLA-Resonatoren zeigt. Die Moden werden dabei entsprechend der Phasendifferenz der Schwingungen von Zelle zu Zelle bezeichnet. Bei der Beschleunigung der Elektronen am TTF-Linearbeschleuniger wird die π -Mode verwendet, so daß im folgenden nur diese Beschleunigungsmoden betrachtet werden. Ein Resonator kann somit durch einen LCR-Parallelschwingkreis beschrieben werden, d.h. ein Widerstand, ein Kondensator und eine Spule sind parallelgeschaltet, wie in der Abbildung 4.4 gezeigt. In

¹Die Phase Φ_b wird häufig auch als Strahlphase bezeichnet. Diese Bezeichnung ist jedoch irreführend, da der Strahl an sich keine Phase besitzt, und wird daher in dieser Arbeit vermieden.

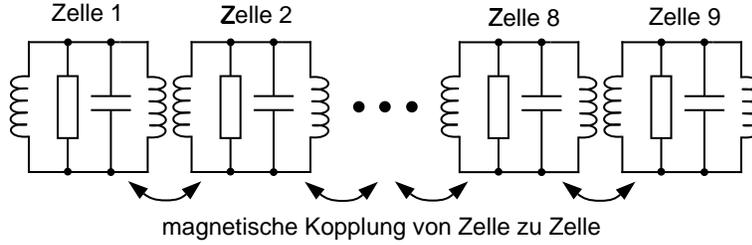


Abbildung 4.2: Ersatzschaltbild eines neunzelligen Resonators. Die einzelnen Zellen sind magnetisch gekoppelt.

der π -Mode schwingen die Felder benachbarter Zellen genau gegenphasig. Dementsprechend ist der Abstand der Mitten benachbarter Zellen so bemessen, daß ein hochrelativistisches Elektron gerade eine halbe Periodendauer benötigt, um diese Strecke zurückzulegen. Das Teilchen wird folglich in den einzelnen Zellen eines Resonators mit gleicher Phase Φ_b beschleunigt.

Wird ein Resonator durch einen LCR-Schwingkreis dargestellt, so sind die Werte des Widerstandes R_0 , der Kapazität C und der Induktivität L durch die Eigenschaften des Resonators bestimmt. So gibt die Resonanzfrequenz der π -Mode des Resonators die Resonanzfrequenz des Schwingkreises vor, die im ungedämpften Fall gegeben ist durch:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad . \quad (4.7)$$

Oberflächenströme, die von dem Hochfrequenzfeld in den Resonatorwänden induziert werden, führen auch bei einem supraleitenden Resonator zu Verlusten. Diese Verlustleistung P_{diss} wird in dem Schwingkreis durch einen Widerstand R_0 berücksichtigt², derart das gilt:

$$P_{diss} = \frac{1}{2} \frac{\hat{U}^2}{R_0} \quad . \quad (4.8)$$

Um die Verluste bei den Feldschwingungen in einem Resonator zu quantifizieren, wird eine Güte definiert:

$$Q = 2\pi \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega_0 W}{P} \quad . \quad (4.9)$$

Dabei steht W für die im Resonator gespeicherte Energie und P für die Verlustleistung, welche in die jeweils betrachtete Güte eingeht. Berücksichtigt man nur die durch die

²In der Beschleunigerphysik wird häufig ein Widerstand definiert, der doppelt so groß ist, wie der hier verwendete. Diese Definition erlaubt, den Faktor „1/2“ zu eliminieren, ist aber bei der Betrachtung von Ersatzschaltbildern der Resonatoren unglücklich, und wird daher in dieser Arbeit nicht verwendet.

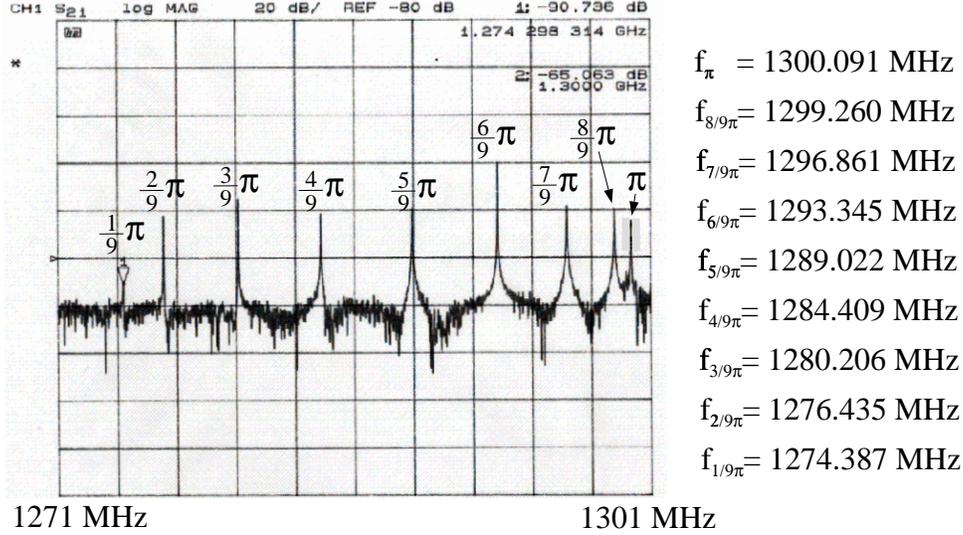


Abbildung 4.3: Beschleunigungsmoden eines neunzelligen TESLA-Resonators [Krebs].

Oberflächenströme verursachten Verluste P_{diss} in den Resonatorwänden, so erhält man die sogenannte unbelastete Güte eines Resonators (mit $W = 1/2C\hat{U}^2$ für LCR-Kreis):

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W}{P_{diss}} = \omega_0 R_0 C = \frac{R_0}{L\omega_0} = R_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \quad . \quad (4.10)$$

Daraus folgt nun:

$$\frac{r}{Q} := \frac{R_0}{Q_0} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad , \quad (4.11)$$

wobei die so definierte normierte Shunt-Impedanz ($\frac{r}{Q}$) eines Resonators nur von seiner Geometrie abhängt und nicht von seinem Oberflächenwiderstand. Sie beträgt bei den TESLA-Resonatoren 520 Ω . Die Parameter der π -Mode der TESLA-Resonatoren sind in der Tabelle 4.1 zusammengestellt.

Durch die Angabe der Resonanzfrequenz ω_0 , der unbelasteten Güte Q_0 sowie der normierten Shunt-Impedanz ($\frac{r}{Q}$) für den π -Mode eines Resonators ist somit der Wert des Widerstandes R_0 , der Kapazität C und der Induktivität L des Ersatzschaltbildes des Resonators eindeutig festgelegt. Die in einem Resonator gespeicherte Feldenergie W kann in Anhängigkeit von der normierten Shunt Impedanz angegeben werden:

$$W = \frac{1}{2}C\hat{U}^2 = \frac{\hat{U}^2}{2\omega_0(\frac{r}{Q})} \quad . \quad (4.12)$$

Somit ergibt sich, zum Beispiel, bei einem Gradienten von $\hat{U} = 25$ MV/m für die TESLA-Resonatoren eine gespeicherte Energie von $W = 73.5$ J.

Frequenz der π -Mode f_0	1300	MHz
Anzahl der Zellen	9	
Kopplung von Zelle zu Zelle	1.87	%
unbelastete Güte Q_0	$> 5 \cdot 10^9$	
(R/Q)	520	Ω
aktive Länge	1038	mm

Tabelle 4.1: Spezifikation der TESLA-Resonatoren.

4.1.1 Ersatzschaltbild eines Resonators, der an ein Klystron gekoppelt ist

Wird die π -Mode eines Resonators durch einen LCR-Parallelschwingkreis beschrieben, so können der Generator und der Strahl als Stromquellen dargestellt werden; siehe Abbildung 4.4. Wie oben diskutiert, ist der Strahlstrom dabei durch einen Generator mit der Amplitude $2I_{b0}$ und der Frequenz ω_{HF} zu modellieren, so daß gilt: $I_b = 2I_{b0} \cos(\omega_{HF}t)$. Die Leistung des Generators mit einer Betriebsfrequenz ω_{HF} wird - bei dem TTF-Linearbeschleuniger - durch einen Hohlleiter zu dem Resonator gebracht. Dieser Hohlleiter habe eine Leitungsimpedanz Z_0 . Die HF-Leistung wird in den Resonator über eine Antenne eingekoppelt. Dieser Einkoppler kann durch einen verlustfreien Transformator dargestellt werden, wie die Abbildung 4.4 zeigt. Hat der Koppler ein Transformationsverhältnis von 1:m, so gilt für die transformierten Spannungen U' und Ströme I' :

$$U' = m \cdot U \quad I' = \frac{1}{m} \cdot I \quad . \quad (4.13)$$

Gemäß diesen Gleichungen werden einlaufende wie auch auslaufende elektromagnetische Wellen transformiert. Um den Generator, bei dem TTF-Linearbeschleuniger ein Klystron, vor zurücklaufenden Wellen zu schützen, befindet sich in dem Hohlleiter ein Zirkulator. Dieser läßt zwar vom Generator zum Resonator laufende Wellen durch, vom Resonator kommende Wellen werden aber in eine Last geleitet. Vom Generator aus gesehen, ist die Leitung daher immer reflektionsfrei mit Z_0 abgeschlossen. Die Abbildung 4.5 zeigt das entsprechende Ersatzschaltbild.

Analog zu den Verlusten in den Resonatorwänden kann man auch den Verlusten P_{ext} in dieser externen Last einen Gütefaktor zuordnen. Die externe Güte ist definiert als:

$$Q_{ext} = 2\pi \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{externer Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega_0 W}{P_{ext}} \quad . \quad (4.14)$$

Der gesamte Verlustleistung

$$P_{ges} = P_{diss} + P_{ext} \quad (4.15)$$

ist somit die Summe der Verluste, die durch die Oberflächenströme entstehen - im Ersatzschaltbild durch R_0 berücksichtigt - und der Verluste, die aus der Energieauskopplung aus den Resonatoren resultiert. Dieses führt zu der belasteten Güte:

$$Q_L = 2\pi \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{gesamter Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega_0 W}{P_{ges}} \quad . \quad (4.16)$$

Aus den Gleichungen (4.14) (4.15) und (4.16) ergibt sich nun der folgende Zusammenhang zwischen den verschiedenen Güten:

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{ext}} \quad . \quad (4.17)$$

Bei supraleitenden Resonatoren ist gewöhnlich die externe Güte Q_{ext} um einige Größenordnungen kleiner als die unbelastete Güte, so daß $Q_L \approx Q_{ext}$ gilt. Die Verluste in den Resonatorwänden sind also klein gegen die Auskopplungsverluste.

Bei der Betrachtung des Ersatzschaltbildes eines gekoppelten Resonators ist es hilfreich, den Transformator im Ersatzschaltbild zu eliminieren. Dieses gelingt durch eine Transformation des Generators und der externen Last Z_0 auf die Resonatorseite. Aus der Gleichung (4.13) folgt, daß für die transformierte externe Last R_{ext} gilt:

$$R_{ext} = m^2 \cdot Z_0 \quad . \quad (4.18)$$

Wie die Abbildung 4.6 zeigt, liegt dieser transformierte Widerstand parallel zu R_0 , so daß die beiden Widerstände in dem Ersatzschaltbild durch einen Gesamtwiderstand R_L ersetzt werden können:

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_{ext}} \quad . \quad (4.19)$$

Somit folgt nun für die belastete Güte:

$$Q_L = \frac{\omega_0 W}{P_{ges}} = \omega_0 C R_L = \left(\frac{Q}{r}\right) R_L \approx \left(\frac{Q}{r}\right) m^2 Z_0 \quad , \quad (4.20)$$

wobei die Näherung nur für supraleitende Resonatoren gilt, da bei diesen $Q_L \ll Q_0$ erfüllt ist. Die Resonanzfrequenz des gedämpften Schwingkreises in der Abbildung 4.6 ist gegeben durch:

$$\omega_{res} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q_L^2}} \approx \omega_0 \quad . \quad (4.21)$$

Da bei Beschleunigern aus supraleitende Resonatoren die belastete Güte noch im Bereich von einigen 10^6 ist, gilt in sehr guter Näherung $\omega_{res} = \omega_0$.

In dem Ersatzschaltbild der Abbildung 4.6 „sehen“ Ströme, die aus dem Resonator auslaufen, die transformierte Last R_{ext} , so daß dieses Verhalten weiterhin richtig beschrieben wird. Bei der Transformation des Generators auf die Resonatorseite ist nun jedoch zu beachten, daß dieser in dem Ersatzschaltbild der Abbildung 4.6 durch das Auslassen des

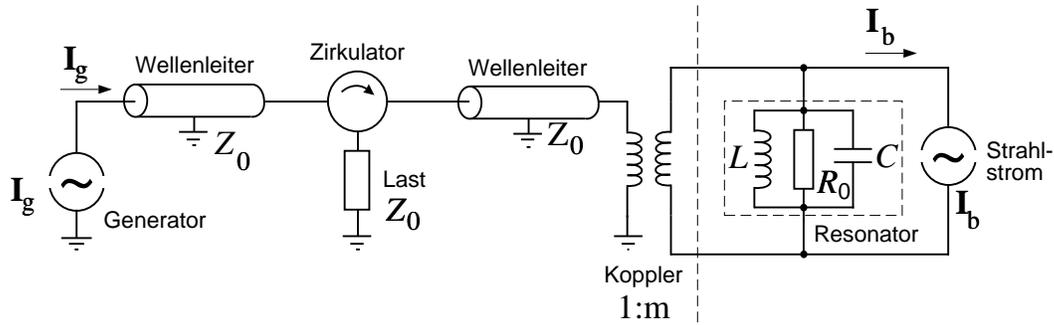


Abbildung 4.4: Modell eines Resonators, der über einen Koppler und einen Wellenleiter an ein Klystron gekoppelt ist. I_b stellt den Strahlstrom dar, der in Superposition zu dem Generatorstrom I_g elektromagnetische Schwingungen an- bzw. abregt.

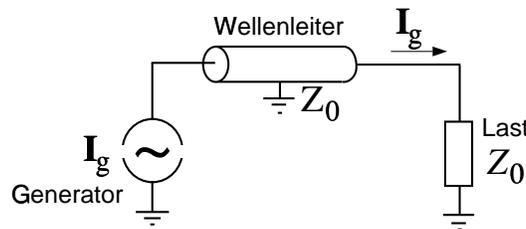


Abbildung 4.5: Resonator aus Sicht des Generators. Der Zirkulator bewirkt, daß es keine Wellen in den Generator zurücklaufen, so daß für diesen der Wellenleiter mit der Impedanz Z_0 abgeschlossen ist.

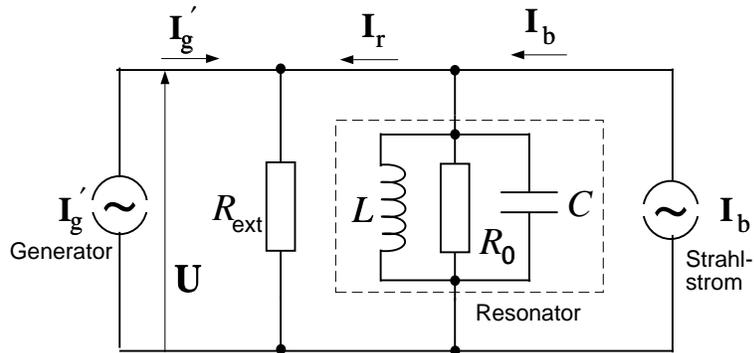


Abbildung 4.6: Modell eines Resonators mit transformiertem Generatorstrom und mit Strahlstrom. Die externe Last R_{ext} stellt die auf die Resonatorseite transformierte Wellenleiterimpedanz dar: $R_{ext} = m^2 \cdot Z_0$.

Zirkulators neben dem belasteten Resonator auch immer noch zusätzlich die transformierte Last R_{ext} „sieht“. Daher muß der Strom I'_g des transformierten Generators gerade doppelt so groß sein wie der transformierte Strom $\frac{1}{m}I_g$, um die gleiche Schwingung in dem LCR-Kreis des Resonators anzuregen. Die exakte, physikalisch-mathematische Begründung dieser Aussage ist in [Schi 98] zu finden. Es gilt also für den Strom I'_g des transformierten Generators:

$$I'_g = \frac{2}{m} \cdot I_g \quad . \quad (4.22)$$

Aus der Abbildung 4.5 folgt, daß die Leistung des Generators durch $P_g = \frac{1}{2}Z_0I_g^2$ gegeben ist. Damit folgt aus den Gleichungen (4.18) und (4.22):

$$P_g = \frac{1}{2}Z_0I_g^2 = \frac{1}{8}R_{ext}(I'_g)^2 \quad . \quad (4.23)$$

4.1.2 Differentialgleichung eines Resonators mit Strahlbelastung

Die Differentialgleichung des LCR-Schwingkreises in der Abbildung 4.6 kann aus dem Kirchhoffschen Gesetz hergeleitet werden:

$$I_c + I_{R_L} + I_L = I'_g + I_b \quad . \quad (4.24)$$

Mit den Formeln $\dot{I}_c = C\ddot{U}$, $\dot{I}_{R_L} = \dot{U}/R_L$ und $\dot{I}_L = U/L$ folgt daraus die Differentialgleichung für den Schwingkreis:

$$C \cdot \ddot{U} + \frac{1}{R_L} \cdot \dot{U} + \frac{1}{L} \cdot U = \dot{I}'_g + \dot{I}_b \quad . \quad (4.25)$$

Definiert man die Bandbreite des Resonators gemäß:

$$\omega_{1/2} := \frac{1}{2R_L C} = \frac{\omega_0}{2Q_L} \quad , \quad (4.26)$$

und ersetzt den Strom des transformierten Generators mit der Gleichung (4.22) durch den Generatorstrom I_g , so erhält man die Differentialgleichung des elektrischen Zeitverhaltens eines Resonators:

$$\ddot{U} + 2\omega_{1/2} \cdot \dot{U} + \omega_0^2 \cdot U = 2R_L\omega_{1/2} \cdot \left(\frac{2}{m}\dot{I}_g + \dot{I}_b\right) \quad . \quad (4.27)$$

Diese Gleichung enthält nur noch Parameter des Resonators.

Zur Vereinfachung und Lösung dieser Differentialgleichung ist es zweckmäßig, nun auf eine komplexe Darstellung der Spannungen und Ströme überzugehen. Dabei seien die komplexen Hochfrequenzspannungen und Ströme durch \mathbf{U} bzw. \mathbf{I} repräsentiert. Bei der Regelung der Felder ist es nicht möglich, die Amplituden und Phasen jeder einzelnen 1.3 GHz Schwingung zu beeinflussen, sondern es wird nur die zeitlich langsam veränderliche Einhüllende des Hochfrequenzfeldes stabilisiert. Aus diesem Grunde soll nun aus

der Gleichung (4.27) eine Differentialgleichung der Einhüllenden des Hochfrequenzfeldes hergeleitet werden. Dabei seien im folgenden die komplexen Amplitudenvektoren der Einhüllenden durch ein Dach über dem fettgedruckten Großbuchstaben (z.B. $\hat{\mathbf{U}}$) dargestellt und deren Betrag durch ein Dach über dem Buchstaben (z.B. \hat{U}). Der Generatorstrom I_g , wie auch die Fourierkomponente $I_{b\omega}$ des Strahlstroms haben in ihrer Schwingung eine Zeitabhängigkeit $\cos(\omega_{HF}t)$. Es ist daher zweckmässig, in der komplexen Darstellung der Hochfrequenzspannungen und Ströme den schnell veränderlichen Term $e^{i\omega_{HF}t}$ abzuspalten.

$$\begin{aligned}\mathbf{U}(t) &= (U_r(t) + iU_i(t)) \cdot \exp(i\omega_{HF}t) \\ \mathbf{I}_g(t) &= (I_{gr}(t) + iI_{gi}(t)) \cdot \exp(i\omega_{HF}t) \\ \mathbf{I}_b(t) &= (I_{b\omega r}(t) + iI_{b\omega i}(t)) \cdot \exp(i\omega_{HF}t) = 2(I_{b0r}(t) + iI_{b0i}(t)) \cdot \exp(i\omega_{HF}t)\end{aligned}\quad (4.28)$$

Dabei sind die komplexen Amplitudenvektoren der Einhüllenden in diesem Fall durch ihren Real- und Imaginärteil angegeben. Für die zeitlich langsam veränderlichen Amplitudenvektoren der Einhüllenden gelten die Abschätzungen:

$$\begin{aligned}\ddot{U}_r + i\ddot{U}_i(t) &\ll \omega_{HF}^2(U_r(t) + iU_i(t)) \\ 2\omega_{1/2}(\dot{U}_r + i\dot{U}_i(t)) &\ll \omega_{HF}^2(U_r(t) + iU_i(t))\end{aligned}\quad (4.29)$$

Dieses ist durch die hohe Güte supraleitender Resonatoren gewährleistet, denn auf Grund dieser verläuft die Änderung in der Feldamplitude um Größenordnungen langsamer als eine HF-Periode der Schwingung. Für die Ableitungen der Ströme gilt eine Abschätzung in dieser Form nicht, da bei ihnen durchaus schnelle Änderungen, wie etwa beim Einschalten des Stromes, vorkommen können. Bei der Lösung der Differentialgleichung ist jedoch das Integral über die Ableitungen der Ströme entscheidend, für das gilt:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\dot{I}_r(t) + i\dot{I}_i(t)) dt \ll \int_{t_1}^{t_2} \omega_{HF} (I_r(t) + iI_i(t)) dt \quad (4.30)$$

Dieses ist beim Einschalten des Stromes schon für $t_2 - t_1 = 1 \mu\text{s}$ erfüllt (die Bandbreite des TTF-Klystrons beträgt 7 MHz [TTF CDR]). Verwendet man die Darstellung der Gleichung (4.28) für die Spannungen und Ströme in der Differentialgleichung (4.27), so erhält man eine Differentialgleichung für die komplexe Einhüllende der Hochfrequenzspannung. Unter Verwendung der Abschätzung (4.29) und bei Vernachlässigung der Ableitungen der komplexen Einhüllenden der Ströme (Gleichung (4.30)) ergibt sich eine Differentialgleichung erster Ordnung für die Enveloppe der Hochfrequenzspannung eines Resonators:

$$\begin{aligned}\dot{U}_r(t) + \omega_{1/2} \cdot U_r + \Delta\omega \cdot U_i &= \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q}\right) \cdot \left(\frac{1}{m} I_{gr} + I_{b0r}\right) \\ \dot{U}_i(t) + \omega_{1/2} \cdot U_i - \Delta\omega \cdot U_r &= \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q}\right) \cdot \left(\frac{1}{m} I_{gi} + I_{b0i}\right)\end{aligned}\quad (4.31)$$

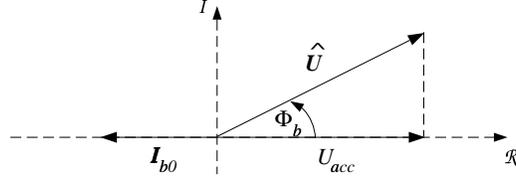


Abbildung 4.7: Vektordiagramm des komplexen Amplitudenvektors der Einhüllenden der Resonatorspannung und des Strahlstroms. Φ_b ist die Beschleunigungsphase, U_{acc} gibt die wirksame Beschleunigungsspannung an.

Dabei steht

$$\Delta\omega := \omega_0 - \omega_{HF} \quad (4.32)$$

für die Verstimmung des Resonators, für die in der Gleichung (4.31) angenommen ist, daß sie klein sei im Vergleich zu der Resonanzfrequenz ($\Delta\omega \ll \omega_0$).

4.1.3 Einlaufende und rücklaufende Leistung

Bei der Betrachtung induzierter Felder in den Resonatoren interessiert weniger der dazu benötigte Generatorstrom, als vielmehr die einlaufende Leistung des Generators. Ein Teil dieser Leistung wird an dem Einkoppler reflektiert; zum anderen wird auch Leistung aus dem Resonator ausgekoppelt. Beides zusammen ergibt eine zum Generator rücklaufende Welle und damit eine rücklaufende Leistung.

Zur Berechnung der ein- und rücklaufenden Leistungen sei folgende komplexe Darstellung des Amplitudenvektors der Einhüllenden der Spannung und des Stromes willkürlich aber fest gewählt:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{I}}_{b0} &= -I_{b0} \\ \hat{\mathbf{U}} &= \hat{U} \cos(\Phi_b) + i\hat{U} \sin(\Phi_b) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Dabei ist Φ_b die Beschleunigungsphase und somit $U_{acc} = \hat{U} \cos(\Phi_b)$ der wirksame Beschleunigungsgradient; siehe Abbildung 4.7. Setzt man dieses in die Differentialgleichung (4.31) ein, so kann man mit $\dot{U}_r = 0$ und $\dot{U}_i = 0$ die Generatorleistung ausrechnen, die notwendig ist, um eine Beschleunigungsspannung mit einer Amplitude \hat{U} bei einer Beschleunigungsphase Φ_b aufrecht erhalten zu können:

$$\begin{aligned} P_g &= P_{ein} = \frac{1}{2} Z_0 I_g^2 \\ &= \frac{\hat{U}^2}{8Q_L \frac{r}{Q}} \left\{ \left(1 + 2 \left(\frac{r}{Q} \right) Q_L \frac{\hat{I}_{b0}}{\hat{U}} \cos(\Phi_b) \right)^2 + \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}} + 2 \left(\frac{r}{Q} \right) Q_L \frac{\hat{I}_{b0}}{\hat{U}} \sin(\Phi_b) \right)^2 \right\} . \end{aligned} \quad (4.34)$$

Mittels dieser Gleichung kann nun für eine gegebene Spannung \hat{U} und einen gegebenen Strahlstrom \hat{I}_{b0} die optimale belastete Güte berechnet werden, d.h. die Güte, bei der die

benötigte Generatorleistung minimal wird. Für $\Delta\omega = 0$ ergeben sich für die optimale belastete Güte Q_L bzw. das optimale Transformationsverhältnis $1 : m$ des Kopplers die Gleichungen:

$$(Q_L)_{opt} = \frac{\hat{U}}{2\frac{r}{Q}\hat{I}_{b0}} \quad (4.35)$$

$$m_{opt} = \sqrt{\frac{\hat{U}}{2Z_0\hat{I}_{b0}}} \quad (4.36)$$

Damit beträgt die minimal benötigte Leistung, um bei einem Strahlstrom \hat{I}_{b0} eine Spannung \hat{U} aufrecht erhalten zu können (für $\Delta\omega = 0$):

$$(P_g)_{min} = \frac{1}{2}\hat{U}\hat{I}_{b0}(1 + \cos(\Phi_b)) \quad (4.37)$$

Bei einer Beschleunigung mit einer Phase $\Phi_b = 0^\circ$ wird somit im idealen Fall die gesamte Generatorleistung zur Beschleunigung des Strahls verwendet³. Es sei darauf hingewiesen, daß bei einer Vestimmung $\Delta\omega \neq 0$ des Resonators die benötigte Leistung zu Aufrechterhaltung des Feldes erheblich ansteigen kann, wie die Gleichung (4.34) zeigt. Mit $\dot{U}_r = 0$, $\dot{U}_i = 0$, $I_g = 0$ und $\Delta\omega = 0$ folgt aus der Gleichung (4.31) für die Amplitude der stationären Spannung, die von dem Strahl induziert wird:

$$\hat{U}_s = 2Q_L\left(\frac{r}{Q}\right)\hat{I}_{b0} \quad (4.38)$$

Somit ist bei der optimalen Kopplung ($Q_L = (Q_L)_{opt}$) das strahlinduzierte Feld gerade gleich dem Feld, das der Generator mit $P_g = (P_g)_{min}$ aufrecht erhält, d.h. es gilt $\hat{U} = \hat{U}_s$; siehe auch Abbildung 4.11. Für den TTF-Linearbeschleuniger sind in der Tabelle 4.2 die optimalen Parameter angegeben.

Aus der Energieerhaltung folgt:

$$P_g = P_{diss} + P_{rueck} + P_{strahl} + \frac{dW}{dt} \quad (4.39)$$

wobei P_{diss} die in den Resonatorwänden dissipierte Leistung, P_{rueck} die rücklaufende Leistung und P_{strahl} die zur Beschleunigung des Strahls verwendete Leistung darstellt. $\frac{dW}{dt}$ gibt die zeitliche Änderung der Feldenergie des Resonators an. Mit $\frac{dW}{dt} = 0$ erhält man für den stationären Fall als rücklaufende Leistung ($P_{diss} \ll P_{rueck} + P_{strahl}$ bei supraleitenden Resonatoren):

$$\begin{aligned} P_{rueck} &= P_g - P_{strahl} = P_g + \frac{1}{2}\Re\{\hat{\mathbf{U}} \cdot \hat{\mathbf{I}}_{b\omega}^*\} \\ &= P_g - \hat{U}\hat{I}_{b0} \cos(\Phi_b) \end{aligned} \quad (4.40)$$

³Dieses gilt offensichtlich nur bei supraleitenden Resonatoren, denn bei diesen ist die in den Resonatorwänden dissipierte Leistung vernachlässigbar klein.

Bei $\Delta\omega = 0$ und $Q_L = (Q_L)_{opt}$ läuft folglich keine Leistung zum Generator zurück.

\hat{U} [MV]	\hat{I}_{b0} [mA]	$(Q_L)_{opt}$	$(f_{1/2})_{opt}$ [Hz]	m_{opt}	Φ_b [°]	$(P_g)_{min}$ [kW]
15	8.0	$1.80 \cdot 10^6$	361	1867	0	120
25	8.0	$3.00 \cdot 10^6$	216	2410	0	200

Tabelle 4.2: Optimale belastete Güte der Resonatoren des TTF-Linearbeschleunigers bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen in den Resonatoren. Die angegebenen Werte sind mit den Gleichungen (4.35), (4.36) und (4.37) berechnet worden ($Z_0 = 269 \Omega$ [Sim]).

4.1.4 Einschwingverhalten eines gepulsten Resonators

Die Differentialgleichung (4.31), die das zeitliche Verhalten des Amplitudenvektors der Einhüllenden der HF-Spannung in einem Resonator beschreibt, kann in folgender Matrixform geschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_r(t) \\ \dot{U}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_{1/2} & -\Delta\omega \\ \Delta\omega & -\omega_{1/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_r(t) \\ U_i(t) \end{bmatrix} + \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{m} I_{gr}(t) + I_{b0r}(t) \\ \frac{1}{m} I_{gi}(t) + I_{b0i}(t) \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Definiert man nun die Matrizen bzw. Vektoren:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\omega_{1/2} & -\Delta\omega \\ \Delta\omega & -\omega_{1/2} \end{bmatrix} & \mathbf{B} &= \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \vec{x}(t) &= \begin{bmatrix} U_r(t) \\ U_i(t) \end{bmatrix} & \vec{u}(t) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{m} I_{gr}(t) + I_{b0r}(t) \\ \frac{1}{m} I_{gi}(t) + I_{b0i}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.42)$$

so kann die Differentialgleichung (4.41) in kompakter Form angegeben werden:

$$\dot{\vec{x}}(t) = \mathbf{A} \cdot \vec{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \vec{u}(t) \quad . \quad (4.43)$$

Man erhält auf diese Weise eine Darstellung der Differentialgleichung (4.31) im Zustandsraum⁴ ("state space"). Der Vorteil dieser Darstellung ist, daß die Lösung der Gleichung direkt angegeben werden kann. Bei einem zeitinvarianten System, d.h. bei einem System

⁴Jede Differentialgleichung, die ein lineares, zeitkontinuierliches System beschreibt, kann im Zustandsraum in durch folgende zwei Gleichungen dargestellt werden: $\dot{\vec{x}} = \mathbf{A} \cdot \vec{x} + \mathbf{B} \cdot \vec{u}$ und $\vec{y} = \mathbf{C} \cdot \vec{x} + \mathbf{D} \cdot \vec{u}$. Dabei sind \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , und \mathbf{D} zeitabhängige Matrizen. Der sogenannte Zustand des System im Zustandsraum wird durch den Vektor \vec{x} angegeben; \vec{u} ist der Vektor der Eingangsgrößen und \vec{y} der Vektor der Ausgangsgrößen des Systems. In dem hier betrachteten Fall gilt $\vec{y} = \vec{x}$, so daß die beiden allgemeinen Gleichungen zu einer Gleichung kombiniert werden können; siehe Gleichung (4.43).

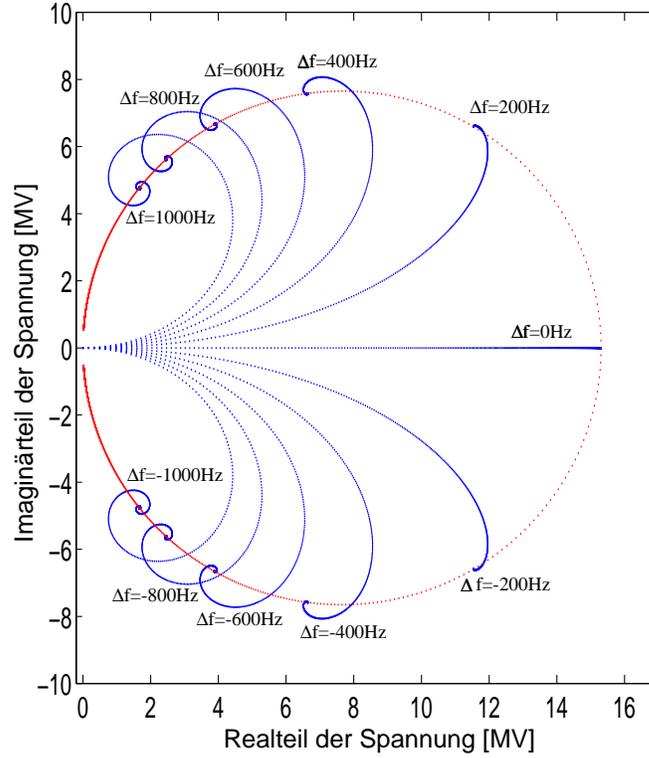


Abbildung 4.8: Transientes Verhalten eines Resonators bei konstanter Generatorleistung für ausgewählte Verstimmungen des Resonators ($P_g = 30 \text{ kW}$, $Z_0 = 269 \text{ } \Omega$, $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$, $f_{HF} = \omega_{HF}/(2\pi) = 1.3 \text{ GHz}$, $(r/Q) = 520 \text{ } \Omega$). Aufgetragen ist der komplexe Amplitudenvektor der Einhüllenden der HF-Spannung in dem Resonator. Die Spannung startet bei 0 MV und schwingt sich, je nach Verstimmung, auf einen anderen stationären Spannungsvektor ein; hier dargestellt durch den Kreis.

mit zeitlich konstanten Matrixen \mathbf{A} und \mathbf{B} , ist die allgemeine Lösung (für $t_0 = 0$) gegeben durch [Ludyk 95]:

$$\vec{x}(t) = \Phi(t) \cdot \vec{x}(0) + \int_0^t \Phi(t-t') \cdot \mathbf{B} \cdot \vec{u}(t') dt' \quad , \quad (4.44)$$

wobei für die Transitionsmatrix $\Phi(t)$ gilt:

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \mathbf{A} \right)^{-1} \right\} \Big|_t \quad . \quad (4.45)$$

\mathcal{L}^{-1} steht hierbei für die inverse Laplace-Transformation und s ist die Variable des Laplace-Raumes. Damit erhält man für die Gleichung (4.43) der Beschleunigungsspannung eines

Resonators:

$$\Phi(t) = e^{-\omega_{1/2}t} \begin{bmatrix} \cos(\Delta\omega t) & -\sin(\Delta\omega t) \\ \sin(\Delta\omega t) & \cos(\Delta\omega t) \end{bmatrix} . \quad (4.46)$$

Für den Spezialfall einer konstanten Eingangsleistung, d.h. eines konstanten Stroms:

$$u(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} I_{gr}(t) + I_{b0r}(t) \\ \frac{1}{m} I_{gi}(t) + I_{b0i}(t) \end{bmatrix} =: \begin{bmatrix} I_r \\ I_i \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

für $t \geq 0$ ($u(t) = 0$ für $t < 0$) kann nun die Gleichung (4.43) gelöst werden. Für die in diesem Fall angeregte Beschleunigungsspannung in einem Resonators gilt:

$$\begin{bmatrix} U_r(t) \\ U_i(t) \end{bmatrix} = \frac{\omega_{HF} \left(\frac{r}{Q}\right)}{\omega_{1/2}^2 + \Delta\omega^2} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{1/2} & -\Delta\omega \\ \Delta\omega & \omega_{1/2} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \mathbf{1} - \begin{bmatrix} \cos(\Delta\omega t) & -\sin(\Delta\omega t) \\ \sin(\Delta\omega t) & \cos(\Delta\omega t) \end{bmatrix} e^{-\omega_{1/2}t} \right\} \cdot \begin{bmatrix} I_r \\ I_i \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Diese Gleichung kann in komplexer Darstellung in eleganterer Form angegeben werden:

$$\hat{\mathbf{U}} = \frac{2 \left(\frac{r}{Q}\right) Q_L \hat{\mathbf{I}}}{1 - i \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}} \left(1 - e^{-(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)t}\right) . \quad (4.49)$$

Die Abbildung 4.8 zeigt den Anstieg der Beschleunigungsspannung in einem verstimmt Resonator bei konstanter Generatorleistung, dargestellt durch einen Spannungsvektor in der komplexen Ebene. Dieses Einschwingverhalten wird in der Regelungstheorie auch als Sprungantwort des Systems, in diesem Fall eines Resonators, auf eine Sprungfunktion als Eingangsgröße bezeichnet. In dem hier betrachteten Fall ist die Sprungfunktion der Eingangsgröße der für $t \geq 0$ konstante Strom. Die als komplexe Größe dargestellte Spannung in dem Resonator steigt in den ersten Mikrosekunden immer in Richtung des Generatorstromes an, in der Abbildung 4.8 entlang der realen Achse, unabhängig von der Verstimmung $\Delta f = \Delta\omega/(2\pi)$ des Resonators. Daher kann durch Messung dieses Anfangswinkels der Spannung in der komplexen Ebene der Phasenvorschub der Rückkopplungsregelung bis auf ein Vielfaches von 2π bestimmt und eingestellt werden, um eine Rückkopplung zu erreichen; siehe Kapitel 6. Definiert man nun den Verstimmungswinkel

$$\tan(\psi) := \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}} = 2Q_L \frac{\Delta\omega}{\omega_0} , \quad (4.50)$$

so gilt für die stationäre Beschleunigungsspannung ($t \rightarrow \infty$) in einem Resonator:

$$\hat{U}_{stat} = |\hat{\mathbf{U}}|_{t \rightarrow \infty} = \frac{2 \left(\frac{r}{Q}\right) Q_L \hat{I}}{\sqrt{1 + \tan^2(\psi)}} . \quad (4.51)$$

Wie die Abbildung 4.8 zeigt, läuft die Spannung spiralförmig auf diesen Endwert zu. Die Spiralform resultiert dabei aus den gedämpften Kosinus- und Sinustermen der Gleichung

(4.48). Die Gleichung (4.49) beschreibt für $t \rightarrow \infty$ als Funktion der Verstimmung $\Delta\omega$ einen Kreis, siehe Abbildung 4.8. In der komplexen Ebene liegt zwischen dem stationären Spannungsvektor und der Richtung des Generatorstroms der Verstimmungswinkel ψ . An dieser Stelle wird auch einsichtig, warum $\omega_{1/2}$ als Bandbreite eines Resonators bezeichnet wird. Bei einer Verstimmung $\Delta\omega = \omega_{1/2}$ des Resonators ist die Amplitude \hat{U}_{stat} der stationären Spannung gerade auf $1/\sqrt{2}$ der maximalen stationären Spannung bei $\Delta\omega = 0$ abgefallen, d.h. die gespeicherte Energie ist nur noch halb so groß wie im unverstimmten Fall.

4.2 Beschleunigung einzelner Strahlpakete

Ein Elektronenbunch, der einen Resonator durchfliegt, induziert in diesem ein elektromagnetisches Feld. Die in der Beschleunigungsmode direkt nach dem Durchqueren des Resonators induzierte Spannung sei mit \hat{U}_b bezeichnet. Ein Bruchteil f dieser Spannung wirkt dabei auch auf den induzierenden Bunch; er „sieht“ also die effektive Spannung $\tilde{U}_b := f\hat{U}_b$. Zur Berechnung des Bruchteils f sei nun angenommen, daß ein zweiter Bunch den Resonator durchfliegt. Der zeitliche Abstand der beiden Bunche sei $\Delta T_b = (n2\pi + \theta_b)/\omega_0$, also ein n -faches der Resonanzfrequenzperiode plus einer zusätzlichen Zeit θ_b/ω_0 . θ_b ist dabei ein beliebiger Winkel. Wenn der Feldabfall in der Zeit ΔT_b vernachlässigbar klein ist, so ergibt sich direkt nach der Durchquerung des zweiten Bunches für die Spannung, die von den beiden Bunchen induziert wird:

$$\hat{U} = \hat{U}_b e^{i(n2\pi + \theta_b)} + \hat{U}_b = \hat{U}_b (1 + e^{i\theta_b}) \quad . \quad (4.52)$$

War der Resonator vor den Durchquerungen durch die beiden Bunche feldfrei, so beträgt die Feldenergie direkt danach:

$$W = \frac{\hat{U}^2}{2\omega_0 \left(\frac{r}{Q}\right)} = \frac{\hat{U}_b^2}{\omega_0 \left(\frac{r}{Q}\right)} (1 + \cos(\theta_b)) \quad . \quad (4.53)$$

Andererseits verlieren die Elektronen der beiden Bunche dabei zusammen die Energie:

$$\Delta E = 2q_b \tilde{U}_b + q_b \hat{U}_b \cos(\theta_b) \quad , \quad (4.54)$$

da auf den ersten Bunch der Bruchteil \tilde{U}_b der von ihm induzierten Spannung wirkt und der zweite Bunch neben \tilde{U}_b auch noch die von dem ersten Bunch induzierte Spannung „sieht“. Aus der Energieerhaltung folgt, daß die Feldenergie W und der Energieverlust ΔE der Bunche gleich sein müssen. Dieses ist nur dann für beliebige Winkel θ_b erfüllt, wenn gilt:

$$\hat{U}_b = \omega_0 \left(\frac{r}{Q}\right) q_b \quad f = \frac{1}{2} \quad . \quad (4.55)$$

Das induzierte Feld hängt also nicht von der belasteten Güte des Resonators ab. Diese Berechnungen zeigen, daß die Elektronen eines Bunches im Mittel genau die Hälfte der

Spannung „sehen“, die der Bunch induziert.

Diese genaue Betrachtung der induzierten Spannungen ergibt daher für die wirksame Spannung, mit der die Elektronen eines Bunches im Mittel in einem Resonator beschleunigt werden, die Gleichung:

$$U_{acc} = \hat{U} \cos(\Phi_b) - \frac{\omega_0}{2} \left(\frac{r}{Q} \right) q_b \quad . \quad (4.56)$$

Dabei steht \hat{U} für die Amplitude der generatorinduzierten Spannung und Φ_b für die Beschleunigungsphase.

Mit der Gleichung (4.55) für die induzierte Spannung eines Bunches kann nun die Spannung berechnet werden, die ein Bunchzug induziert. Dazu sei angenommen, daß die einzelnen Bunche einen konstanten Abstand von ΔT_b zueinander haben. Gemäß den Gleichungen (4.44) und (4.46) ändert sich die bereits induzierte Spannung in einem Resonator innerhalb eines Bunchabstandes ΔT_b um einen Faktor $e^{-(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)\Delta T_b}$. Die Frequenz ω_{HF} des Generators wird dabei als Referenz verwendet. Der Abstand der Bunche ΔT_b ist ein Vielfaches der Periode der Hochfrequenz des Generators. Damit ergibt sich für die stationäre Spannung ($t \rightarrow \infty$), die ein Bunchzug in einem Resonator induziert, die geometrische Reihe:

$$\begin{aligned} \hat{U}_{s,stat} &= \hat{U}_b \left(1 + e^{-\omega_{1/2}\Delta T_b} e^{i\Delta\omega\Delta T_b} + e^{-\omega_{1/2}2\Delta T_b} e^{i2\Delta\omega\Delta T_b} + \dots \right) = \frac{\hat{U}_b}{1 - e^{-\omega_{1/2}\Delta T_b} e^{i\Delta\omega\Delta T_b}} \\ &\approx \frac{\hat{U}_b}{\omega_{1/2}\Delta T_b - i\Delta\omega\Delta T_b} \quad . \end{aligned} \quad (4.57)$$

Die angegebene Näherung gilt dabei für $\omega_{1/2}\Delta T_b \ll 1$ und $\Delta\omega\Delta T_b \ll 1$. Dieses ist bei supraleitenden Resonatoren normalerweise erfüllt. Mit dem mittleren Stahlstrom $I_{b0} = q_b/\Delta T_b$ folgt nun:

$$\hat{U}_{s,stat} \approx \frac{2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\hat{I}_{b0}}{1 - i\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}} \quad . \quad (4.58)$$

Damit läßt sich die Spannung berechnen, die ein Bunchzug der Länge t in einem Resonator induziert. Für $t = n\Delta T_b$ folgt aus der Gleichung (4.57):

$$\begin{aligned} \hat{U}_s(t) &= \hat{U}_{s,stat} - \hat{U}_b \left(e^{-\omega_{1/2}t} e^{i\Delta\omega t} + e^{-\omega_{1/2}t} e^{-\omega_{1/2}\Delta T_b} e^{i\Delta\omega t} e^{i\Delta\omega\Delta T_b} + \dots \right) \\ &= \hat{U}_s \left(1 - e^{-\omega_{1/2}t} e^{i\Delta\omega t} \right) \\ &\approx \frac{2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\hat{I}_{b0}}{1 - i\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}} \left(1 - e^{-(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)t} \right) \quad . \end{aligned} \quad (4.59)$$

Dieses Ergebnis stimmt mit der Gleichung (4.51) überein, bei der zur Berechnung der strahlinduzierten Spannung von der Fourierkomponente $I_{b\omega}$ des Strahls bei der Betriebsfrequenz ω_{HF} ausgegangen wurde.

Die hier hergeleiteten Gleichungen erlauben es, nun den Spannungsverlauf bei der Beschleunigung eines Bunchzuges in einem Resonator genauer zu betrachten. Der linke Graph in der Abbildung 4.9 zeigt die Amplitude der bunchinduzierten Spannung für die ersten 10 μs eines Bunchzuges. Man erkennt, daß entsprechend dem Bunchabstand von 1 μs die Spannung treppenförmig ansteigt. Jeder Bunch des Injektors II induziert eine Spannung $\hat{U}_b = 34 \text{ kV}$. Zwischen den Bunchen nimmt das Feld bei einer belasteten Güte von $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$ um $1 - e^{-\omega_{1/2}\Delta T_b} = 1/441$ des Ausgangswertes ab. Der rechts gezeigte Sägezahnverlauf der Amplitude der Beschleunigungsspannung entsteht, wenn der Abfall der Spannung bei der Beschleunigung eines Bunches durch einen Generator jeweils zwischen den Bunchdurchgängen ausgeglichen wird. Der Anstieg des Feldes erfolgt dabei mit einer Zeitkonstanten $\tau = 1/\omega_{1/2}$. Bei dem gestrichelt dargestellten Verlauf der Amplitude wurde zudem angenommen, daß die Bunchladung von Bunch zu Bunch um $\pm 10\%$ schwankt (siehe auch Kapitel 3.1.2). Für weitergehende Betrachtungen des Spannungsverlaufs bei der Beschleunigung eines Bunchzuges, die auch die Kopplung der einzelnen neun Zellen eines TESLA-Resonators und damit die neun TM_{01} -Beschleunigungsmoden mitberücksichtigen, sei auf [Hen 93] verwiesen.

4.3 Einschwingverhalten eines gepulsten Resonators mit Strahlbeschleunigung

Zum Abschluß dieses Kapitels sei der Fall betrachtet, daß bei konstanter Leistung des Generators zu einer Zeit t_{inj} nach dem Einschalten des Generators ein Strahl injiziert wird.

Aus der Superposition der Spannung, die von dem Generator für $t > 0$ induziert wird und der Spannung, die der Strahl bei $t > t_{inj}$ induziert, ergibt sich für die Beschleunigungsspannung in einem Resonator (Gleichung (4.49)):

$$\begin{aligned}\hat{U}(t) &= \hat{U}_g(t) + \hat{U}_s(t) \\ &= \frac{\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L \frac{2}{m} \hat{\mathbf{I}}_g}{1 - i \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}} \left(1 - e^{-(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)t}\right) + \frac{\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L 2\hat{\mathbf{I}}_{b0} \Theta(t - t_{inj})}{1 - i \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}} \left(1 - e^{-(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)(t - t_{inj})}\right)\end{aligned}\quad (4.60)$$

In der Abbildung 4.10 ist die Phasenbeziehung zwischen den induzierten, stationären Spannungen und den induzierenden Strömen dargestellt. Für einen nichtverstimmten Resonator ($\Delta\omega = 0$) folgt aus der Gleichung (4.60):

$$\hat{U}(t) = 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L \left\{ \frac{1}{m} \hat{\mathbf{I}}_g \left(1 - e^{-\omega_{1/2}t}\right) + \hat{\mathbf{I}}_{b0} \Theta(t - t_{inj}) \left(1 - e^{-\omega_{1/2}(t - t_{inj})}\right) \right\}. \quad (4.61)$$

Zur Minimierung der benötigten Generatorleistung bei der Beschleunigung des Strahls sei angenommen, daß der Resonator mit der optimierten belasteten Güte gemäß Gleichung (4.35) betrieben wird. Dann läßt sich der Injektionszeitpunkt t_{inj} und der Generatorstrom

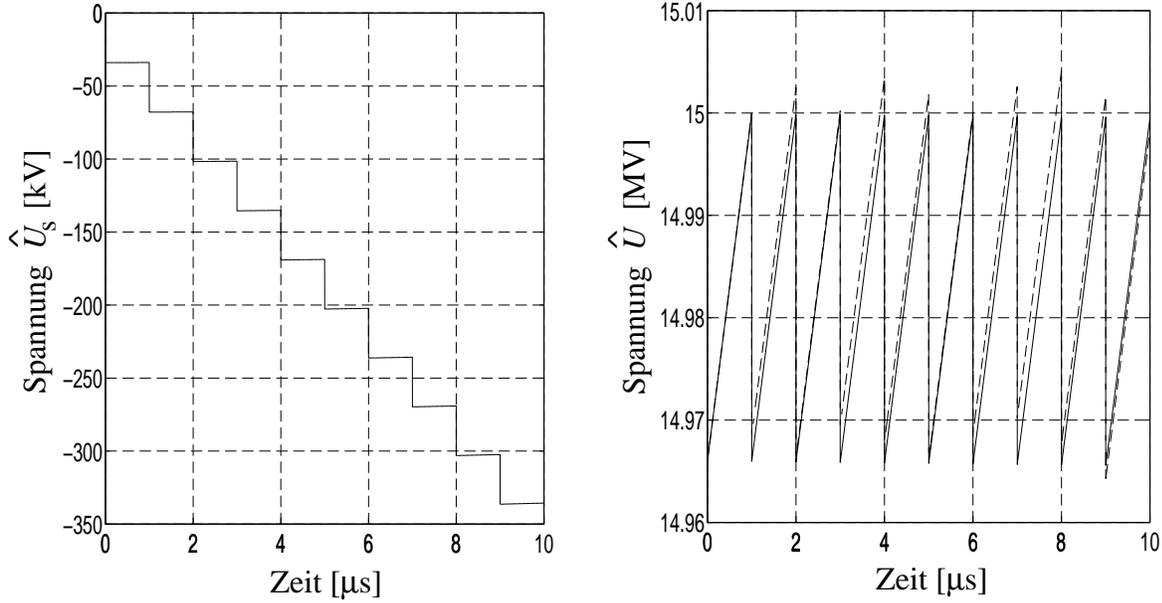


Abbildung 4.9: Amplitude der Spannung, die von einem Bunchzug in einem Resonator induziert wird (Injektor II: $\Delta T_b = 1 \mu\text{s}$, $Q_b = 8 \text{ nC}$; $(r/Q) = 520 \Omega$, $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$, $\omega_{HF} = 1.3 \text{ GHz}$, $\Delta\omega = 0 \text{ Hz}$).

Links ist die Amplitude der induzierten Spannung für die ersten $10 \mu\text{s}$ eines Bunchzuges gezeigt. Rechts ist zusätzlich angenommen, daß der Abfall der Spannung bei der Beschleunigung eines Bunches durch einen Generator jeweils zwischen den Bunchdurchgängen ausgeglichen wird. Bei dem durchgezogenen dargestellten Verlauf der Spannung ist die Bunchladung konstant, bei dem gestrichelt dargestellten Verlauf schwankt sie von Bunch zu Bunch um $\pm 10\%$.

$\frac{1}{m} \hat{I}_g$ so wählen, daß die Einhüllende der Spannung im Resonator während der Beschleunigung des Strahls konstant ist. Aus der Gleichung (4.61) folgt, daß dieses genau dann eintritt, wenn gilt:

$$\frac{1}{m} \hat{I}_g = 2 \hat{I}_{b0} \quad t_{inj} = \frac{\ln 2}{\omega_{1/2}} = \ln 2 \cdot \tau . \quad (4.62)$$

Der Strahl ist folglich genau dann zu injizieren, wenn die vom Generator induzierte Spannung gerade die Hälfte ihres Maximalwertes ($t \rightarrow \infty$) erreicht hat. Dazu ist in der Abbildung 4.11 der zeitliche Verlauf der Einhüllenden der einzelnen induzierten Spannungen während eines Pulses gezeigt. Durch die Wahl des Injektionszeitpunktes $t_{inj} = 305 \mu\text{s}$ wird der exponentielle Anstieg der vom Generator induzierten Spannung gerade durch die strahlinduzierte Spannung kompensiert. Somit entsteht das Plateau in der Resonatorspannung während der Strahlbeschleunigung. Zum Zeitpunkt $t = t_{ende} = 1105 \mu\text{s}$ werden der Generatorstrom und der Strahlstrom ausgeschaltet; das Feld nimmt exponentiell ab.

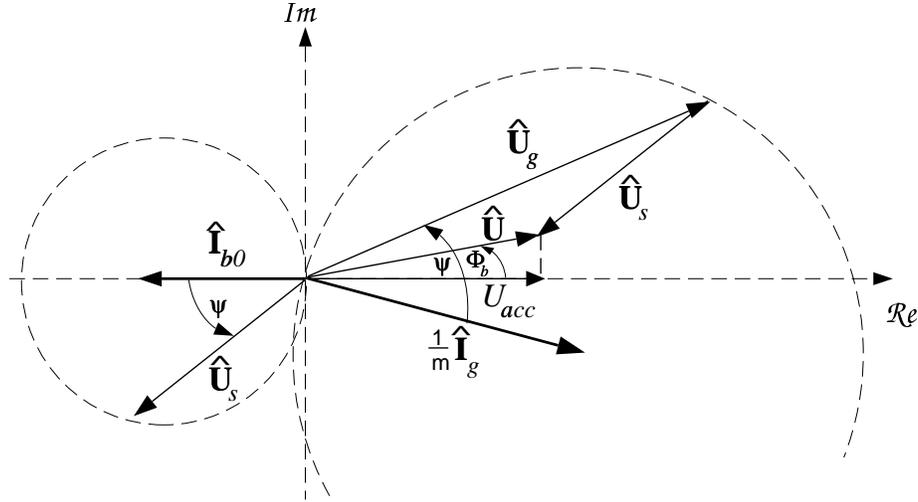


Abbildung 4.10: Vektordiagramm der stationären Spannungen, die von einem Generatorstrom $\frac{1}{m}\hat{I}_g$ und einem Strahlstrom \hat{I}_{b0} in einem verstimmten Resonator induziert werden. Der Winkel Φ_b gibt die Beschleunigungsphase an, der Winkel ψ den Verstimmungswinkel.

Mit der Energieerhaltung:

$$P_g = P_{diss} + P_{rueck} + P_{strahl} + \frac{dW}{dt} = \frac{1}{2}Z_0\hat{I}_g^2 \quad (4.63)$$

erhält man für die Einhüllende der Resonatorspannung und für die einzelnen Leistungsterme folgende Formeln, gruppiert in die einzelnen Abschnitten eines Pulses:

- $0 \leq t < t_{inj}$:

$$\hat{U}(t) = 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\frac{1}{m}\hat{I}_g(1 - e^{-\omega_{1/2}t}) \quad (4.64)$$

$$P_{rueck} = P_g - \frac{dW}{dt} \quad \frac{dW}{dt} = 2Z_0\hat{I}_g^2\{e^{-\omega_{1/2}t} - e^{-2\omega_{1/2}t}\} \quad P_{strahl} = 0 \quad (4.65)$$

- $t_{inj} \leq t \leq t_{ende}$:

$$\hat{U}(t) = \left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\frac{1}{m}\hat{I}_g = 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\hat{I}_{b0} \quad (4.66)$$

$$P_{rueck} = 0 \quad \frac{dW}{dt} = 0 \quad P_{strahl} = P_g = \frac{1}{2}Z_0\hat{I}_g^2 = \hat{U}\hat{I}_{b0} \quad (4.67)$$

- $t > t_{ende}$:

$$\hat{U}(t) = \left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\frac{1}{m}\hat{I}_ge^{-\omega_{1/2}(t-t_{ende})} \quad (4.68)$$

$$P_{rueck} = -\frac{dW}{dt} \quad \frac{dW}{dt} = -\frac{1}{2}Z_0\hat{I}_g^2e^{-2\omega_{1/2}(t-t_{ende})} = P_g e^{-2\omega_{1/2}(t-t_{ende})} \quad P_{strahl} = 0 \quad (4.69)$$

Die Abbildung 4.12 zeigt, wie sich die Generatorleistung P_g , die rücklaufende Leistung P_{rueck} und die Änderung der Feldenergie $\frac{dW}{dt}$ während des Pulses, der in der Abbildung 4.11 dargestellt ist, verändern.

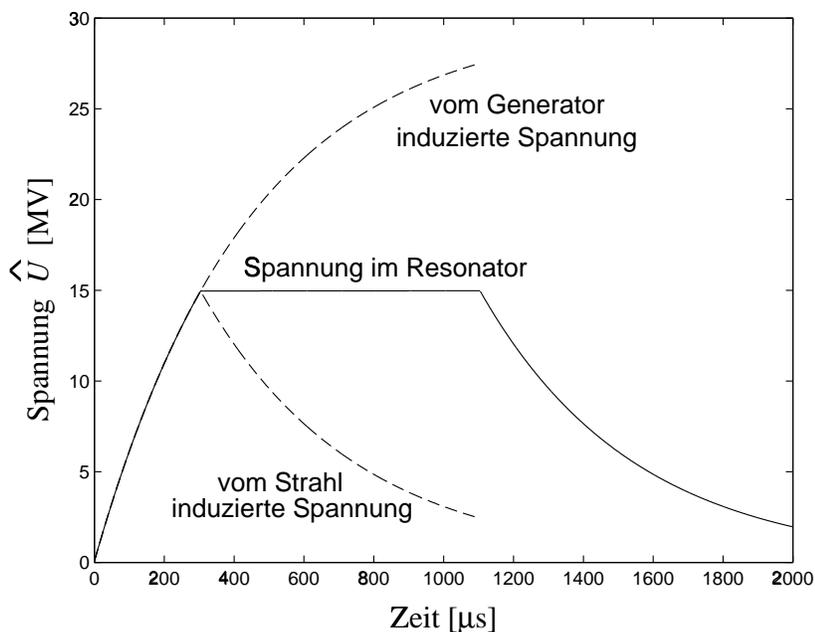


Abbildung 4.11: Einhüllende der Spannung in einem Resonator während eines Pulses. Dargestellt ist der zeitliche Verlauf der Einhüllenden der Spannung, die der Generator induziert ($(\frac{r}{Q}) = 520 \Omega$, $\omega_{HF} = 1.3 \text{ GHz}$, $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$, $\frac{1}{m}\hat{I}_g = 16 \text{ mA}$), sowie der der strahlinduzierten Spannung ($\hat{I}_{b0} = 8 \text{ mA}$, $t_{inj} = 305 \mu\text{s}$). Aus der Superposition der beiden induzierten Spannungen resultiert der gezeigte Verlauf der Einhüllenden der Resonatorspannung mit einem Plateau während der Strahlbeschleunigung.

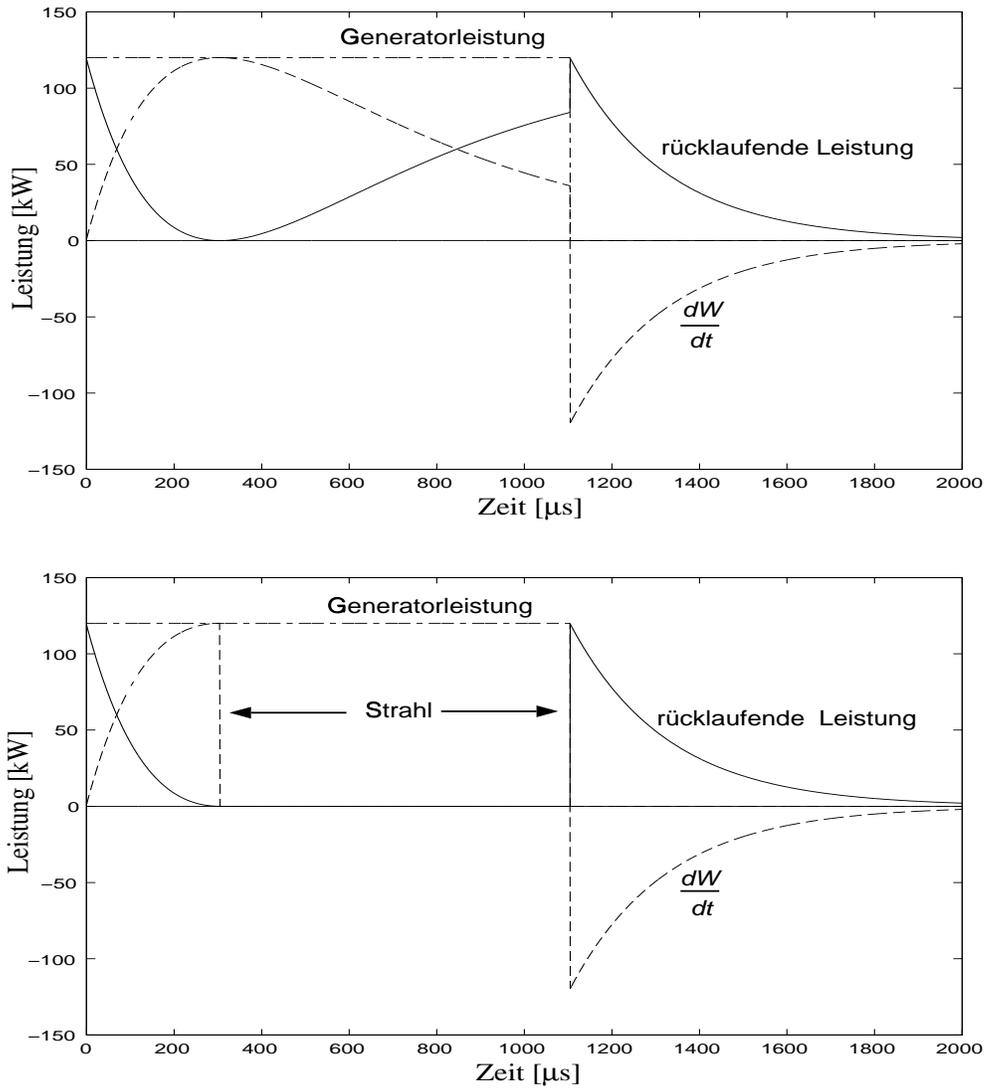


Abbildung 4.12: Zeitlicher Verlauf der Generatorleistung, der rücklaufenden Leistung und der Änderung der Feldenergie während des Pulses, der in der Abbildung 4.11 dargestellt ist ($Z_0 = 269 \Omega$).

In dem oberen Graph ist angenommen, daß kein Strahl injiziert wird, so daß die Spannung bis zum Abschalten des Generators exponentiell ansteigt, wie die Abbildung 4.11 zeigt.

In dem unteren Graphen ist angenommen, daß in dem markierten Zeitbereich ein Strahl mit $\hat{I}_{b0} = 8 \text{ mA}$ beschleunigt wird.

5 Zeitabhängiges Modell des HF-Regelkreises der TTF

Ziel der folgenden Betrachtungen soll es sein, ein zeitabhängiges, mathematisch-physikalisches Modell des Regelkreises der HF-Felder in den Resonatoren herzuleiten. Dabei wird die am TTF-Linearbeschleuniger realisierte digitale Regelung betrachtet (siehe Kapitel 2.2). Dieses Modell erlaubt es, das Verhalten der Regelung zu simulieren und auf diese Weise zu studieren. Aufwendigere Regelalgorithmen, die in der Zukunft bei der Regelung der Felder verwendet werden sollen, benötigen zudem ein solches mathematisches Modell des zu regelnden Systems. So ist geplant, ein Kalman-Filter und einen Smith-Prädiktor zu erproben. Wie im Kapitel 7 diskutiert wird, kann das Modell neben diesen Anwendungen auch zur Berechnung der Tabelle der Vorkompensation verwendet werden. Dazu ist es notwendig, zuvor die einzelnen Parameter des Modells durch Messungen am realen System zu bestimmen.

Ausgangspunkt der Berechnungen ist das in der Abbildung 5.1 gezeigte Strukturdiagramm des TTF-Regelkreises der Hochfrequenzfelder in den Resonatoren. Der Regelkreis besteht aus dem digitalen Regler und der Regelstrecke. Bei dem Regler handelt es sich um eine Kombination aus einem Proportional-Rückkopplungsregler und einer Vorkompensation. Das Abtastverhalten eines digitalen Reglers wird durch ein Abtastglied und ein Halteglied modelliert. Die Regelstrecke setzt sich aus dem Vektormodulator und dem Klystron sowie aus der Beschleunigungsstrecke mit N Resonatoren zusammen. In dem Modell werden an drei Stellen die verschiedenen Verzögerungen in der Regelschleife berücksichtigt. Die Abbildung 2.5 zeigt die einzelnen Beiträge zu der Verzögerung in dem Regelkreis der TTF-Regelung. Aus den Verarbeitungszeiten in den Prozessoren entsteht die Verzögerung ΔT_{d1} . In ΔT_{d2} wird die Konversionszeit des DAC's und die Laufzeit des Signals von dem DAC bis zum Resonator berücksichtigt. Die Verzögerung ΔT_{d3} resultiert schließlich aus den Laufzeiten der Meßsignale der HF-Felder und aus der Abtastzeit des ADC's. Die Eingangsgrößen des gezeigten Modells des Regelkreises sind die Real- und Imaginärteile des Sollwertes (S_r, S_i), des Stellvektors der Vorkompensation (F_r, F_i) und des Strahlstroms (I_{b0r}, I_{b0i}). Die Ausgangsgröße des Systems ist die Vektorsumme (V_r, V_i) der Beschleunigungsfelder in den N Resonatoren. Der Vektormodulator, das Klystron und die Resonatoren koppeln die Real- und Imaginärkomponenten und zeigen zudem ein nichtlineares Eingangs-Ausgangs-Verhalten. In dem hier hergeleiteten Modell werden diese Nichtlinearitäten dadurch beschrieben, daß in einem linearen Modell zeitabhängige Parameter verwendet werden. Die zeitabhängigen Parameter des Modells ermöglichen es, das reale System in der Nähe eines Arbeitspunktes in guter Näherung zu simulieren, indem die Nichtlinearitäten als Funktion der Zeit durchlaufen werden.

Die Beschreibung der einzelnen Komponenten des Regelkreises erfolgt durch Gleichungen im Zustandsraum. Diese Darstellung wird hier verwendet, da die so erhaltenen Modellgleichungen einfach zu interpretieren sind und direkt in Rechenalgorithmen umgesetzt werden können.

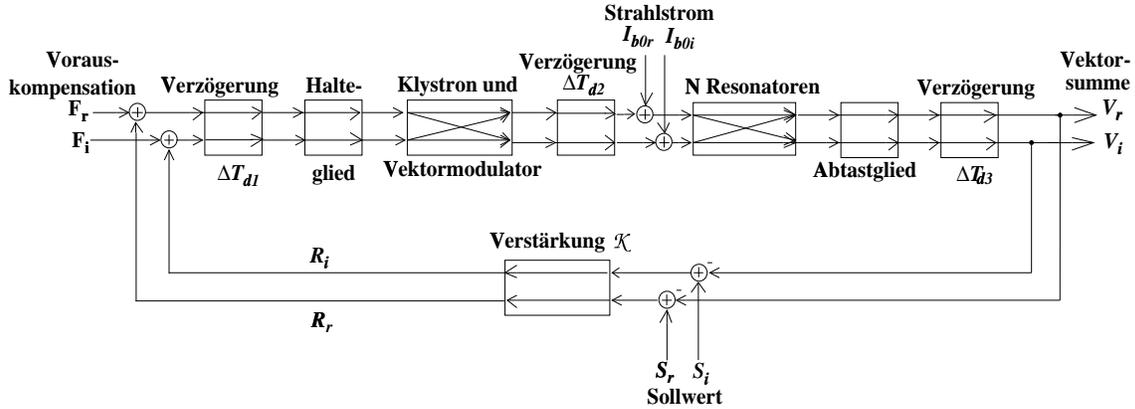


Abbildung 5.1: Blockdiagramm des TTF-Regelkreises der Hochfrequenzfelder in den Resonatoren.

5.1 Modell der Regelstrecke

5.1.1 Zeitkontinuierliches Modell ohne Berücksichtigung zeitlicher Verzögerungen

Das zeitliche Verhalten des Amplitudenvektors der Einhüllenden der HF-Spannung in einem Resonator wird durch die Gleichung (4.41) beschrieben. Sie lautet:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_r(t) \\ \dot{U}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_{1/2} & -\Delta\omega(t) \\ \Delta\omega(t) & -\omega_{1/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_r(t) \\ U_i(t) \end{bmatrix} + \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{m} I_{gr}(t) + I_{b0r}(t) \\ \frac{1}{m} I_{gi}(t) + I_{b0i}(t) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Dabei wird die Verstimmung $\Delta\omega$ eines Resonators als zeitabhängiger Parameter behandelt. Die im allgemeinen nichtverschwindende Verstimmung führt über die nichtdiagonalen Elemente der linken Matrix in der Gleichung 5.1 zu einer Kopplung des Real- und Imaginärteils der Spannung.

Eine Beschleunigungsstrecke, die aus N Resonatoren besteht, wird durch N Gleichungen der Form (5.1) beschrieben. Da die Eigenschaften der einzelnen Resonatoren aber in der Regel nur wenig voneinander abweichen, ist es möglich, das Verhalten der N individuellen Resonatoren in dem Modell durch N Resonatoren mit identischen Parametern zu beschreiben. Der gedachte Einheits-Resonator des Modells ist dabei über die mittleren Eigenschaften der realen Resonatoren definiert. Dieser Schritt führt zu einer erheblichen Vereinfachung des Modells, denn anstatt N Gleichungen der Form (5.1) zu betrachten, kann die Beschleunigungsstrecke durch einen Einheits-Resonator mit einer Gleichung der Form (5.1) beschrieben werden, indem die Ergebnisse mit einem Faktor N multipliziert werden. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Ausgangsleistung des Klystrons zu gleichen Teilen auf die N Resonatoren aufgeteilt wird. Entsprechend wird der Generatorstrom

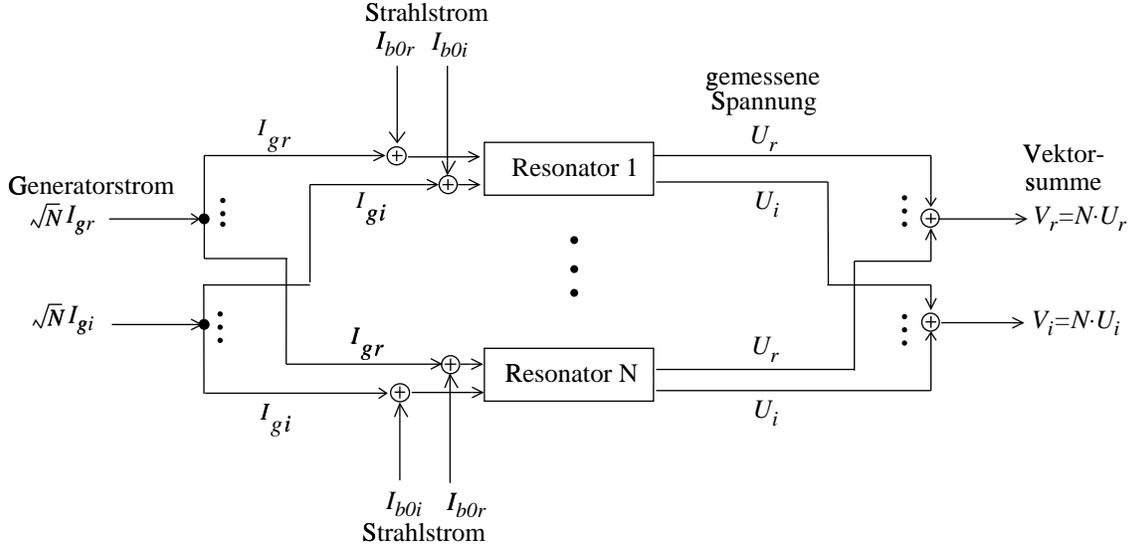


Abbildung 5.2: Modell einer Beschleunigungsstrecke, die aus N Resonatoren mit identischen Eigenschaften besteht. Der Generatorstrom wird auf die einzelnen Resonatoren verteilt. Die Summe der einzelnen Resonatorspannungen ergibt die Vektorsumme.

$\sqrt{N}\hat{\mathbf{I}}_g$ in N Anteile der Größe $\hat{\mathbf{I}}_g$ aufgespalten, wie die Abbildung 5.2 zeigt. In jedem Resonator der Beschleunigungsstrecke wird folglich durch den Generatorstrom $\hat{\mathbf{I}}_g$ und den Strahlstrom $\hat{\mathbf{I}}_{b0}$ ein Feld angeregt. Die Vektorsumme der Beschleunigungsfelder der Einheits-Resonatoren in dem Modell ist schließlich einfach durch $\hat{\mathbf{V}} = N \cdot \hat{\mathbf{U}}$ gegeben. Damit folgt aus der Gleichung (5.1) für die Dynamik der Vektorsumme der Beschleunigungsfelder in der Beschleunigungsstrecke:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_r(t) \\ \dot{V}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_{1/2} & -\Delta\omega(t) \\ \Delta\omega(t) & -\omega_{1/2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r(t) \\ V_i(t) \end{bmatrix} + \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right) \cdot \begin{bmatrix} \frac{N}{m} & 0 & N & 0 \\ 0 & \frac{N}{m} & 0 & N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{gr}(t) \\ I_{gi}(t) \\ I_{b0r}(t) \\ I_{b0i}(t) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Als nächstes sei das Modell des Vektormodulators und des Klystrons betrachtet. Beide können durch die Kombination eines Verstärkers mit einem Bandpaß um die Betriebsfrequenz ω_{HF} dargestellt werden. Messungen haben ergeben, daß dabei die Bandbreite des Vektormodulators im Bereich von 10 MHz liegt. Die Bandbreite des TTF-Klystrons beträgt 7 MHz [TTF CDR]. Im Vergleich zu der Bandbreite eines belasteten, supraleitenden Resonators, die im Bereich einiger hundert Herz liegt, sind diese Bandbreiten so groß, daß die Bandpaßeigenschaft des Vektormodulators und des Klystrons in dem Modell der Regelstrecke vernachlässigt werden kann. Der verbleibende Verstärker ist bei dem Klystron durch eine Dreh-Streck-Matrix zu modulieren, um den Phasenvorschub über dem

Klystron zu berücksichtigen. Bei dem Vektormodulator kommt es zu einer allgemeinen Kopplung zwischen dem Real- und dem Imaginärteil des Eingangssignals, so daß im Modell eine 2x2-Matrix mit unabhängigen Elementen zu wählen ist. Kombiniert man die beiden Matrixen, so erhält man als mathematisches Modell des Vektormodulators und des Klystrons:

$$\begin{bmatrix} I_{gr}(t) \\ I_{gi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_a(t) & g_b(t) \\ g_c(t) & g_d(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_r(t) \\ R_i(t) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Dabei stellt der Vektor $[R_r(t)R_i(t)]^T$ die Eingangsgröße des Vektormodulators dar. Sie wird durch den digitalen Regler gestellt. Die vier Verstärkungsfaktoren $g_a(t)$, $g_b(t)$, $g_c(t)$ und $g_d(t)$ sind zeitabhängige Parameter des Modells. Damit wird der Nichtlinearität des Vektormodulators und des Klystrons (siehe Abbildung 3.5) Rechnung getragen. Im Idealfall ist die Matrix der Verstärkungsfaktoren eine zeitkonstante Diagonalmatrix.

Setzt man nun die Gleichung (5.3) in die Gleichung (5.2) ein, so erhält man die Zustandsraum-Gleichung:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_r(t) \\ \dot{V}_i(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A}(t) \cdot \begin{bmatrix} V_r(t) \\ V_i(t) \end{bmatrix} + \mathbf{B}(t) \cdot \begin{bmatrix} R_r(t) \\ R_i(t) \\ I_{b0r}(t) \\ I_{b0i}(t) \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

wobei für die Systemmatrix $\mathbf{A}(t)$ und die Steuermatrix $\mathbf{B}(t)$ gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(t) &= \begin{bmatrix} -\omega_{1/2} & -\Delta\omega(t) \\ \Delta\omega(t) & -\omega_{1/2} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}(t) &= \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right) \cdot \begin{bmatrix} \frac{N}{m}g_a(t) & \frac{N}{m}g_b(t) & N & 0 \\ \frac{N}{m}g_c(t) & \frac{N}{m}g_d(t) & 0 & N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Die Gleichung (5.4) repräsentiert als zeitkontinuierliches Modell die Regelstrecke, wobei die Verzögerungen in dieser noch nicht berücksichtigt sind.

5.1.2 Zeitdiskretes Modell ohne Berücksichtigung zeitlicher Verzögerungen

Der digitale Abtastregler nimmt im Zeitabstand ΔT_s Meßwerte der zu regelnden Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen. Mit diesen zeitdiskreten Meßwerten $\hat{\mathbf{V}}_k := \hat{\mathbf{V}}(t = t_k)$ der Vektorsumme werden dann zeitdiskrete Stellvektoren der Regelung berechnet. Diese Ausgangswerte $\hat{\mathbf{R}}_k$ der Regelung werden jeweils zwischen den Abtastzeitpunkten

$$t_k = k\Delta T_s \quad \text{und} \quad t_{k+1} = t_k + \Delta T_s, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5.6)$$

als Eingangsgrößen des Vektormodulators durch ein Halteglied konstant gehalten (siehe Abbildung 5.1). Dieses Verhalten eines digitalen Reglers kann im Zustandsraummodell berücksichtigt werden, indem die zeitkontinuierliche Gleichung (5.6) in eine zeitdiskrete

Gleichung umgewandelt wird. Dazu wird angenommen, daß sich die Systemmatrix $\mathbf{A}(t)$ und die Steuermatrix $\mathbf{B}(t)$ sowie der Strahlstrom $\hat{\mathbf{I}}_{b0}(t)$ innerhalb der Abtastperiode ΔT_s nur wenig verändern. Dann kann in guter Näherung $\mathbf{A}(t) \approx \mathbf{A}(t_k)$ im Zeitintervall $[t_k, t_{k+1}]$ gesetzt werden. Für $\mathbf{B}(t)$ und $\hat{\mathbf{I}}_{b0}(t)$ gilt analoges. Eine zeitdiskrete Systemmatrix \mathbf{A}_k kann somit berechnet werden [Ludyk 95]:

$$\mathbf{A}_k = \mathcal{L}^{-1} \left\{ (s\mathbf{I} - \mathbf{A}(t = k\Delta T_s))^{-1} \right\} \Big|_{t=\Delta T_s} = e^{-\omega_{1/2}\Delta T_s} \begin{bmatrix} \cos(\Delta\omega\Delta T_s) & -\sin(\Delta\omega\Delta T_s) \\ \sin(\Delta\omega\Delta T_s) & \cos(\Delta\omega\Delta T_s) \end{bmatrix}_k \quad (5.7)$$

Dabei ist mit \mathcal{L}^{-1} die inverse Laplace-Transformation bezeichnet; s ist die Variable des Laplace-Raumes. Definiert man ferner die zeitdiskrete Steuermatrix \mathbf{B}_k als:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= \mathbf{A}(t = k\Delta T_s)^{-1} [\mathbf{A}_k - \mathbf{1}] \mathbf{B}(t = k\Delta T_s) \\ &= \frac{\omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right)}{\omega_{1/2}^2 + \Delta\omega^2} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{1/2} & -\Delta\omega \\ \Delta\omega & \omega_{1/2} \end{bmatrix}_k \cdot \left\{ \mathbf{1} - \begin{bmatrix} \cos(\Delta\omega\Delta T_s) & -\sin(\Delta\omega\Delta T_s) \\ \sin(\Delta\omega\Delta T_s) & \cos(\Delta\omega\Delta T_s) \end{bmatrix} e^{-\omega_{1/2}\Delta T_s} \right\}_k \\ &\quad \cdot \begin{bmatrix} \frac{N}{m}g_a & \frac{N}{m}g_b & N & 0 \\ \frac{N}{m}g_c & \frac{N}{m}g_d & 0 & N \end{bmatrix}_k \end{aligned} \quad (5.8)$$

so gilt für das zeitdiskrete Modell der Regelstrecke, weiterhin ohne Berücksichtigung der Zeitverzögerungen, die Gleichung:

$$\begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix}_{k+1} = \mathbf{A}_k \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix}_k + \mathbf{B}_k \cdot \begin{bmatrix} R_r \\ R_i \\ I_{b0r} \\ I_{b0i} \end{bmatrix}_k \quad (5.9)$$

Die zeitkontinuierlichen Parameter $\Delta\omega(t)$, $g_a(t)$, $g_b(t)$, $g_c(t)$ und $g_d(t)$ sind in dem zeitdiskreten Modell durch die zeitdiskreten Parameter $\Delta\omega_k = \Delta\omega(t_k)$, $g_{ak} = g_a(t_k)$, $g_{bk} = g_b(t_k)$, $g_{ck} = g_c(t_k)$ und $g_{dk} = g_d(t_k)$ ersetzt worden.

5.1.3 Zeitdiskretes Modell unter Berücksichtigung zeitlicher Verzögerungen

Das zeitdiskrete Modell der Regelstrecke ermöglicht es, nun in einfacher Form die Verzögerungen in der Regelschleife im Modell zu berücksichtigen. Dazu sei angenommen, daß die zeitdiskreten Verzögerungen

$$k_g := \frac{\Delta T_{d1} + \Delta T_{d2}}{\Delta T_s} \quad \text{und} \quad k_m := \frac{\Delta T_{d3}}{\Delta T_s} \quad (5.10)$$

ganzzahlig sind¹. Durch k_g wird so in der zeitdiskreten Beschreibung die Zeit repräsentiert, die vergeht, bis ein digitales Stellsignal der Regelung das Feld in den Resonato-

¹Simulationen zeigen, daß durch diese Annahme die Genauigkeit des Modells nicht wesentlich beeinflußt wird. Die Verzögerung im Regelkreis des TTF-Beschleunigers ist zudem nur mit einem Fehler im Bereich der Abtastperiode ΔT_s bekannt.

ren beeinflusst. k_m ist das zeitdiskrete Äquivalent der Verzögerung ΔT_{d3} in der Messung der Vektorsumme. Mit diesen Definitionen folgt aus der Gleichung (5.9) das zeitdiskrete, mathematisch-physikalische Modell der Regelstrecke unter Berücksichtigung zeitlicher Verzögerungen:

$$\begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix}_{k+k_m+1} = \mathbf{A}_{k+k_m} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix}_{k+k_m} + \mathbf{B}_k \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{b0r} \\ I_{b0i} \end{bmatrix}_k + \mathbf{B}_{k-k_g} \cdot \begin{bmatrix} R_r \\ R_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{k-k_g} \quad (5.11)$$

Auf Grund der verschiedenen Verzögerungen ist es notwendig, den Term der Steuermatrix \mathbf{B}_k der Gleichung (5.9) in zwei Terme aufzuspalten, wobei der erste den Treibterm des Strahlstroms und der zweite den Treibterm des Klystrons, und damit den der Regelung, darstellt.

5.2 Zeitdiskretes Modell des Regelkreises

Das zeitdiskrete Modell (5.11) der Regelstrecke ist mit der mathematischen Beschreibung des Reglers zu kombinieren, um das mathematische Modell des gesamten Regelkreises zu erhalten.

Der Proportional-Rückkopplungsregler multipliziert die Abweichung des zeitdiskreten Meßwertes \hat{V}_k von dem Sollwert \hat{S}_k mit einem Verstärkungsfaktor \mathcal{K}_k , wie die Abbildung 5.1 zeigt. Es gilt folglich:

$$\begin{bmatrix} P_r \\ P_i \end{bmatrix}_k = \mathcal{K}_k \cdot \begin{bmatrix} S_r - V_r \\ S_i - V_i \end{bmatrix}_k \quad (5.12)$$

Zu diesem Stellvektor $\hat{\mathbf{P}}_k$ des Proportionalreglers wird der Stellvektor $\hat{\mathbf{F}}_k$ der Vorkompensation addiert. Der resultierende Stellvektor der Regelung zum Abtastzeitpunkt t_k ist daher gegeben durch: $\hat{\mathbf{R}}_k = \hat{\mathbf{F}}_k + \hat{\mathbf{P}}_k$. Setzt man dieses in die Gleichung (5.11) ein, so erhält man als mathematisch-physikalisches Modell des HF-Regelkreises am TTF-Linearbeschleuniger die Gleichung:

$$\begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix}_{k+k_d+1} = \mathbf{A}_{k+k_d} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ V_i \end{bmatrix}_{k+k_d} + \mathbf{B}_k \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{b0r} \\ I_{b0i} \end{bmatrix}_k + \mathbf{B}_{k-k_g} \cdot \left(\begin{bmatrix} F_r \\ F_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathcal{K} \begin{bmatrix} S_r - V_r \\ S_i - V_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)_{k-k_g} \quad (5.13)$$

Der erste Term auf der rechten Seite dieser Gleichung repräsentiert die Dynamik der Felder in den Resonatoren. Der zweite Term ist der Treibterm des Strahlstroms. Der dritte Term modelliert die Regelung des Beschleunigungsfeldes. Er setzt sich aus dem Treibterm der Vorkompensation und dem Rückkopplungsterm des Proportionalreglers zusammen.

Für die supraleitenden Resonatoren des TTF-Linearbeschleunigers gilt: $\omega_{1/2} \Delta T_s \ll 1$ und

$\Delta\omega\Delta T_s \ll 1$. In diesem Fall erhält man für die Matrizen \mathbf{A}_k und \mathbf{B}_k folgende Näherungen:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_k &\approx \begin{bmatrix} 1 - \omega_{1/2}\Delta T_s & -\Delta\omega_k\Delta T_s \\ \Delta\omega_k\Delta T_s & 1 - \omega_{1/2}\Delta T_s \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_k &\approx \omega_{HF}\left(\frac{r}{Q}\right)\Delta T_s \begin{bmatrix} \frac{N}{m}g_a & \frac{N}{m}g_b & N & 0 \\ \frac{N}{m}g_c & \frac{N}{m}g_d & 0 & N \end{bmatrix}_k \end{aligned} \quad (5.14)$$

Die Matrix \mathbf{B}_k hängt in dieser Näherung nicht mehr von der Verstimmung $\Delta\omega$ der Resonatoren ab.

Mit der Gleichung (5.13) steht nun ein mathematisch-physikalisches Modell zur Verfügung, um den HF-Regelkreis des TTF-Linearbeschleuniger zu simulieren. Die Parameter des Modells sind dazu aus Messungen zu bestimmen.

5.3 Bestimmung der Modellparameter

Soll die Gleichung (5.13) zur Simulation des HF-Regelkreis am TTF-Linearbeschleuniger verwendet werden, so sind die Parameter $\omega_{1/2}$, $\Delta\omega_k$ und g_{ak}, \dots, g_{dk} des Modells anzupassen. Dieses kann durch Messungen während des regulären Beschleunigerbetriebs erfolgen. Zur Unterdrückung des Rauschens auf den Meßsignalen der Felder ist es dabei notwendig, die Meßkurven der Real- und Imaginärteile zu glätten. Dieses kann zum Beispiel dadurch erfolgen, daß in jedem Punkt der Kurve ein Regressionspolynom 2. Ordnung aus n vorhergehenden und n nachfolgenden Punkten berechnet wird [Hü 98]. Alternativ kann auch durch komplexere Filteralgorithmen, wie etwa die der Wavelet-Filter, das Rauschen erheblich vermindert werden. Eine Überprüfung der so bestimmten Werte der Parameter kann nachfolgend durch einen Vergleich der Aussagen des Modells mit Messungen geschehen, die nicht zur Bestimmung der Modellparameter verwendet wurden.

Die Bandbreite $\omega_{1/2}$ eines Resonators kann direkt aus dem Feldabfall am Ende eines HF-Pulses bestimmt werden. Nach Gleichung (4.68) gilt für die Amplitude der Feldeinhüllenden $\hat{U} \propto \exp(-\omega_{1/2}(t - t_{ende}))$. Daraus folgt:

$$\ln\left(\frac{\hat{U}(t_1)}{\hat{U}(t_2)}\right) = \omega_{1/2} \cdot (t_2 - t_1) \quad t_{ende} < t_1 < t_2 \quad . \quad (5.15)$$

Die zeitabhängige Verstimmung $\Delta\omega_k$ eines Resonators läßt sich aus den Meßwerten der einlaufenden Leistung, des Strahlstromes und des Feldes in dem Resonator berechnen [Hü 98]. Diese Bestimmung basiert auf der Differentialgleichung (4.31). Dazu ist es erforderlich, daß die genannten Meßwerte zuvor kalibriert wurden.

Die Auswertung der Meßwerte zur Parameterbestimmung wird besonders einfach, wenn Sprungantworten des Systems betrachtet werden. Solche Sprungantworten sind von zentraler Bedeutung bei der selbst-anpassenden Vorkompensation; siehe Kapitel 7. Zur Bestimmung der Modellparameter an einem gegebenen Arbeitspunkt wird bei dieser Methode ein definierter Sprung $\Delta E_k = \Delta E_0 \Theta(k - k_{sprung})$ auf ein Eingangssignal E_k des

realen Systems am Arbeitspunkt gegeben und die Reaktion ΔA_k der Ausgangsgrößen auf diese Änderung gemessen:

$$\text{Eingangsgröße: } \Delta E_k = \Delta E_0 \Theta(k - k_{\text{sprung}}) \longrightarrow \text{Ausgangsgröße: } \Delta A_k \quad k = 1, 2, \dots, p.$$

Die Auswertung wird dadurch vereinfacht, da jede der Eingangsgrößen des Systems einzeln betrachtet wird.

Auf diese Weise können die Verstärkungsfaktoren g_{ak}, \dots, g_{dk} in dem Modell (5.13) des HF-Regelkreises an einem vorgewählten Arbeitspunkt bestimmt werden. Dazu sind die Sprünge $\Delta \hat{\mathbf{R}}_k = [\Delta R_0 \Theta(k - k_{\text{sprung}}), 0]$ und $\Delta \hat{\mathbf{R}}_k = [0, \Delta R_0 \Theta(k - k_{\text{sprung}})]$ auf das Eingangssignal $\hat{\mathbf{R}}_k$ des Vektormodulators zu geben und die daraus resultierenden Änderungen $\Delta \hat{\mathbf{I}}_g$ des Generatorstroms zu messen:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{gr} \\ \Delta I_{gi} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} g_a & g_b \\ g_c & g_d \end{bmatrix}_k \cdot \begin{bmatrix} \Delta R_r \\ \Delta R_i \end{bmatrix}_k \quad (5.16)$$

Ist der gemessene Generatorstrom dabei nicht in Amplitude und Phase kalibriert, so kann die Matrix der Verstärkungsfaktoren nur bis auf eine zeitkonstante Dreh-Streck-Matrix bestimmt werden.

Diese Dreh-Streck-Matrix, wie auch die Verstimmung $\Delta \omega_k$ in dem Modell (5.13), können aus gemessenen Sprungantworten des HF-Regelkreises berechnet werden. Wird das Stellsignal $\hat{\mathbf{F}}_k$ der Vorkompensation um $\Delta \hat{\mathbf{F}}_k$, $k = 1 \dots p$, geändert, so führt dieses zu einer Änderung $\Delta \hat{\mathbf{V}}_k$ in der Vektorsumme der Beschleunigungsfelder während eines HF-Pulses. $p \cdot \Delta T_s$ ist folglich die Länge des HF-Pulses. Aus den Gleichungen (5.13) und (5.14) erhält man dafür im Modell des Regelkreises die mathematische Beschreibung:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \end{bmatrix}_{k+k_m+1} &= \begin{bmatrix} 1 - \omega_{1/2} \Delta T_s & -\Delta \omega \Delta T_s \\ \Delta \omega \Delta T_s & 1 - \omega_{1/2} \Delta T_s \end{bmatrix}_{k+k_m} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \end{bmatrix}_{k+k_m} \\ &+ \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right) \Delta T_s \begin{bmatrix} \frac{N}{m} g_a & \frac{N}{m} g_b \\ \frac{N}{m} g_c & \frac{N}{m} g_d \end{bmatrix}_{k-k_g} \cdot \left(\begin{bmatrix} \Delta F_r \\ \Delta F_i \end{bmatrix} - \mathcal{K} \begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \right)_{k-k_g} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Die Bestimmung der Dreh-Streck-Matrix und der Verstimmung $\Delta \omega_k$ erfolgt nun über Sprünge $\Delta \hat{\mathbf{F}}_k = [\Delta F_0 \Theta(k - k_{\text{sprung}}), 0]$ und $\Delta \hat{\mathbf{F}}_k = [0, \Delta F_0 \Theta(k - k_{\text{sprung}})]$ im Stellvektor der Vorkompensation. Die Sprunghöhe ΔF_0 ist dabei so klein zu wählen, daß der reguläre Beschleunigerbetrieb nicht gestört wird.

Zunächst sei der idealisierte Fall betrachtet, in dem die Verstimmung $\Delta \omega_k$ vernachlässigt und $g_{ak} = g_{dk} = g$ sowie $g_{bk} = g_{ck} = 0$ angenommen wird. Aus der Gleichung (5.17) folgt, daß bei diesen Parametern ein Sprung $\Delta \hat{\mathbf{F}}_k = [\Delta F_0 \Theta(k - k_{\text{sprung}}), 0]$ in dem Stellvektor der Vorkompensation zu keiner Änderung des Imaginärteils der Vektorsumme führt. Die resultierende, auf die Höhe ΔF_0 des Sprunges normierte Sprungantwort des Realteils der Vektorsumme ist in der Abbildung 5.3 für einige ausgewählte Modellparameter gezeigt. Die Verzögerungen in dem Modell der Regelschleife bewirken einen im Vergleich

zum Sprung zeitlich verschobenen Anstieg der Vektorsumme. Bei den gewählten Parametern wird die stationäre Spannung $\Delta V_{r,stat} = \Delta V_r|_{t \rightarrow \infty}$ der Sprungantwort hauptsächlich durch den Verstärkungsfaktor $\mathcal{K}_k = \mathcal{K}$ des digitalen Proportionalreglers bestimmt. Aus der Gleichung (5.17) folgt für diese Spannung:

$$\Delta V_{r,stat} = \frac{\Delta F_r}{\mathcal{K} + \frac{\omega_{1/2}}{\omega_{HF} \left(\frac{r}{Q}\right) \frac{N}{m} g}} \quad (5.18)$$

Wie die Abbildung 5.3 zeigt, treten bei höheren Verstärkungsfaktoren \mathcal{K} Schwingungen in der Sprungantwort auf, deren Ursache in der Verzögerung in dem Regelkreis liegt. Die Dämpfung dieser Schwingung nimmt mit steigendem Verstärkungsfaktor ab, bis der Regelkreis schließlich instabil wird. Sie kann daher als Kriterium bei der Einstellung des Verstärkungsfaktors verwendet werden. Sprünge in dem Sollwert $\hat{\mathbf{S}}_k$ führen - dividiert durch den Verstärkungsfaktor \mathcal{K} - gleichfalls zu den gezeigten Sprungantworten in der Vektorsumme.

Nach diese einführenden Betrachtungen der Sprungantworten des Modells (5.13) bei speziell gewählten Parametern, zeigt die Abbildung 5.4 nun normierte Sprungantworten, die am HF-Regelkreis des TTF-Linearbeschleunigers gemessen wurden. Dazu sind nacheinander jeweils drei Sprünge $\Delta \hat{\mathbf{F}}_k$ auf den Real- bzw. Imaginärteil des Stellvektors der Vorkompensation gegeben worden. Die normierten Antworten zeigen, daß eine schwache Kreuzkopplung vorliegt. Diese ist zum einen eine Folge der nichtdiagonalen Elemente in der Matrix der Verstärkungsfaktoren. Zum anderen führt auch die Verstimmung $\Delta\omega$ zu einer Kreuzkopplung. Diese beiden Ursachen zeigen jedoch verschiedene Wirkungen² und sind daher unterscheidbar. Somit können aus den gemessenen Sprungantworten des Regelkreises die Dreh-Streck-Matrix und der Verlauf der Verstimmung $\Delta f = \Delta\omega/(2\pi)$ während eines Pulses bestimmt werden. Als Beispiel zeigt die Abbildung 5.5 den zeitlichen Verlauf der Verstimmung, der auf diese Weise aus den gemessenen Sprungantworten der Abbildung 5.4 berechnet wurde.

Sind die Parameter des Modells bestimmt, so kann mit der Gleichung (5.13) der HF-Regelkreis des TTF-Linearbeschleunigers mit guter Genauigkeit simuliert werden, wie die Abbildung 5.4 zeigt. Die gestrichelt dargestellten Sprungantworten wurden mit der Gleichung (5.17) berechnet, wobei die Modellparameter zuvor aus den gemessenen Sprungantworten bestimmt wurden. In die Identifikation der Parameter gingen dabei nur die jeweils ersten der drei Antworten ein, um eine Überprüfung des Modells mit den nachfolgenden zwei Antworten zu ermöglichen.

Im Kapitel 7 wird eine sehr viel direktere Methode der Modellbildung vorgestellt, in der aus den gemessenen Sprungantworten eine Übertragungsmatrix zusammengesetzt wird.

²Die nichtdiagonalen Elemente bewirken einen näherungsweise exponentiellen Anstieg in der Sprungantwort; die Verstimmung führt zu einem Anstieg, der dem eines Systems mit einer Differentialgleichung 2. Ordnung gleicht.

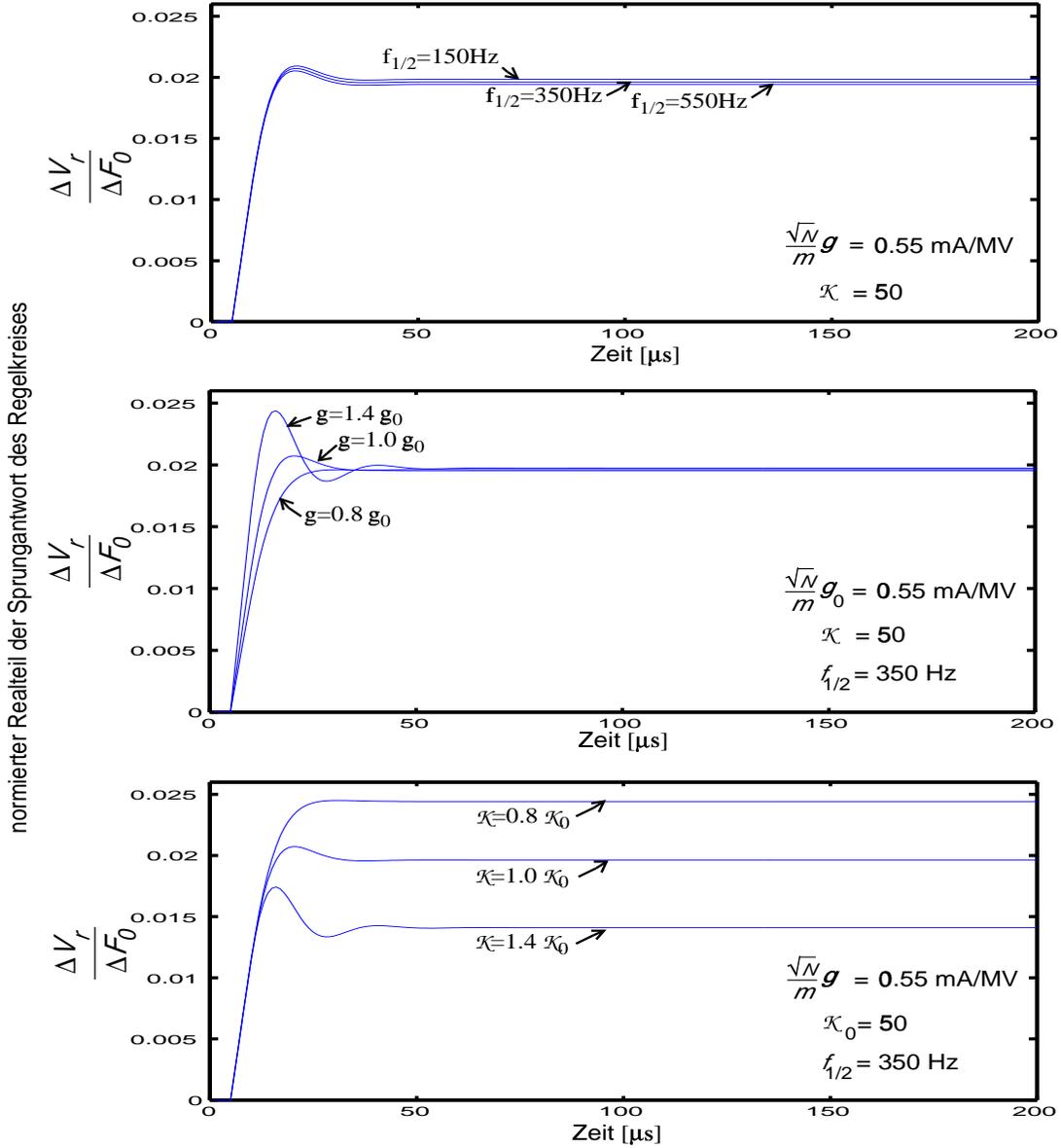


Abbildung 5.3: Simulierte Sprungantworten des Regelkreises für ausgewählte Parameter des Modells (5.14). Dargestellt ist die normierte Änderung der Beschleunigungsspannung durch einen Sprung $\Delta \hat{\mathbf{F}}_k = [\Delta F_0 \Theta(k - k_{sprung}), 0]$ in dem Stellvektor der Vorkompensation ($\frac{r}{Q} = 515 \Omega$, $\omega_{HF} = 1.3 \text{ GHz}$, $\Delta\omega = 0$, $g_{ak} = g_{dk} = g$, $g_{bk} = g_{ck} = 0$, $\Delta T_s = 1 \mu\text{s}$, $k_{dm} = 2$, $k_{dg} = 4$).

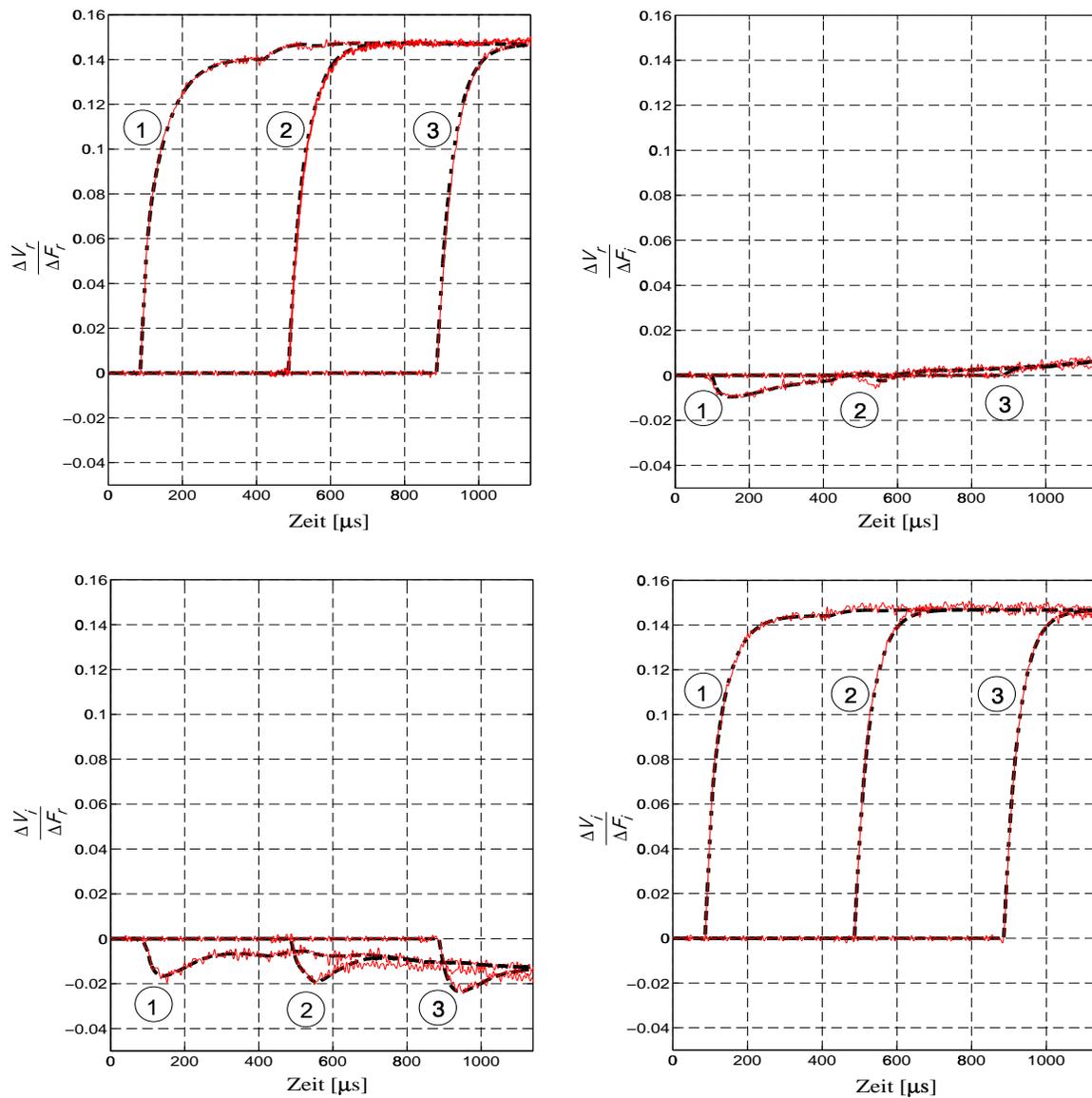


Abbildung 5.4: Normierte Sprungantworten des HF-Regelkreises am TTF-Linearbeschleuniger. Links sind die Sprungantworten auf drei ausgewählte Sprünge im Realteil des Stellvektors der Vorkompensation gezeigt.

Rechts sind die Änderungen des Realteils (oben) und des Imaginärteils (unten) durch drei Sprünge in dem Imaginärteil des Stellvektors der Vorkompensation dargestellt.

Die durchgezogenen Linien zeigen dabei die gemessenen Verläufe. Die gestrichelt dargestellten Linien wurden mit der Gleichung (5.17) bei angepaßten Modellparametern berechnet.

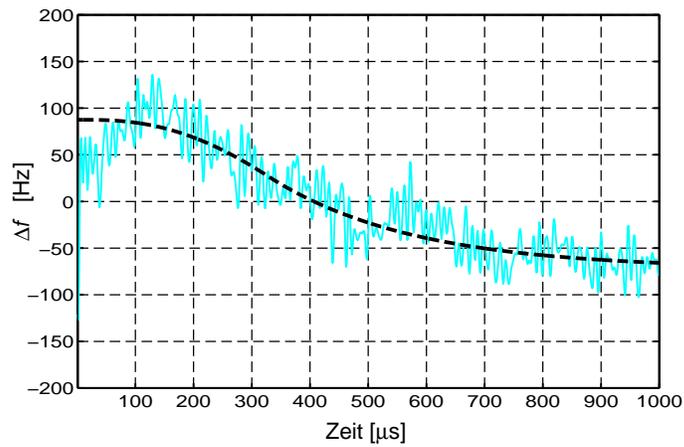


Abbildung 5.5: Verlauf der Verstimmung $\Delta f = \Delta\omega/(2\pi)$ während einen Pulses. Die hellgrau dargestellte Linie zeigt den Verlauf, der aus den gemessenen Sprungantworten der HF-Regelkreises (Abbildung 5.4) bestimmt wurde. Bei der gestrichelt dargestellten Linie wurde zur Simulation der Verstimmung die Differentialgleichung (3.10) zugrunde gelegt.

6 Vektorsummen-Kalibrierung

Kalibrationsfehler in den gemessenen Amplituden und Phasen der Beschleunigungsfelder in den Resonatoren bewirken zusammen mit der Mikrophonie Fluktuationen im Energiegewinn der Elektronen, auch dann, wenn die gemessene Vektorsumme der Felder durch die HF-Regelung perfekt stabilisiert wird. Wie im Kapitel 3.3.1 diskutiert, ergeben sich somit aus der geforderten Energieschärfe Anforderungen an die Kalibrierung. Nimmt man als Obergrenze der Mikrophonie eine Standardabweichung von $\sigma_f = 50$ Hz an, so sind die Meßwerte der Beschleunigungsfelder mit einer Genauigkeit von $\pm 10\%$ in ihrer Amplitude und $\pm 1.5^\circ$ in der Phase zu kalibrieren.

Die Standardmethode bei einer solchen HF-Kalibrierung ist, die Parameter der einzelnen Komponenten zu vermessen. Für die Amplitudenkalibrierung sind dazu die Kopplung der Meßantenne im Resonator, die Kabelabschwächungen und die Empfindlichkeit des Detektors, der das Amplitudensignal mißt, zu bestimmen. Bei sorgfältiger Durchführung ist auf diese Weise die geforderte Genauigkeit von $\pm 10\%$ erreichbar [Goe], aber die Kalibrierung kann während des normalen Beschleunigerbetriebs nicht überprüft werden und ist zudem aufwendig. Zur Kalibrierung der Phase müßte dann die elektrische Länge aller Kabel und Komponenten bestimmt werden. Die so erreichbare Genauigkeit in der Phasenkalibrierung ist im Bereich von $\pm 10^\circ$ anzusiedeln. Diese Genauigkeit ist somit keinesfalls ausreichend für die geforderte Energieschärfe des Elektronenstrahls am TTF-Linearbeschleuniger.

Aus diesem Grund war es erforderlich, eine Alternative zu dieser Standard-Kalibrierung zu entwickeln. Die in diesem Kapitel vorgestellte Methode der Amplituden- und Phasenkalibrierung beruht auf der Messung der strahlinduzierten Felder [Sim 93]. Sie erlaubt es zudem, Unterschiede in den Phasen der einlaufenden Wellen der einzelnen Resonatoren zu bestimmen. Solche Phasenunterschiede können durch die unterschiedlichen Längen der Wellenleiter zu den einzelnen Resonatoren entstehen.

6.1 Prinzip

Der Strahl induziert in einen Resonator ein HF-Feld. Dieses Feld kann aus der Kenntnis des Strahlstroms \hat{I}_{b0} , der Shunt-Impedanz ($\frac{r}{Q}$) des Resonators und seiner belasteten Güte Q_L berechnet werden. Mißt man nun gerade dieses strahlinduzierte Feld, so kann durch den Vergleich des gemessenen Feldes mit dem berechneten Feld die Messung in der Amplitude und Phase kalibriert werden.

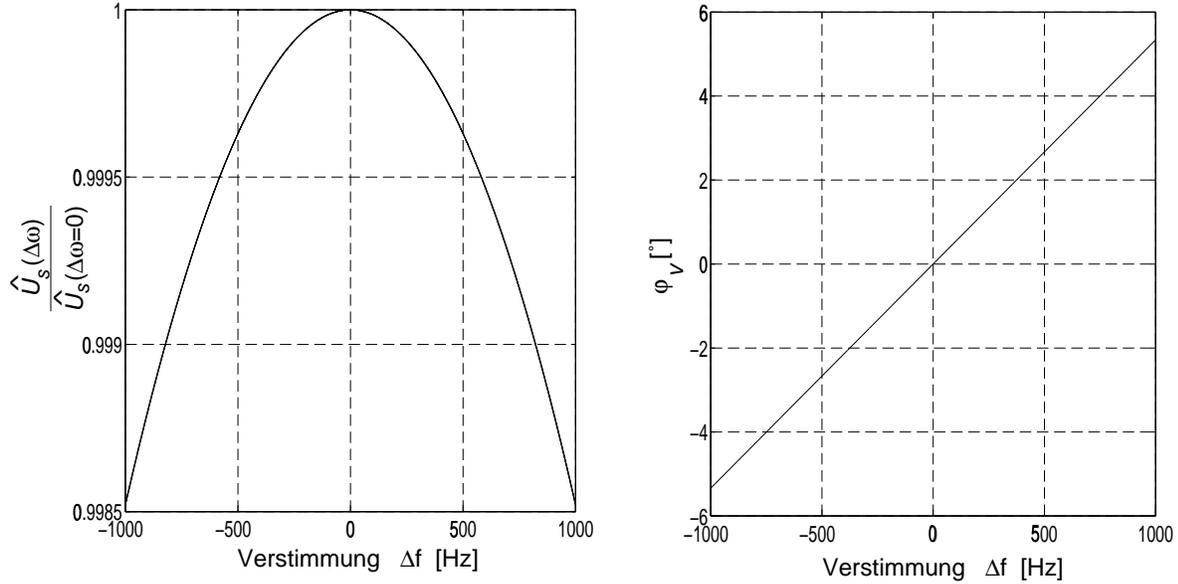


Abbildung 6.1: Einfluß der Verstimmung des Resonators auf die Amplitude (links) und die Phase (rechts) des strahlinduzierten Feldes ($\omega_{HF} = 1.3$ GHz, $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$). Dargestellt ist das Feld, das ein Strahlpuls mit einer Länge von $30 \mu\text{s}$ induziert.

6.1.1 Kalibrierung der Amplituden und der Phasen

Gemäß der Gleichung (4.59) induziert ein Bunchzug mit einem mittleren Strahlstrom $\hat{\mathbf{I}}_{b0}$ in einem Resonator die Spannung:

$$\hat{U}_s(t) = \frac{2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\hat{\mathbf{I}}_{b0}}{1 - i\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}}\left(1 - e^{-(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)t}\right) \quad . \quad (6.1)$$

Daraus folgt nun für die Amplitude der induzierten Spannung die Gleichung:

$$\begin{aligned} \hat{U}_s(t) &= \frac{2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\hat{\mathbf{I}}_{b0}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}\right)^2}} \cdot \sqrt{1 + e^{-2\omega_{1/2}t} - 2\cos(\Delta\omega t)e^{-\omega_{1/2}t}} \\ &\approx 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\hat{\mathbf{I}}_{b0} \cdot (1 - e^{-\omega_{1/2}t}) \quad . \end{aligned} \quad (6.2)$$

In der angegebenen Näherung wird dabei $\Delta\omega t \ll 1$ angenommen. Wie der linke Graph in der Abbildung 6.1 zeigt, gilt die Näherung (6.2) bei den Verstimmungen, die bei den Resonatoren des TTF-Linearbeschleunigers auftreten, für einen kurzen Strahlpuls sehr gut. Der relative Fehler ist noch bei einer Verstimmung von 500 Hz kleiner als 0.1% bei

einem Strahlpuls von $30 \mu\text{s}$ Länge. Im folgenden seien daher nur kurze Strahlpulse mit einer Länge von wenigen $10 \mu\text{s}$ betrachtet, um eine einfache mathematische Beschreibung zu erhalten.

Aus der Gleichung 6.1 folgt für den Phasenwinkel $\varphi_s(t)$ der komplexen Einhüllenden $\hat{U}_s(t) = \hat{U}_s(t) \exp(i\varphi_s(t))$ der strahlinduzierten Spannung:

$$\begin{aligned}\varphi_s(t) &= \varphi_I + \arctan\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}\right) + \arctan\left(\frac{-e^{-\omega_{1/2}t} \sin(\Delta\omega t)}{1 - e^{-\omega_{1/2}t} \cos(\Delta\omega t)}\right) \\ &= \varphi_I + \varphi_v \approx \varphi_I + \frac{\Delta\omega t}{2} \quad .\end{aligned}\tag{6.3}$$

Dabei stellt φ_I die Phase der Gleichstromkomponente des Strahlstroms dar, d.h. $\hat{I}_{b0} = \hat{I}_{b0} \exp(i\varphi_I)$. Der zeitabhängige Verstimmungswinkel φ_v verschwindet für $\Delta\omega = 0$, so daß dann $\varphi_s(t) = \varphi_I$ gilt. Die angegebene Näherung gilt wiederum für $\Delta\omega t \ll 1$. Zudem ist angenommen, daß $\omega_{1/2}t \ll 1$ erfüllt ist. Dieses ist bei supraleitenden Resonatoren für die hier betrachteten kurzen Strahlpulse gewährleistet. Der rechte Graph in der Abbildung 6.1 zeigt die näherungsweise lineare Abhängigkeit des Verstimmungswinkels $\varphi_s(t)$ von der Verstimmung $\Delta\omega$ bei kurzen Pulsen.

Sind nun der Strahlstrom \hat{I}_{b0} , die Shunt-Impedanz ($\frac{r}{Q}$) des Resonators und seine belastete Güte Q_L bekannt, so kann mit den Gleichungen (6.2) und (6.3) die Amplitude und die Phase der Spannung berechnet werden, die ein kurzer Strahlpuls in einem Resonator induziert. Durch den Vergleich der gemessenen, strahlinduzierten Spannung mit der berechneten Spannung kann folglich die Messung in der Amplitude und Phase kalibriert werden. Gibt $(\hat{U}_s)_m$ den Meßwert der Amplitude der induzierten Spannung an, so ist das Verhältnis $\hat{U}_s/(\hat{U}_s)_m$ gerade der gesuchte Kalibrationsfaktor für die Amplitude. Die Phasenmessung ist so zu korrigieren, daß für die gemessene Phase φ_I des Strahlstroms in der komplexen Darstellung gilt: $\varphi_I \stackrel{!}{=} 180^\circ$. Damit wird erreicht, daß die gemessene Phase eines Beschleunigungsfeldes in dem Resonator gerade die Beschleunigungsphase Φ_b angibt, mit der ein Bunch beschleunigt werden würde, bzw. wird.

Im allgemeinen wird zusätzlich zur strahlinduzierten Spannung \hat{U}_s auch noch durch den Generator eine Spannung \hat{U}_g induziert. Die Abbildung 6.2 zeigt die Phasenbeziehungen zwischen den einzelnen induzierten Spannungen. $\hat{U}(t_e)$ stellt dabei die resultierende Spannung in dem Resonator direkt nach dem Strahlpuls dar. In der Abbildung 6.3 ist als Beispiel ein Verlauf der resultierenden Spannung \hat{U} in der komplexen Ebene dargestellt, der zur Feldkalibrierung an dem TTF-Linearbeschleuniger gemessen wurde. Man erkennt deutlich die Spannung, die der Strahlpuls mit einer Länge von $30 \mu\text{s}$ induziert. Um nun aus dieser Messung die strahlinduzierte Spannung \hat{U}_s genau bestimmen zu können, muß die zum Zeitpunkt t_e , d.h. am Ende des Strahlpulses, vom Generator induzierte Spannung $\hat{U}_g(t_e)$ bekannt sein. Dazu wird aus Meßwerten der Resonatorspannung direkt vor dem Strahlpuls eine Regressionskurve berechnet. Dort gilt $\hat{U} = \hat{U}_g$. Ändert sich nun die Generatorleistung in diesem Zeitabschnitt des HF-Pulses nur gering und stetig, so kann mit einem Regressionspolynom 2. Ordnung die Spannung $\hat{U}_g(t_e)$ am Ende des Strahlpulses abgeschätzt werden. Diese Methode ist zwar rein mathematisch betrachtet nicht erlaubt,

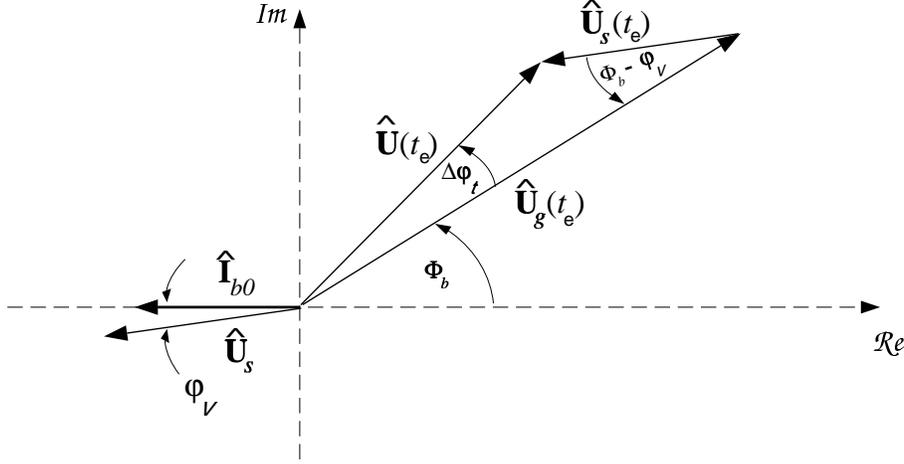


Abbildung 6.2: Superposition der Spannungen, die von einem Strahlstrom \hat{I}_{b0} und einem Generator in einem verstimmten Resonator induziert werden. Der Winkel $\Delta\varphi_t$ gibt den strahlinduzierten Transienten in der Phase an.

liefert aber auf Grund der kurzen Länge des Strahlpulses und der hohen Güte supraleitender Resonatoren Werte mit hinreichender Genauigkeit. Damit erhält man dann einen Meßwert der strahlinduzierten Spannung \hat{U}_s , wie die Abbildung 6.3 zeigt. Eine exakte Bestimmung der Spannung $\hat{U}_g(t_e)$ ist durch die Messung der Resonatorspannung ohne Strahlbeschleunigung möglich. Auf Grund der Mikrophonie ist dann eine Mittelung über mehrere HF-Pulse mit und ohne Strahl erforderlich.

Eine sehr präzise Phasenkalibrierung ist durch eine Messung der strahlinduzierten Transienten in der Amplitude und der Phase der Beschleunigungsspannung möglich. Aus der Abbildung 6.2 folgt für die Amplitude der Spannung am Ende des Strahlpulses die Gleichung:

$$\hat{U}(t_e) = \sqrt{\hat{U}_g(t_e)^2 + \hat{U}_s(t_e)^2 - 2\hat{U}_g(t_e)\hat{U}_s(t_e)\cos(\Phi_b - \varphi_v)} \quad . \quad (6.4)$$

Damit und mit der Gleichung (6.2) erhält man nun für die Änderung der Amplitude der Beschleunigungsspannung durch den Strahlpuls:

$$\Delta U_t = \hat{U}(t_e) - \hat{U}_g(t_e) \approx 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L\hat{I}_{b0}\left(1 - e^{-\omega_{1/2}(t-t_{inj})}\right)\cos(\Phi_b - \varphi_v) \quad . \quad (6.5)$$

Dabei stellt $t - t_{inj}$ die Länge des Strahlpulses dar. Die angegebene Näherung gilt nur für $\hat{U}_s(t_e) \ll \hat{U}_g(t_e)$. Aus der Gleichung (6.4) ergeben sich die folgenden Aussagen:

$$\begin{aligned} \Delta U_t = 0 & \iff \cos(\Phi_b - \varphi_v) = \frac{\hat{U}_s(t_e)}{2\hat{U}_g(t_e)} \\ |\Delta U_t| = \max & \iff \Phi_b - \varphi_v = 0^\circ \text{ oder } \Phi_b - \varphi_v = 180^\circ \end{aligned}$$

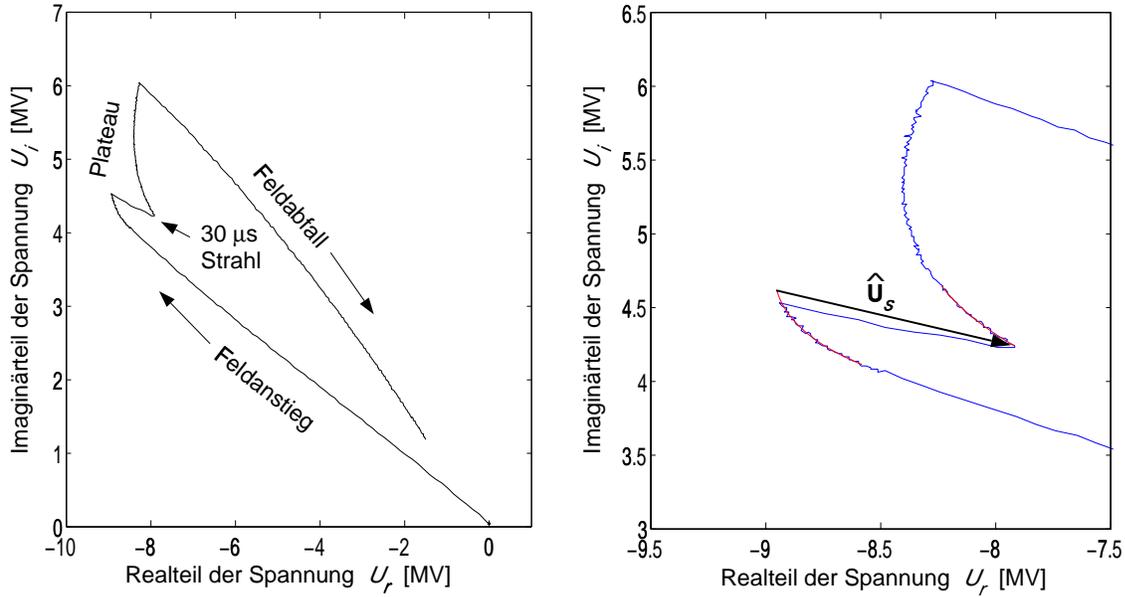


Abbildung 6.3: Links: Verlauf der Resonatorspannung \hat{U} in der komplexen Ebene bei Beschleunigung eines kurzen Strahlpulses (ungeregelt). Die Füllkurve ist auf Grund statischer und dynamischer Verstimmungen „aufgeweitet“.

Rechts: Vergrößerter Plateaubereich. Bei konstanter Generatorleistung kann durch ein Regressionspolynom 2. Ordnung die Spannung $\hat{U}_g(t_e)$ am Ende des Strahlpulses abgeschätzt und damit die strahlinduzierte Spannung \hat{U}_s bestimmt werden.

Gilt $\hat{U}_s(t_e) \ll \hat{U}_g(t_e)$, so verschwindet der strahlinduzierte Transient somit in der Nähe der Beschleunigungsphasen $\Phi_b = \pm 90^\circ$. Sein Maximum nimmt er für $\Phi_b - \varphi_v = 180^\circ$ an und sein Minimum erreicht er bei $\Phi_b - \varphi_v = 0^\circ$, denn dort ist die strahlinduzierte Spannung gerade entgegengesetzt gerichtet zu der Spannung, die der Generator induziert.

Analog folgt aus der Abbildung 6.2 für die Änderung $\Delta\varphi_t$ der Phase der Beschleunigungsspannung durch den Strahlpuls die Gleichung:

$$\sin(\Delta\varphi_t) = \frac{\hat{U}_s(t_e)}{\hat{U}_g(t_e)} \sin(\Phi_b - \varphi_v) \quad . \quad (6.6)$$

Es gelten somit die Aussagen:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_t = 0 & \iff \Phi_b - \varphi_v = 0^\circ \text{ oder } \Phi_b - \varphi_v = 180^\circ \\ |\Delta\varphi_t| = \max & \iff \cos(\Phi_b - \varphi_v) = \frac{\hat{U}_s(t_e)}{\hat{U}_g(t_e)} \end{aligned}$$

Der Transient in der Phase verschwindet folglich genau dann, wenn der Transient in der Amplitude sein Maximum oder Minimum erreicht.

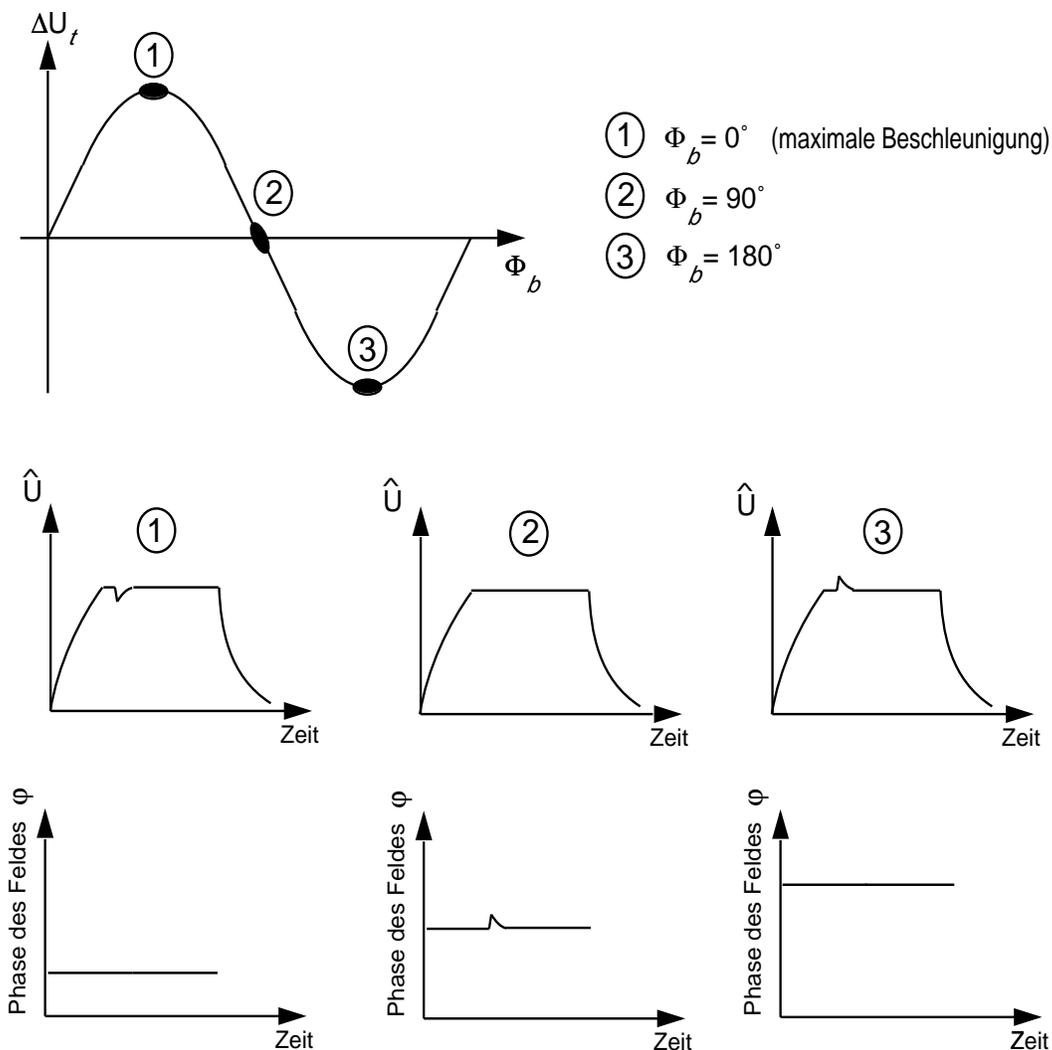


Abbildung 6.4: Transienten in der Amplitude und der Phase der Resonatorspannung \hat{U} bei ausgewählten Beschleunigungsphasen Φ_b . Es sei dabei $\hat{U}_s(t_e) \ll \hat{U}_g(t_e)$ und $\varphi_v = 0$ angenommen.

Die Abhängigkeiten der Transienten von der Beschleunigungsphase Φ_b sind in der Abbildung 6.4 schematisch dargestellt.

Bestimmt man durch Messungen den Nulldurchgang des Transienten in der Amplitude oder den des Transienten in der Phase, so läßt sich damit die Phasenmessung sehr präzise kalibrieren. Die Abbildung 6.5 zeigt dazu eine Kalibrierungsmessung mit dem Phasentransienten.

Die Maximalwerte der Transienten in der Amplitude oder der Phase erlauben andererseits, mit den Gleichungen (6.5) bzw. (6.6) die Amplitudenmessung der Beschleunigungsfelder zu kalibrieren. In der Abbildung 6.6 ist eine Messung zur Amplitudeneichung dargestellt.

Bei den in diesem Kapitel vorgestellten Kalibrierungsmessungen ist zu beachten, daß das strahlinduzierte Feld nicht durch die Regelung kompensiert werden darf, da dieses die Messung verfälschen würde.

Berücksichtigt man neben den Veränderungen des Feldes auch noch die Veränderungen in der Generatorleistung während der Strahlbeschleunigung, so kann auch im geregelten Fall die Phasenkalibrierung überprüft werden [Hü 98]. Dazu ist die Differentialgleichung (4.31) für die Einhüllende der Beschleunigungsspannung in einem Resonator zu betrachten. Diese Methode liefert dann zuverlässige Werte, wenn die gemessenen Beschleunigungsfelder in der Resonatoren zuvor kalibriert wurden. Daher lassen sich auf diese Weise Driften in der Kalibrierung während des regulären Beschleunigerbetriebs entdecken.

Sind die Meßsignale der Felder in den Resonatoren kalibriert, so können direkt die Beschleunigungsphasen des Strahls in den einzelnen Resonatoren abgelesen und verglichen werden. Werden dabei Unterschiede festgestellt, so resultieren diese aus den verschiedenen Längen der Wellenleiter zu den Resonatoren. Die einlaufenden Wellen können dann entsprechend mit den Drei-Stempel-Abstimmern in den Wellenleitern in ihrer Phase geschoben werden, bis der Strahl in allen Resonatoren mit der gleichen Phase beschleunigt wird.

6.1.2 Phasenvorschub des Regelkreises

Sind die einzelnen Meßsignale der Beschleunigungsfelder kalibriert, so ist der Phasenvorschub über dem Regelkreis für die Betriebsfrequenz ω_{HF} auf ein ganzzahliges Vielfaches von 2π einzustellen, um Rückkopplung zu erreichen. Der Phasenvorschub über dem Regelkreis ist direkt meßbar. Dazu wird bei geöffneter Regelschleife als Realteil des Stellvektors der Vorkompensation ein konstanter Wert gesetzt; der Imaginärteil ist dabei gleich Null. Für eine konstante Ausgangsleistung des Klystrons wird der Anstieg der Spannung in einem Resonator durch die Gleichung (4.49) beschrieben. Aus dieser folgt:

$$\dot{\hat{\mathbf{U}}}(0) = \omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right) \hat{\mathbf{I}} \quad . \quad (6.7)$$

Dieses bedeutet nun aber, daß am Anfang die Spannung unabhängig von der Verstimmung des Resonators immer in Richtung von $\hat{\mathbf{I}}$ ansteigt. Startet die gemessene Füllkurve jedoch mit einem davon abweichenden Winkel φ_r , so gibt dieser Winkel gerade den gesuchten Phasenvorschub über dem Regelkreis an. Die Abbildung 6.7 zeigt eine solche Messung.

Auch wenn der Regelkreis geschlossen ist, kann der Phasenvorschub φ_r bestimmt werden. Dazu ist dann ein definierter Sprung auf den Realteil des Stellvektors der Vorkompensation zu geben. Der Startwert der Phase der dabei gemessenen Sprungantwort ist gerade der gesuchte Phasenvorschub (siehe auch Kapitel 5.3).

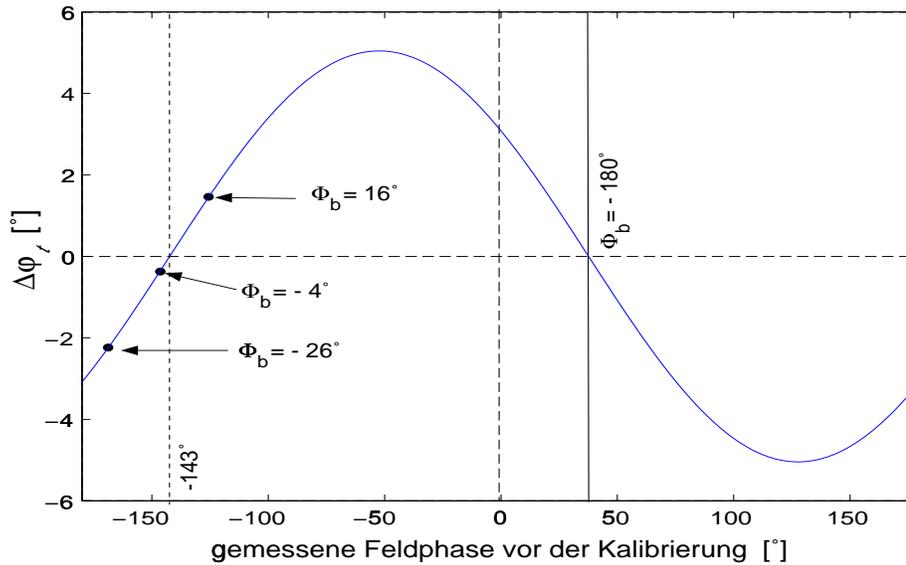
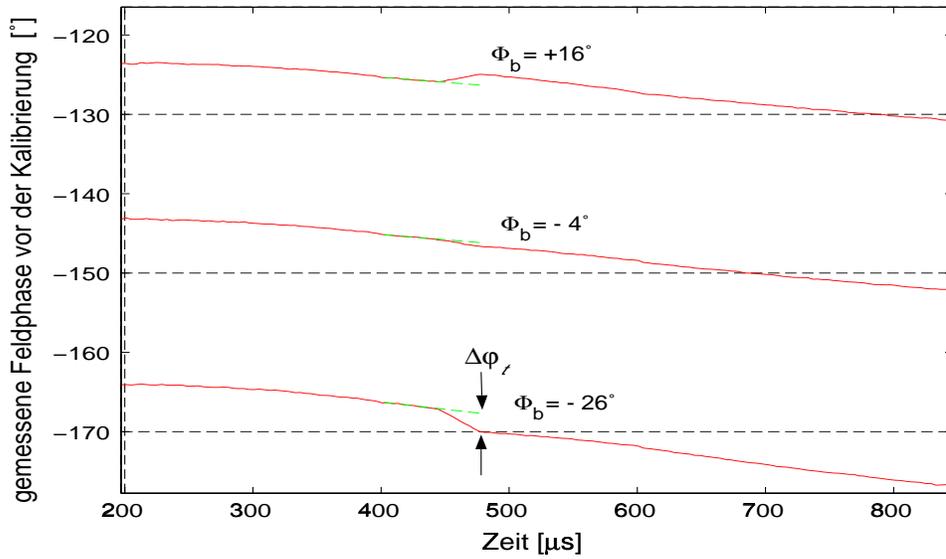


Abbildung 6.5: Messung zur Phasenkalibrierung (Resonator D04). Oben sind die bei verschiedenen Feldphasen gemessenen Transienten in der Phase der Beschleunigungsspannung gezeigt. In der unteren Abbildung sind die daraus bestimmten Transienten $\Delta\varphi_v$ über der jeweiligen Feldphase am Ende des Strahlpulses aufgetragen. Am Nulldurchgang der Regressionskurve, die auf der Gleichung (6.6) basiert, gilt $\Phi_b = 0^\circ$ (der Verstimmungswinkel φ_v ist in der hier gezeigten Messung vernachlässigbar). Zu den gemessenen Phasen ist somit zur Kalibrierung 143° zu addieren.

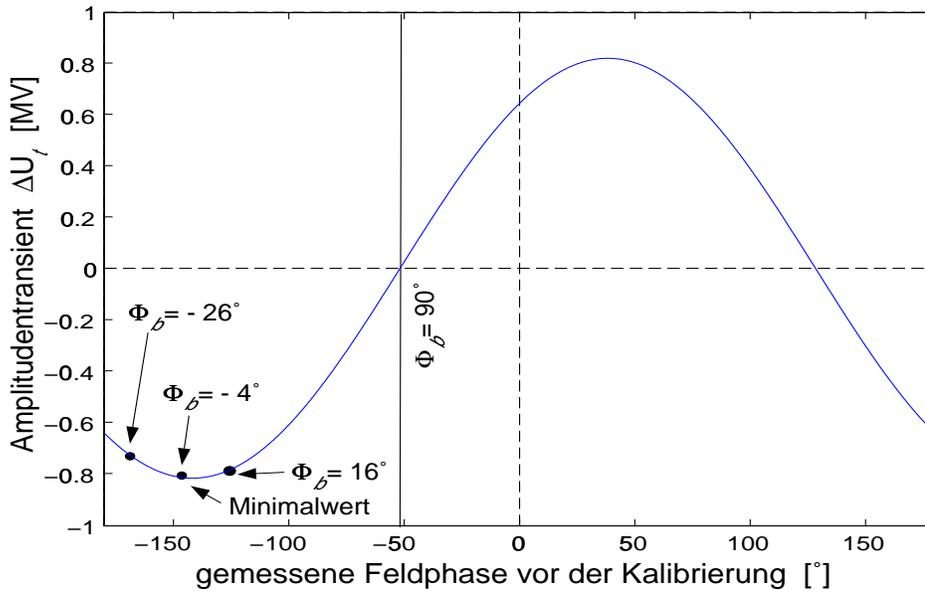
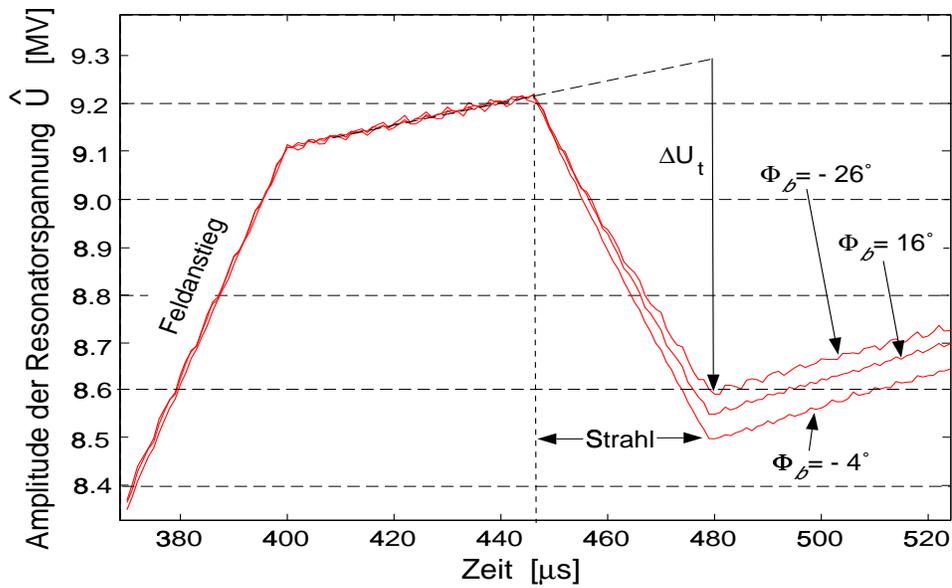


Abbildung 6.6: Messung zur Amplitudenkalibrierung (Resonator D04). Der obere Graph zeigt die gemessenen Transienten ΔU_t in der Amplitude der Beschleunigungsspannung bei verschiedenen Beschleunigungsphasen. In der unteren Abbildung sind die daraus bestimmten Transienten über der jeweiligen Feldphase am Ende des Strahlpulses aufgetragen. Mit dem Minimalwert der Regressionskurve, die auf der Gleichung (6.5) basiert, kann die Amplitudenmessung kalibriert werden.

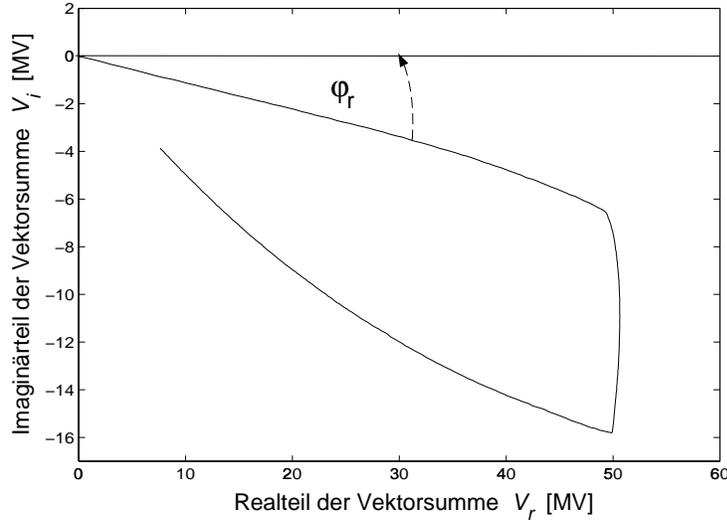


Abbildung 6.7: Bestimmung des Phasenvorschubs im Regelkreis. Dargestellt ist der gemessene Verlauf der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen der Resonatoren in der komplexen Ebene, wenn bei geöffneter Regelschleife als Realteil des Stellvektors der Vorkompensation ein konstanter Wert gesetzt wird. Die Anfangsphase der Füllkurve - relativ zu der Phase 0° des Stellvektors - gibt gerade den Phasenvorschub φ_r über dem Regelkreis an.

6.2 Transienten-Detektor

Ein $30 \mu\text{s}$ langer Strahlpuls¹ mit einem mittleren Strahlstrom von $\hat{I}_{b0} = 8 \text{ mA}$ induziert eine Spannung von $\hat{U}_s = 1 \text{ MV}$ in einem Resonator. Bei der Kalibrierung der Phase über den Nulldurchgang des Transienten in der Amplitude ist es wünschenswert, Transienten mit einer Phasendifferenz von weniger als 0.5° unterscheiden zu können. Bei einer Beschleunigungsspannung von 15 MV ist dazu eine Genauigkeit von besser als $1/15 \cdot \cos(89.5^\circ) = 5.8 \cdot 10^{-4}$ in der Amplitudenmessung erforderlich. Die am TTF-Linearbeschleuniger verwendeten 12 Bit ADC's haben eine Auflösung von $2^{-12} = 2.4 \cdot 10^{-4}$. Diese ist somit gerade ausreichend für die geforderte Genauigkeit in der Transientenmessung. Um diese Genauigkeit allerdings zuverlässig gewährleisten zu können, wurde ein spezieller Transienten-Detektor [Sim 93] entwickelt. Dieser ist so ausgelegt, daß auch der Transient, den ein einzelner Bunch des Injektors II induziert, aufgelöst werden kann. Damit sollte es dann zusätzlich möglich sein, den Sägezahnverlauf der Spannung bei der Strahlbeschleunigung zu messen (siehe Abbildung 4.9).

¹Die Pulslänge von $30 \mu\text{s}$ ist gerade die kleinste Länge, die der Injektor I liefern kann, und wird am TTF-Beschleuniger standartmäßig bei Kalibrationen verwendet, da dabei auch ein Strahlverlust von 100% zu keiner kritischen radioaktiven Aktivierung führt.

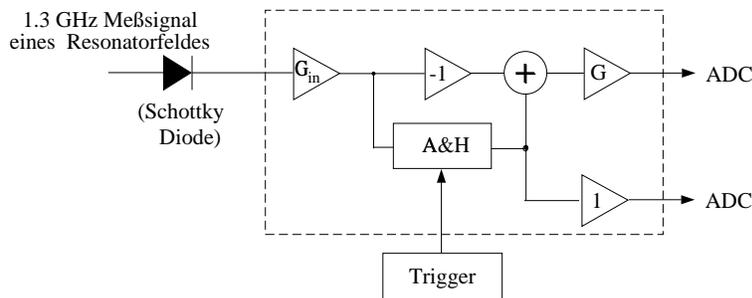


Abbildung 6.8: Schematischer Aufbau des Transienten-Detektors.

6.2.1 Aufbau und Funktionsweise

Die Abbildung 6.8 zeigt den schematischen Aufbau des Transienten-Detektors. Eine Schottky-Diode liefert ein Spannungssignal, das linear von der Beschleunigungsspannung in dem betrachteten Resonator abhängt. Nach einem Eingangsverstärker wird von diesem Signal das Amplitudensignal abgezogen, das wenige μs vor dem Strahlpuls gemessen wird. Dazu wird, wie die Abbildung zeigt, ein Abtast-Halte-Glied (A&H) verwendet. Ein Trigger bestimmt den Zeitpunkt, an dem das zu subtrahierende Haltesignal gemessen wird. Die resultierende Differenz, also gerade die Signatur des Strahls in der Feldamplitude, wird dann bis zu 100fach verstärkt, so daß der Meßbereich von $\pm 5\text{ V}$ des ADC ausgenutzt wird. Das zweite Ausgangssignal des Transienten-Detektors liefert das Haltesignal. Dieses erlaubt es, die Größe der Transienten in der Spannungsamplitude relativ zur Spannungsamplitude zu vermessen.

6.2.2 Messungen der Parameter

Kernstück des Transienten-Detektor ist die Schottky-Diode. Bei einer Diode dieses Typs gibt es keine Trägheitseffekte durch Minoritätsträgerinjektion. Schottky-Dioden arbeiten daher bis in den Mikrowellenbereich als Gleichrichter [Mei 92]. Ein weiterer Vorteil dieses Diodentyps ist das im Vergleich zu anderen Dioden niedrige Rauschen auf dem Ausgangssignal. Die Abbildung 6.9 zeigt die Kennlinie der Schottky-Diode (Typ: BAT 62). Der untere Bereich wird als „quadratischer Bereich“ der Kennlinie bezeichnet; er kann zur Leistungsmessung verwendet werden. Bei einer Ausgangsspannung über 200 mV hängt diese linear von der Beschleunigungsspannung des Resonators ab, und kann folglich zur Amplitudenmessung verwendet werden. Soll der Transienten-Detektor zur Messung der relativen Transienten benutzt werden, so ist die Diode in ihrem linearen Bereich zu betreiben, sowie das Haltesignal des zweiten Ausgangs des Detektors entsprechend der Nichtlinearität im unteren Bereich der Kennlinie zu korrigieren. Die gemessenen relativen Transienten erlauben dann zwar auch eine Amplitudenkalibrierung mit dem Transienten-Detektor, diese ist aber schwierig, da dabei die Diodenkennlinie und die Verstärkungsfaktoren der einzelnen

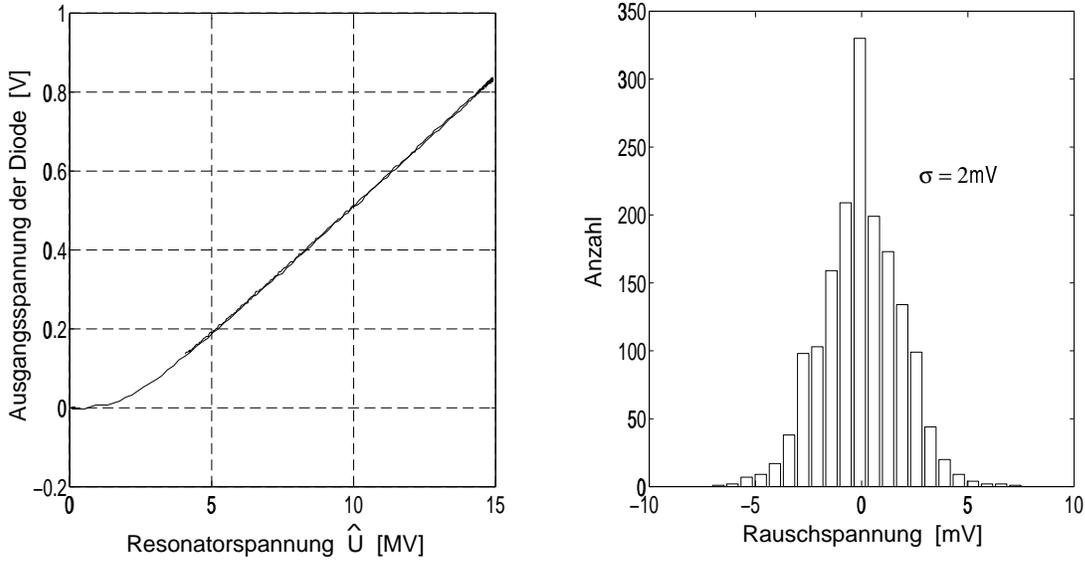


Abbildung 6.9: Links: Kennlinie der Schottky-Diode des Transienten-Detektors. Aufgetragen ist das Ausgangssignal der Diode über der Beschleunigungsspannung in dem Resonator, dessen Spannungsamplitude gemessen wird. Das 1.3 GHz Meßsignal des Resonatorfeldes wird vor der Diode soweit abgeschwächt, daß die Verstärker des Transienten-Detektors nicht übersteuert werden.

Rechts: Rauschen des verstärkten Differenzsignals. Die Ausgangsverstärkung des Transienten-Detektors betrug bei der Messung $G=25$ ($G_{in} = 1$).

Verstärker berücksichtigt werden müssen. Zur Amplitudenkalibrierung werden daher am TTF-Linearbeschleuniger nur die 250 kHz Ausgangssignale der HF-Mischer (siehe Abbildung 2.4) verwendet.

Messungen des Rauschens auf dem Differenz-Ausgangssignal des Transienten-Detektors bei einem Verstärkungsfaktor von $G=25$ haben einen Wert von 2 mV ergeben (siehe Abbildung 6.9 rechts). Damit ist gewährleistet, das durch das Rauschen die zu messenden Transienten nicht überdeckt werden. Die Abbildung 6.10 zeigt dazu, daß Transienten mit einer relativen Amplitude von $5 \cdot 10^{-4}$, die als Eingangssignal auf die Diode gegeben wurden, problemlos aufgelöst werden konnten. Es ist daher zu erwarten, daß auch Transienten, die von einem einzelnen Bunch des Injektors II induziert werden, gemessen werden können. Bei einer Beschleunigungsspannung von 15 MV in einem Resonator beträgt die relative Amplitude dieser Transienten $2.3 \cdot 10^{-3}$ ($\hat{I}_{b0} = 8$ mA).

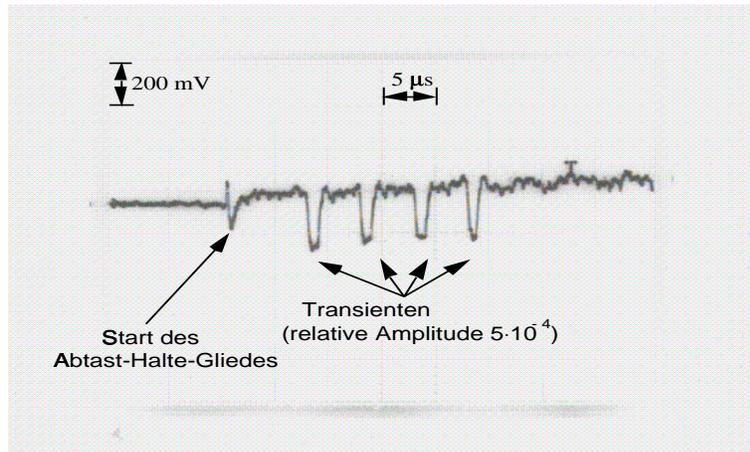


Abbildung 6.10: Messung von Transienten mit dem Transienten-Detektor. Die generierten Transienten mit einer relativen Amplitude von $5 \cdot 10^{-4}$ wurden bei der gezeigten Messung als Eingangssignal auf die Diode gegeben ($G = 100$).

6.3 Eine Meßreihe zur Kalibrierung

Abschließend wird eine Meßreihe diskutiert, die zur Eichung des gemessenen Feldes des Resonators D02 (Resonator 5 des ersten Moduls) am TTF-Linearbeschleuniger durchgeführt wurde. Dabei wird sowohl der Nulldurchgang des Transienten in der Phase bei $\Phi_b = 0^\circ$, als auch der Nulldurchgang des Transienten in der Amplitude bei $\Phi_b \approx 90^\circ$ betrachtet. Die Messungen wurden dabei derart durchgeführt, daß für den Verstimmungswinkel $|\varphi_v| < 0.2^\circ$ gilt. Somit ist erreicht, daß bei der geforderten Genauigkeit von $\pm 1.5^\circ$ in der Phasenkalibrierung der Verstimmungswinkel vernachlässigt werden kann. Die Messungen erfolgten bei einem Strahlpuls der Länge $t_{inj} - t_e = 35 \mu s$ mit einem mittleren Strahlstrom von $\hat{I}_{b0} = 4.6 \text{ mA}$.

Die Abbildung 6.11 zeigt den gemessenen Verlauf relativer Transienten in der Amplitude bei verschiedenen Beschleunigungsphasen.

In der Abbildung 6.12 sind einige der gemessenen Transienten in der Phase gezeigt. Man erkennt, daß der Phasentransient von oben nach unten in der Abbildung abnimmt, durch Null geht, und schließlich negative Werte annimmt.

Zur Auswertung und Kalibrierung werden nun die gemessenen Transienten über der gleichzeitig gemessenen Phase der generatorinduzierten Spannung am Ende des Strahlpulses aufgetragen. In der Abbildung 6.13 ist dieses für den Bereich um $\Phi_b = 0^\circ$ gezeigt. Der Bereich um $\Phi_b = 90^\circ$ ist in der Abbildung 6.14 dargestellt.

Aus dem Minimum des Transienten in der Amplitude kann der Kalibrierungskoeffizient für die Amplitudenmessung berechnet werden. Wie der obere Graph der Abbildung 6.13 zeigt wird dazu eine Regressionskurve berechnet. Diese basiert auf der Gleichung (6.5).

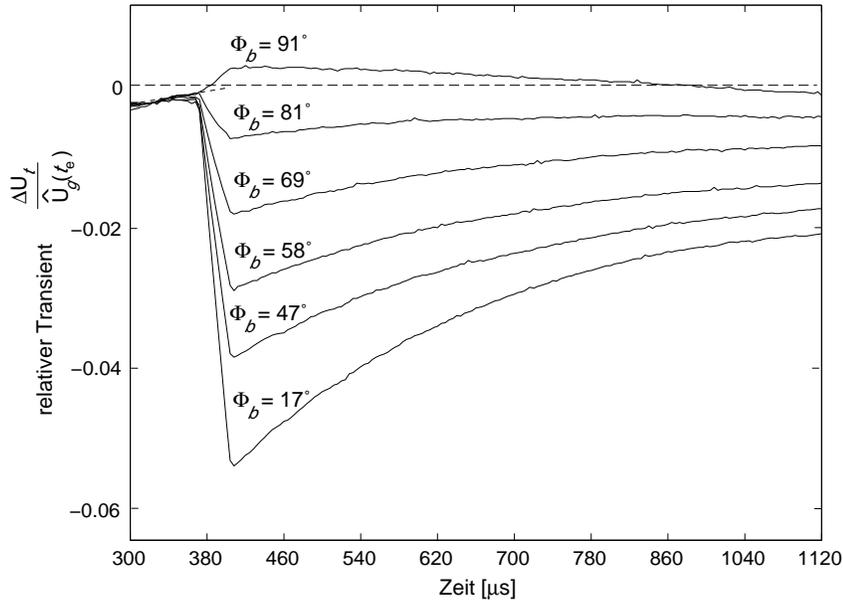


Abbildung 6.11: Strahlinduzierte Transienten in der Amplitude der Beschleunigungsspannung des Resonators D02. Dargestellt ist der relative Transient in der Amplitude für ausgewählte Beschleunigungsphasen $\Phi_b(t_e)$. Die angegebenen Phasen beziehen sich jeweils auf die generatorinduzierte Spannung am Ende des Strahlpulses ($\hat{I}_{b0} = 4.6 \text{ mA}$, $t_{inj} - t_e = 35 \text{ } \mu\text{s}$, $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$).

Mit dem gemessenen Strahlstrom, der Pulslänge des Strahls, der belasteten Güte sowie der Shunt-Impedanz des Resonators kann die Amplitude der strahlinduzierten Spannung berechnet werden. Sie beträgt bei der hier gezeigten Messung $\hat{U}_s(t_e) = 0.66 \text{ MV}$. Das Minimum der Regressionskurve liefert einen gemessenen Wert von $(\hat{U}_s(t_e))_m = 0.99 \text{ MV}$; somit erhält man als Eichfaktor $0.66/0.99 = 0.67$. Die Genauigkeit dieser Kalibrierung wird von zwei Faktoren bestimmt: zum einen ist die Shunt-Impedanz der Resonatoren nur auf $\pm 3\%$ genau bekannt, und zum anderen ist die Genauigkeit der Messung des Strahlstroms zu berücksichtigen. Insgesamt kann bei diesen systematischen Fehlern eine Genauigkeit in der Amplitudenkalibrierung von besser als $\pm 10\%$ gewährleistet werden. Dieses haben Messungen der Teilchenenergie mit dem Dipolmagnet am Ende des TTF-Linearbeschleunigers bestätigt, bei denen der Energiegewinn, der aus den geeichten Feldern berechnet wurde, mit der gemessenen Teilchenenergie verglichen wurde. Bei einer relativen Amplitudeneichung der Feldmeßsignale der Resonatoren des Beschleunigers braucht der Strahlstrom nicht bekannt zu sein. Damit ist dann eine Genauigkeit in der relativen Kalibrierung von $\pm 5\%$ erreichbar.

Aus dem Nulldurchgang der gemessenen Phasentransienten folgt unmittelbar die Phasenkalibrierung. Wie die Abbildung 6.13 zeigt, ist die Phasenmessung um -171° zu korrigieren. Die Genauigkeit dieser Messung wird durch die systematischen Fehler in der Transientenmessung sowie durch die Genauigkeit, mit der der Verstimmungswinkel φ_v

bekannt ist, bestimmt. Insgesamt ist, wenn der statistische Fehler durch hinreichend viele Messungen reduziert wird, ein systematischer Fehler im Bereich von $\pm 0.5^\circ$ zu erwarten. Analog kann auch aus den Transienten im Bereich der Beschleunigungsphase $\Phi_b = 90^\circ$ die Feldmessung kalibriert werden. Wie die Abbildung 6.14 zeigt, liefert das Maximum in dem Transienten der Phase mit der Gleichung 6.6 eine Amplitudenkalibrierung mit vergleichbarer Genauigkeit.

Ist die Amplitudenmessung kalibriert, so kann mit dem Wert des Nulldurchganges des Amplitudentransienten eine Phasenkalibrierung erfolgen. Wie die Abbildung 6.14 zeigt, ist der Nulldurchgang nicht exakt bei $\Phi_b = 90^\circ$. Dieses steht mit den Aussagen des Kapitels 6.1.1 in Übereinstimmung. Auch das Maximum des Transienten in der Phase ist um wenige Grad verschoben. Mit den gemessenen Transienten im Signal des Transienten-Detektors können die Phasen auf $\pm 0.5^\circ$ genau geeicht werden. Auf Grund der hohen Auflösung und dem geringen Rauschen des Transienten-Detektors sind dazu weniger Messungen erforderlich als bei der Phasenkalibrierung über den Nulldurchgang des Transienten in der Amplitude.

Die Messung der strahlinduzierten Spannung ermöglicht es somit, die gemessenen Amplituden und Phasen der Beschleunigungsfelder in den Resonatoren mit der geforderten Genauigkeit zu kalibrieren. Diese Methode wird daher am TTF-Linearbeschleuniger zur Vektorsummeneichung verwendet.

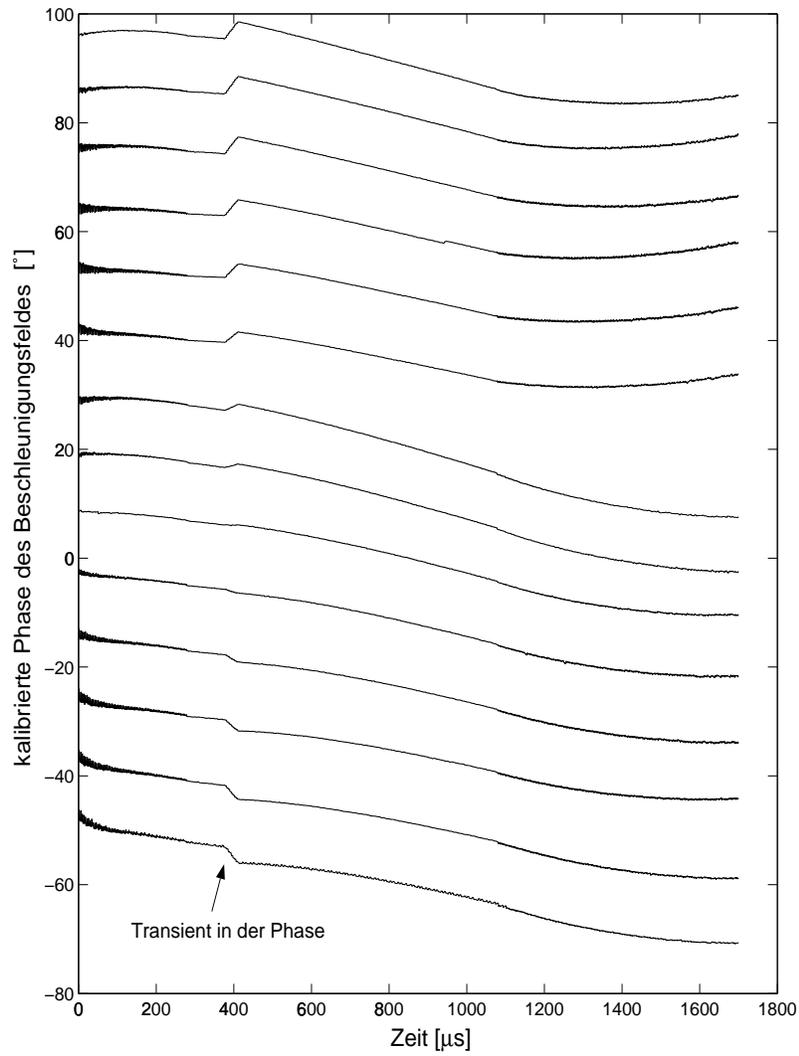


Abbildung 6.12: Strahlinduzierte Transienten in der Phase der Beschleunigungsspannung des Resonators D02 für ausgewählte Beschleunigungsphasen ($\hat{I}_{b0} = 4.6 \text{ mA}$, $t_{inj} - t_e = 35 \text{ μs}$, $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$).

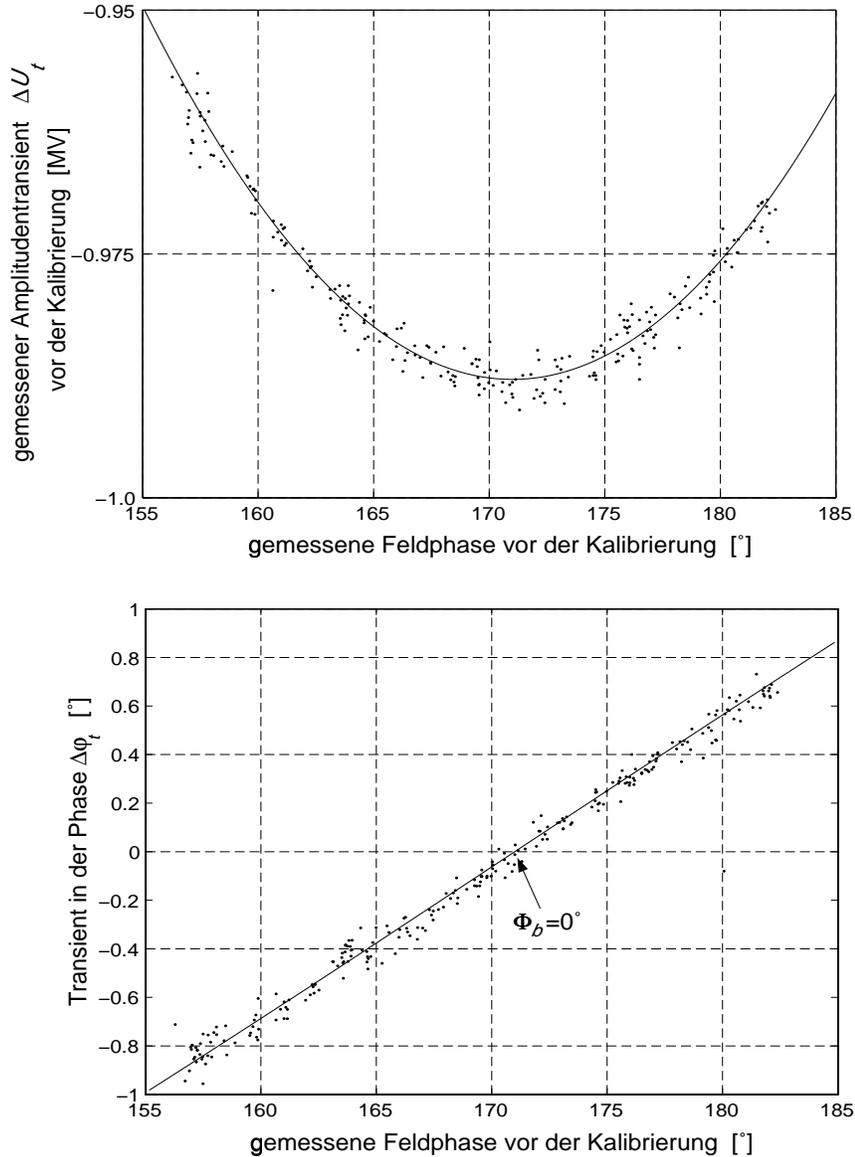


Abbildung 6.13: Kalibrierungsmessung (Resonator D02) im Bereich der Beschleunigungsphase $\Phi_b = 0^\circ$.

Der obere Graph zeigt die Werte der gemessenen Amplitudentransienten als Funktion der gemessenen Phase der generatorinduzierten Spannung am Ende des Strahlpulses. Aus dem Minimum der Regressionskurve kann mit der Gleichung 6.5 der Kalibrierungsfaktor für die Amplitudenmessung berechnet werden ($\hat{I}_{b0} = 4.6 \text{ mA}$, $t_{inj} - t_e = 35 \text{ } \mu\text{s}$, $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$).

Der untere Graph zeigt die Werte der gemessenen Phasentransienten als Funktion der gemessenen Phase der generatorinduzierten Spannung am Ende des Strahlpulses. Der Nulldurchgang liegt bei 171° . Da bei diesem $\Phi_b = 0^\circ$ gilt, ist die Phasenmessung entsprechend um -171° zu korrigieren.

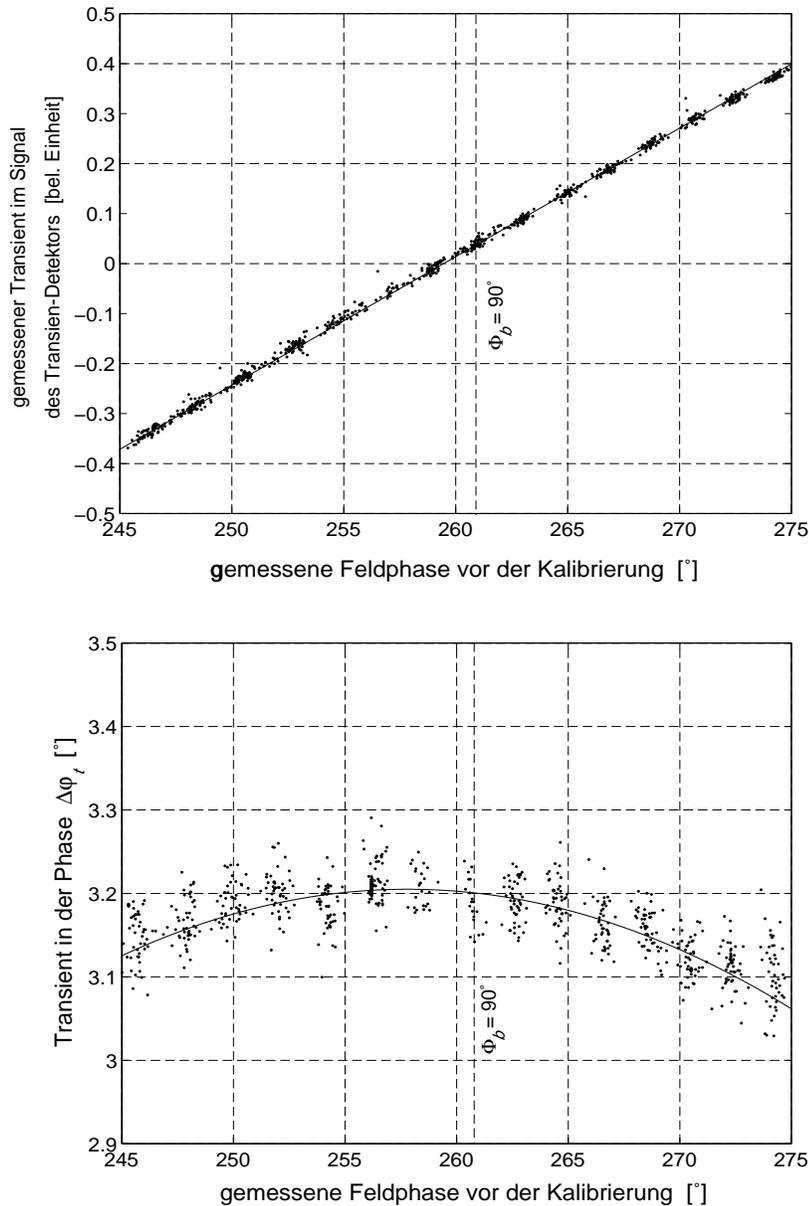


Abbildung 6.14: Kalibrierungsmessung (Resonator D02) im Bereich der Beschleunigungsphase $\Phi_b = 90^\circ$.

Der obere Graph zeigt die Werte der gemessenen Amplitudentransienten als Funktion der gemessenen Phase der generatorinduzierten Spannung am Ende des Strahlpulses. Der auf diese Weise bestimmte Nulldurchgang erlaubt es, die Phasenmessung zu kalibrieren ($\hat{I}_{b0} = 4.6 \text{ mA}$, $t_{inj} - t_e = 35 \mu\text{s}$, $Q_L = 1.8 \cdot 10^6$).

Der untere Graph zeigt die Werte der gemessenen Phasentransienten als Funktion der gemessenen Phase der generatorinduzierten Spannung am Ende des Strahlpulses. Aus dem Maximum der Regressionskurve kann mit der Gleichung 6.6 der Kalibrierungsfaktor für die Amplitudenmessung berechnet werden.

7 Regelung mit Strahllast und selbst-anpassender Vorkompensation

Die für den Betrieb eines Freien-Elektronen-Lasers am TTF-Linearbeschleuniger erforderliche Energieschärfe des Elektronenstrahls, stellt erhebliche Anforderungen an die Stabilität der Beschleunigungsfelder in den Resonatoren. Wie im Kapitel 3.3.2 diskutiert, sind dabei insbesondere korrelierte Amplitudenfehler kritisch. Bei einer tolerierbaren Energieunschärfe von $\sigma_E/E = 2 \cdot 10^{-3}$ sind die korrelierten Amplitudenfehler durch die HF-Regelung auf $\sigma_A \leq 2 \cdot 10^{-3}$ zu unterdrücken.

Dieses kann am TTF-Linearbeschleuniger allein durch den Proportionalregler (siehe Abbildung 2.3) nicht gewährleistet werden, da die Verzögerung im Regelkreis den anwendbaren Verstärkungsfaktor auf einen zu kleinen Wert limitiert. Die Hauptursachen der Abweichungen der Beschleunigungsfelder von ihrem Sollwert wirken jedoch von HF-Puls zu HF-Puls nahezu gleich. Daraus resultiert eine hohe Stabilität der Felder von Puls zu Puls. Diese ermöglicht es, aus den gemessenen Regelabweichungen vergangener Pulse für nachfolgende Pulse das Regelsignal der *Vorkompensation* derart zu berechnen, daß dieses gerade den dominierenden, repetitiven Anteil der Störungen kompensiert. Das Regelsignal wird dazu, wie die Abbildung 2.3 zeigt, über die Tabelle der Vorkompensation zu dem Stellvektor des Proportionalreglers addiert. Der Proportionalregler wirkt den noch verbleibenden, von Puls zu Puls fluktuierenden, Störungen der Felder entgegen, indem aus den Meßwerten der Felder während des aktuellen Pulses der Stellvektor berechnet wird. Das Programm der selbst-anpassenden Vorkompensation erstellt und optimiert die Tabelle der Vorkompensation.

Im folgenden wird die Stabilisierung der Vektorsumme der Beschleunigungsspannung durch die Rückkopplungsregelung diskutiert. Es wird aufgezeigt, wie die selbst-anpassende Vorkompensation ihr repetitives Stellsignal berechnet. Die abschließend betrachteten Messungen zeigen, daß mit der Kombination von Vorkompensation und Proportionalregler die am TTF-Linearbeschleuniger erforderliche Feldstabilität gewährleistet werden kann.

7.1 Messungen zum Regelverhalten der Rückkopplungsregelung

Ohne Rückkopplungsregelung und ohne Strahlbeschleunigung erhält man durch eine konstante Klystronleistung während des Feldanstiegs in den Resonatoren und eine nachfolgende Reduzierung der Leistung auf ein Viertel des Anfangswertes, näherungsweise den gewünschten Pulsverlauf der Beschleunigungsspannung. Als Beispiel ist in der Abbildung 7.1 ein HF-Puls gezeigt, der bei diesen Bedingungen am TTF-Linearbeschleuniger gemessen wurde. Dargestellt sind die Amplitude und die Phase der Vektorsumme der

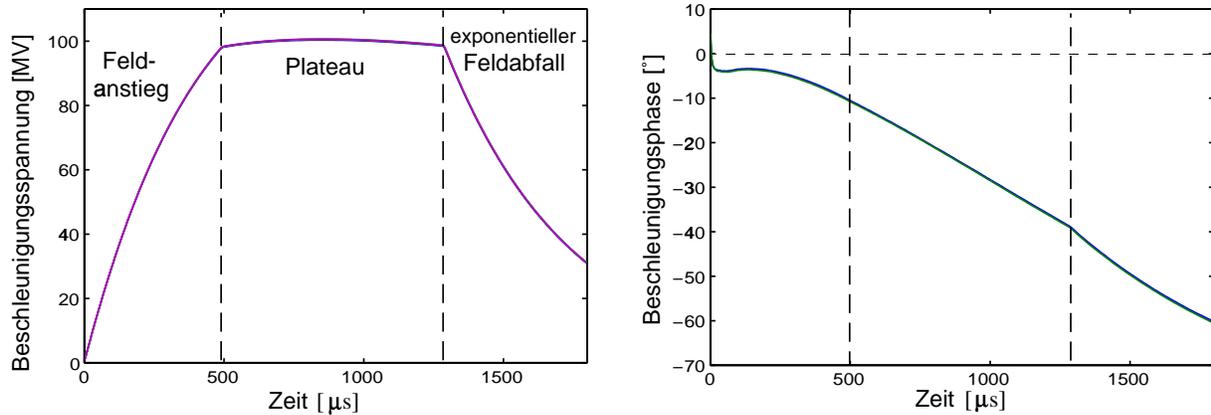


Abbildung 7.1: Pulsbetrieb mit sieben Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geöffneter Regelschleife. Die einlaufende Klystronleistung wurde während der ersten $500 \mu\text{s}$ der Pulse konstant gehalten und danach auf ein Viertel reduziert. Links ist der gemessene Amplitudenverlauf der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen gezeigt.

Rechts ist der zugehörige Phasenverlauf der Vektorsumme dargestellt.

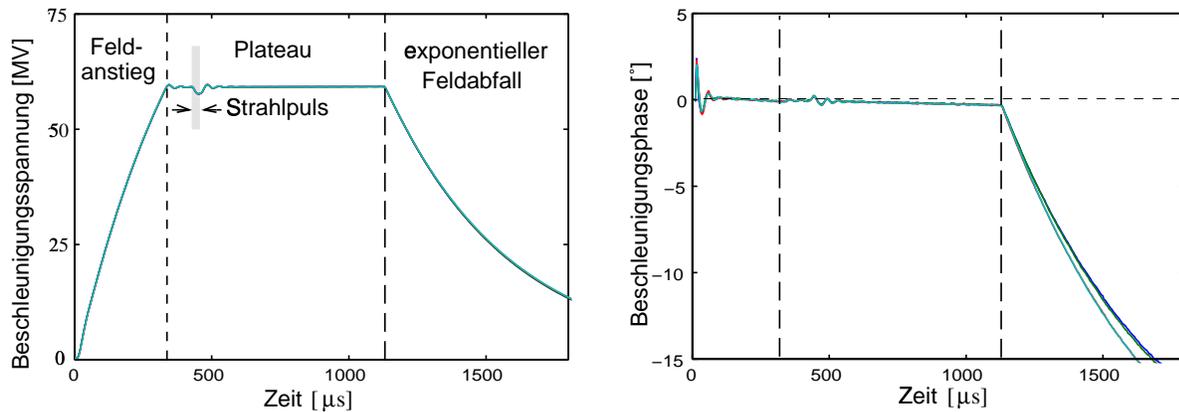


Abbildung 7.2: Pulsbetrieb mit fünf Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife, aber ohne Vorkompensation. Der Verstärkungsfaktor der Rückkopplungsschleife betrug während der dargestellten vier HF-Pulse $\mathcal{K}_r = 70$. Der mittlere Strahlstrom des beschleunigten $30 \mu\text{s}$ Strahlpulses ist $\hat{I}_{b0} = 6 \text{ mA}$. Links ist der gemessene Amplitudenverlauf der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen gezeigt.

Rechts ist der zugehörige Phasenverlauf der Vektorsumme dargestellt.

Beschleunigungsspannungen während des Pulses. Die Reduzierung der einlaufenden Klystronleistung führt zu der Ausbildung eines Plateaus. Es ist aus der Abbildung 7.1 offensichtlich, daß auf diese Weise die geforderte Stabilität des Beschleunigungsfeldes während der Beschleunigung eines Strahlpulses nicht erreicht werden kann. So driftet die Beschleunigungsphase im Plateaubereich des Pulses um 30° . Diese Drift resultiert aus einer Drift der Hochspannung des Klystrons während der Pulse (siehe Kapitel 3.1.5) sowie aus der dynamischen Lorentz-Kraft-Verstimmung der Resonatoren (siehe Kapitel 3.1.7). Die Abweichung der Beschleunigungsspannung von der angestrebten, in Amplitude und Phase konstanten, Spannung im Plateaubereich des Pulses zeigen jedoch eine sehr geringe Fluktuation von HF-Puls zu HF-Puls. So betrug die Schwankung der Vektorsummenamplitude von Puls zu Puls im Plateaubereich der gezeigten Messung nur etwa $5 \cdot 10^{-4}$. Dies zeigt das große Potential für eine Vorkompensation.

Verwendet man nicht einen so einfachen Verlauf der Klystronleistung, sondern schließt statt dessen den Regelkreis, so erhält man am TTF-Linearbeschleuniger HF-Pulse, wie sie die Abbildung 7.2 zeigt. Dargestellt sind die gemessenen Amplituden und die Phasen der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen für vier nacheinander folgende HF-Pulse. Dabei betrug der Verstärkungsfaktor der Rückkopplungsschleife $\mathcal{K}_r = 70$; eine Vorkompensation wurde nicht verwendet. Im Bereich des Plateaus wurde ein $30 \mu\text{s}$ langer Strahlpuls mit einem mittleren Strom von $\hat{I}_{b0} = 6 \text{ mA}$ in den Beschleuniger injiziert. Die Strahlpulslänge wurde in der ersten Betriebsphase des TTF-Linearbeschleunigers, aus der die gezeigten Messungen stammen, auf Längen zwischen $30 \mu\text{s}$ und $40 \mu\text{s}$ begrenzt, um radioaktive Aktivierung bei Strahlverlust zu minimieren. Die Abbildung 7.3 zeigt die Amplitude der Vektorsumme der Spannungen während des Plateaus für die HF-Pulse, die in der Abbildung 7.2 dargestellt sind. Die zugehörigen Beschleunigungsphasen in diesem Zeitabschnitt der Pulse gibt die Abbildung 7.4 wieder. Man erkennt, daß die Beschleunigung des Strahls zu einem Abfall in der Spannung von 3% führt. Dieser Transient stellt somit einen korrelierten Amplitudenfehler dar, der die tolerierbare Grenze der Amplitudenfehler erheblich übersteigt. Zudem zeigt auch die Phase eine kleine Drift, die wiederum eine Folge des Verlaufes der Hochspannung des Klystrons sowie der Lorentz-Kraft-Verstimmung ist. Wie die Abbildungen zeigen, führt die Verzögerung im Regelkreis zusammen mit dem hohen Verstärkungsfaktor zu Schwingungen in der Amplitude und Phase. Eine weitere Erhöhung des Verstärkungsfaktors, um insbesondere die strahlinduzierten Spannungen besser kompensieren zu können, ist somit nicht sinnvoll. Sie würde nur zu einer Verstärkung der Oszillationen führen, und folglich zu keiner weiteren Stabilisierung des Beschleunigungsfeldes. Die Abbildungen 7.3 und 7.4 zeigen daher die bestmögliche Feldstabilität, die am TTF-Linearbeschleuniger durch einen einfachen Proportionalregler erreicht werden kann. Diese Stabilität genügt aber nicht den Anforderungen für den Betrieb des Freien-Elektronen-Lasers.

Die beiden Abbildungen 7.3 und 7.4 geben andererseits aber erneut die hohe Stabilität der Vektorsumme der Spannungen von Puls zu Puls wieder; so beträgt die relative Schwankung der Vektorsummenamplitude von Puls zu Puls im Plateaubereich nur $\sigma \leq 2 \cdot 10^{-4}$.

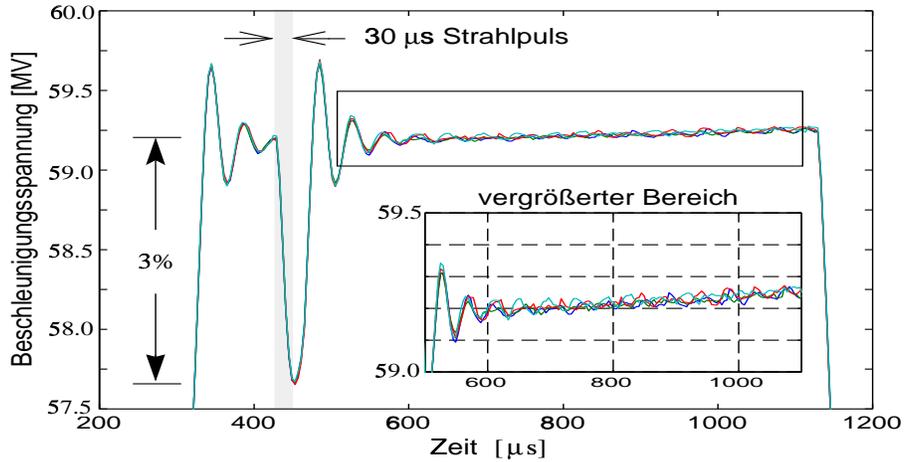


Abbildung 7.3: Amplitudenstabilität der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen von Puls zu Puls am TTF-Beschleuniger bei geschlossener Regelschleife ($\mathcal{K}_r = 70$), aber ohne Vorauskompensation. Dargestellt ist der Verlauf der Amplitude während des Plateaubereichs der vier HF-Pulse, die in der Abbildung 7.2 gezeigt werden. Der mittlere Strahlstrom des beschleunigten $30 \mu\text{s}$ Strahlpulses ist $\hat{I}_{b0} = 6 \text{ mA}$.

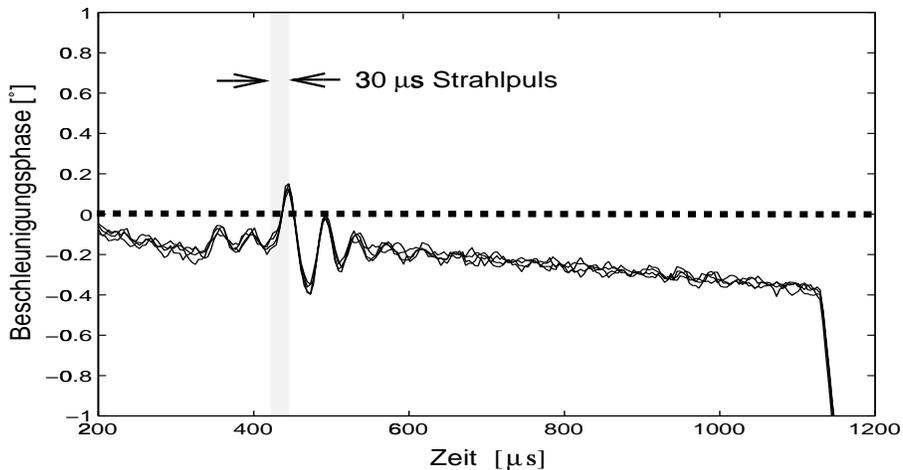


Abbildung 7.4: Phasenstabilität der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen von Puls zu Puls am TTF-Beschleuniger bei geschlossener Regelschleife ($\mathcal{K}_r = 70$), aber ohne Vorauskompensation. Dargestellt ist der Verlauf der Phase während des Plateaubereichs der vier HF-Pulse, die in der Abbildung 7.2 gezeigt werden. Der mittlere Strahlstrom des beschleunigten $30 \mu\text{s}$ Strahlpulses ist $\hat{I}_{b0} = 6 \text{ mA}$.

Daher ist es möglich, den repetitiven Anteil der Fehler durch eine Vorkompensation zu eliminieren, um so die Stabilität des Beschleunigungsfeldes erheblich zu verbessern.

7.2 Selbst-anpassende Vorkompensation

7.2.1 Einleitung

Sollen die repetitiven Fehler in der Beschleunigungsspannung durch eine Vorkompensation ausgeglichen werden, so stellt sich die Frage, wie die Tabelle dieser Vorkompensation, d.h. ihr Regelsignal, zu wählen ist.

Der einfachste Weg, die Werte dieser Tabelle zu justieren ist, dieses per Hand zu tun. Dazu erstellt man die Verläufe des Real- und Imaginärteils des Stellvektors der Vorkompensation als Funktion einiger Parameter und optimierte diese, bis die bestmögliche Stabilität des Beschleunigungsfeldes erreicht ist. Die Abbildung 7.5 zeigt am Beispiel eines gemessenen HF-Pulses, daß auf diese Weise insbesondere der strahlinduzierte Transient effektiv kompensiert werden kann. Die Abbildung 7.6 zeigt die dabei verwendete Tabelle der Vorkompensation in graphischer Darstellung. Folglich kann durch eine geeignete Vorkompensation die Stabilität des Beschleunigungsfeldes erheblich verbessert werden. Für einen regulären TTF-Beschleunigerbetrieb ist solch ein Justieren per Hand jedoch arbeitsaufwendig, bei dem geplanten TESLA-Linearbeschleuniger mit seinen 616 Regelungseinheiten nahezu ausgeschlossen. Es war daher notwendig, eine Prozedur zu entwickeln, die die Tabelle der Vorkompensation automatisch optimiert.

Als einfachster Ansatz, diese Tabelle automatisch zu erstellen, mag erscheinen, das mittlere Stellsignal der Rückkopplungsregelung der vorhergehenden Pulse als Stellsignal der Vorkompensation bei den nachfolgenden Pulsen zu verwenden. Auf Grund der Verzögerungen in dem Regelkreis wären dabei die Werte der so erhaltenen Tabelle zeitlich um eben diese Verzögerung nach vorne zu versetzen. Der bei dieser Vorkompensation noch verbleibende Fehler in dem Verlauf des Beschleunigungsfeldes würde dann durch den Proportionalregler weiter verringert. Folglich könnte man eine weitere Erhöhung der Stabilität erwarten, wenn man das nun resultierende Stellsignal der Kombination aus Vorkompensation und Rückkopplungsregelung wiederum als neues Stellsignal der Vorkompensation bei den nachfolgenden Pulsen verwendet. Die iterative Anwendung dieser Prozedur würde dann zu einer optimierten Tabelle der Vorkompensation führen. Die Abbildung 7.7 zeigt die Wirkung dieser „einfachen Vorkompensation“ am Beispiel eines gemessenen HF-Pulses. Die Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen wurde jedoch nicht stabilisiert, sondern es traten sogar zusätzliche Schwingungen auf. Die Schwäche dieser „einfachen Vorkompensation“ liegt darin, daß sie das Einschwingverhalten des Regelkreises nicht berücksichtigt.

Dieses zeigt, daß zur Erstellung der Tabelle der Vorkompensation die Dynamik des HF-Regelkreises bekannt sein muß, d.h. es wird ein Modell des Regelkreises benötigt, das es erlaubt, die Tabelle unter Berücksichtigung der Dynamik des Systems zu berechnen.

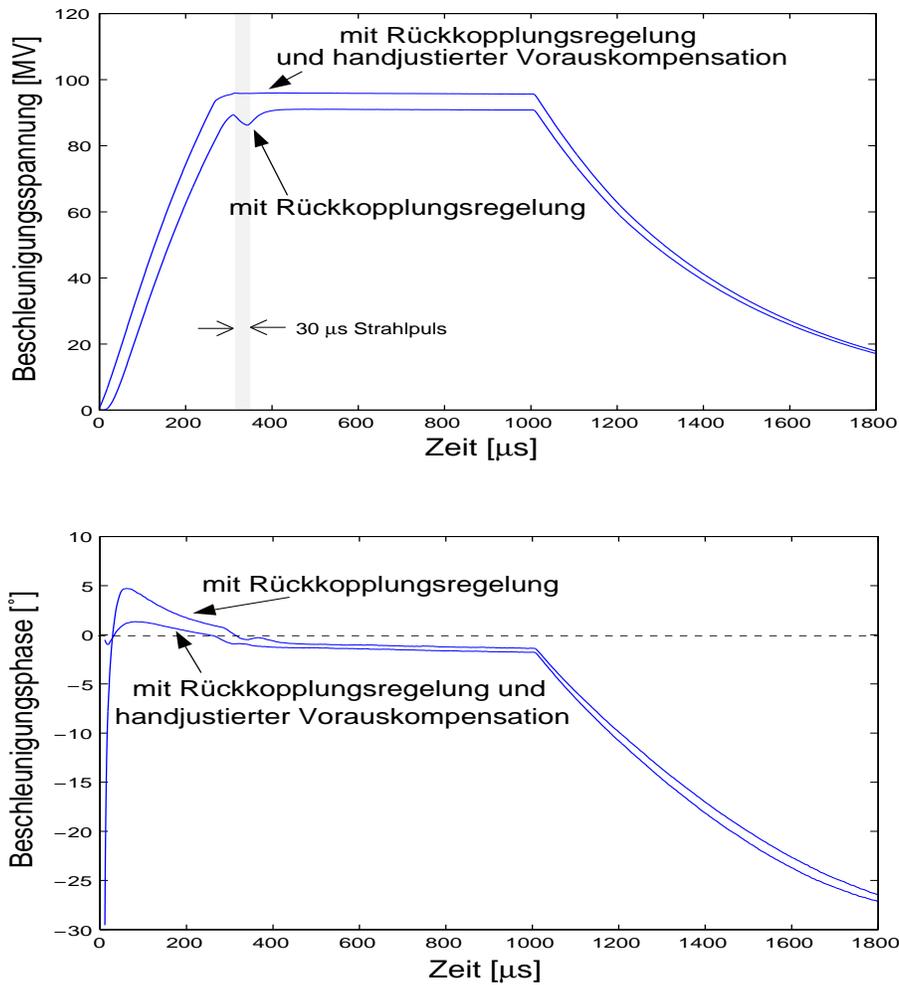


Abbildung 7.5: Pulsbetrieb mit acht Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife und mit handjustierter Vorkompensation. Der Verstärkungsfaktor der Rückkopplungsschleife betrug während der dargestellten HF-Pulse $\mathcal{K}_r = 20$. Der mittlere Strahlstrom des beschleunigten $30 \mu\text{s}$ Strahlpulses ist $\hat{I}_{b0} = 6.5 \text{ mA}$. Oben ist der gemessene Amplitudenverlauf der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen gezeigt.

Unten ist der zugehörige Phasenverlauf der Vektorsumme dargestellt.

Die beiden Kurven jedes Graphen repräsentieren die Stabilität mit und ohne handjustierter Vorkompensation.

7.2.2 Zeitabhängiges Systemmodell im Zustandsraum

Im Kapitel 5 wird ein zeitabhängiges Modell des HF-Regelkreises erarbeitet; siehe Gleichung (5.13). Diese mathematisch-physikalische Modell kann nun zur Berechnung der Tabelle der Vorkompensation verwendet werden. Dazu sind zuvor die Parameter des

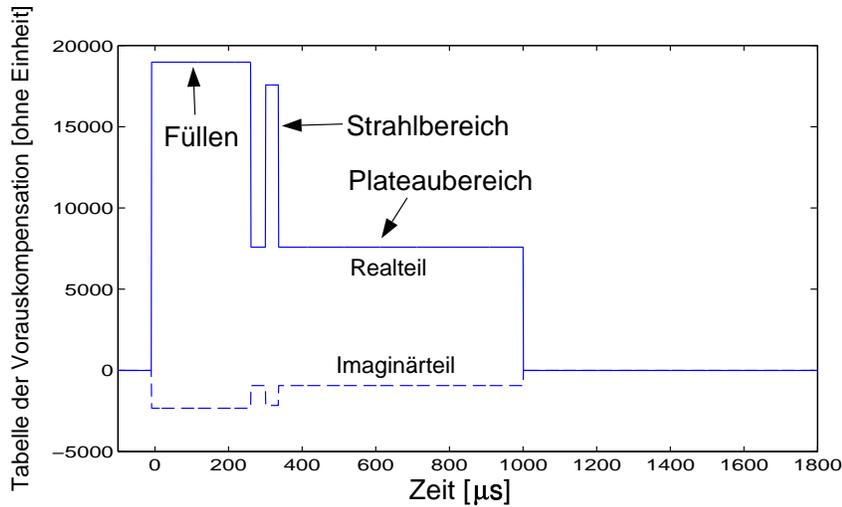


Abbildung 7.6: Tabelle der handjustierten Vorkompensation. Dargestellt sind der Verlauf des Real- und des Imaginärteils des Stellvektors der Vorkompensation während des Pulses. Diese Verläufe wurden bei jenem HF-Puls mit handjustierten Vorkompensation verwendet, welcher in der Abbildung 7.5 gezeigt ist.

Modells aus Messungen am realen HF-Regelkreis zu bestimmen. Wie dieses über Sprungantworten erfolgen kann, wird im Kapitel 5.3 ausführlich diskutiert.

7.2.3 Sprungantwortmatrix des Systems

Eine sehr viel direktere Methode der Modellbildung ist, aus gemessenen Sprungantworten des HF-Regelkreises eine Übertragungsmatrix zu erstellen [Zhang 93].

Dazu seien nun die Real- und Imaginärkomponenten des Stellvektors $\hat{\mathbf{F}}(t_k)$ der Vorkompensation zu den Abtastzeit t_k , $k = 1, \dots, p$, als Summe der Stufen $f_r(t_k) = F_r(t_k) - F_r(t_{k-1})$ bzw. $f_i(t_k) = F_i(t_k) - F_i(t_{k-1})$ geschrieben:

$$F_r(t_k) = \sum_{j=1}^k f_r(t_j) \quad F_i(t_k) = \sum_{j=1}^k f_i(t_j) \quad . \quad (7.1)$$

Dabei ist der Stellvektor am Anfang des Pulses durch $F_r(1) = f_r(1)$ und $F_i(1) = f_i(1)$ gegeben. Steht ΔT_s für die Abtastperiode der digitalen Regelung, so gibt $p \cdot \Delta T_s$ die Länge der HF-Pulse an, d.h. den zeitlichen Abstand zwischen dem Beginn des Feldanstiegs in den Resonatoren und dem Ausschalten des Klystrons. Zur Zeit beträgt die Pulslänge am TTF-Beschleuniger $1105 \mu\text{s}$, so daß mit der Abtastperiode $\Delta T_s = 1 \mu\text{s}$ $p = 1105$ folgt. Für die folgenden Herleitungen ist es zweckmässig, zwischen den Abtastzeiten t_k der Vorkompensation und den Abtastzeiten τ_k , bei denen die Vektorsumme $[V_r(\tau_k), V_i(\tau_k)]$

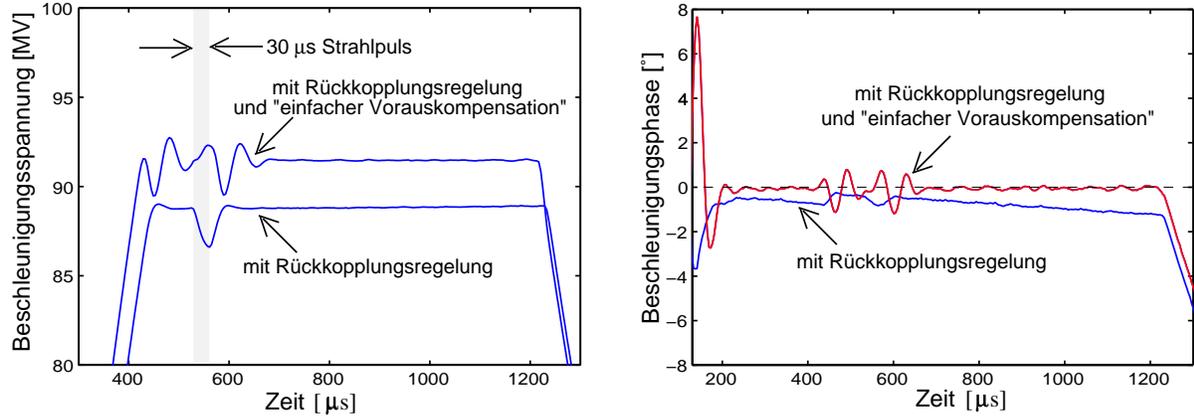


Abbildung 7.7: Pulsbetrieb mit acht Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife und mit „einfacher Vorkompensation“. Der Verstärkungsfaktor der Rückkopplungsschleife betrug während der dargestellten HF-Pulse $\mathcal{K}_r = 35$. Der mittlere Strahlstrom des beschleunigten $30 \mu\text{s}$ Strahlpulses ist $\hat{I}_{b0} = 4 \text{ mA}$. Links ist der gemessene Amplitudenverlauf der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen für den Plateaubereich gezeigt. Rechts ist der zugehörige Phasenverlauf der Vektorsumme dargestellt. Die beiden Kurven jedes Graphen repräsentieren die Stabilität mit und ohne „einfacher Vorkompensation“ (nach vier Iterationsschritten).

gemessen wird, zu unterscheiden. Die Abtastzeiten sind relativ zueinander definiert durch:

$$\tau_k := t_k + \Delta T_d + \Delta T_s \quad k = 1, \dots, p. \quad (7.2)$$

Auf diese Weise wird die Verzögerung ΔT_d im Regelkreis in eleganter Form berücksichtigt, wie später ersichtlich wird.

Die Stufen $f_r(t_k)$ bzw. $f_i(t_k)$ im Stellsignal der Vorkompensation bilden die Vektoren:

$$\vec{f}_r := \begin{bmatrix} f_r(t_1) \\ \vdots \\ f_r(t_p) \end{bmatrix} \quad \vec{f}_i := \begin{bmatrix} f_i(t_1) \\ \vdots \\ f_i(t_p) \end{bmatrix} . \quad (7.3)$$

Analog können mit den Real- und Imaginärteilen der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen $V_r(\tau_k)$ bzw. $V_i(\tau_k)$ zu den Abtastzeit τ_k , $k = 1, \dots, p$, die folgenden beiden Vektoren definiert werden:

$$\vec{V}_r := \begin{bmatrix} V_r(\tau_1) \\ \vdots \\ V_r(\tau_p) \end{bmatrix} \quad \vec{V}_i := \begin{bmatrix} V_i(\tau_1) \\ \vdots \\ V_i(\tau_p) \end{bmatrix} . \quad (7.4)$$

Man beachte dabei, daß in den Gleichungen (7.3) und (7.4) die beiden unterschiedlichen Abtastzeiten t_k und τ_k verwendet werden.

Es sei nun angenommen, daß zu den Vektoren \vec{f}_{r0} und \vec{f}_{i0} der Vorkompensation an einem vorgewählten Arbeitspunkt $(\vec{f}_{r0}, \vec{f}_{i0}, \vec{V}_{r0}, \vec{V}_{i0})$ kleine Änderungen $\Delta\vec{f}_{r0}$ und $\Delta\vec{f}_{i0}$ addiert werden:

$$\vec{f}_r = \vec{f}_{r0} + \Delta\vec{f}_r \quad \vec{f}_i = \vec{f}_{i0} + \Delta\vec{f}_i \quad . \quad (7.5)$$

Diese Änderung in der Vorkompensation modifiziert die Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen in den Resonatoren. Für hinreichend kleine Änderungen $\Delta\vec{f}_{r0}$ und $\Delta\vec{f}_{i0}$ kann dieses durch die folgenden linearen Gleichungen beschreiben werden:

$$\Delta\vec{V}_r := \vec{V}_r - \vec{V}_{r0} = \left. \frac{\partial\vec{V}_r}{\partial\vec{f}_r} \right|_0 \cdot \Delta\vec{f}_r + \left. \frac{\partial\vec{V}_r}{\partial\vec{f}_i} \right|_0 \cdot \Delta\vec{f}_i \quad (7.6)$$

$$\Delta\vec{V}_i := \vec{V}_i - \vec{V}_{i0} = \left. \frac{\partial\vec{V}_i}{\partial\vec{f}_r} \right|_0 \cdot \Delta\vec{f}_r + \left. \frac{\partial\vec{V}_i}{\partial\vec{f}_i} \right|_0 \cdot \Delta\vec{f}_i \quad . \quad (7.7)$$

Bildet man nun aus den vier $(p \times p)$ Funktionalmatrixen der beiden Gleichungen (7.6) und (7.7) eine $(2p \times 2p)$ Matrix, so erhält man:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_r(\tau_1) \\ \vdots \\ \Delta V_r(\tau_p) \\ \Delta V_i(\tau_1) \\ \vdots \\ \Delta V_i(\tau_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_r(\tau_1)}{\partial f_r(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_r(\tau_1)}{\partial f_r(t_p)} & \frac{\partial V_r(\tau_1)}{\partial f_i(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_r(\tau_1)}{\partial f_i(t_p)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_r(\tau_p)}{\partial f_r(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_r(\tau_p)}{\partial f_r(t_p)} & \frac{\partial V_r(\tau_p)}{\partial f_i(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_r(\tau_p)}{\partial f_i(t_p)} \\ \frac{\partial V_i(\tau_1)}{\partial f_r(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_i(\tau_1)}{\partial f_r(t_p)} & \frac{\partial V_i(\tau_1)}{\partial f_i(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_i(\tau_1)}{\partial f_i(t_p)} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_i(\tau_p)}{\partial f_r(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_i(\tau_p)}{\partial f_r(t_p)} & \frac{\partial V_i(\tau_p)}{\partial f_i(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_i(\tau_p)}{\partial f_i(t_p)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta f_r(t_1) \\ \vdots \\ \Delta f_r(t_p) \\ \Delta f_i(t_1) \\ \vdots \\ \Delta f_i(t_p) \end{bmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} \Delta f_r(t_1) \\ \vdots \\ \Delta f_r(t_p) \\ \Delta f_i(t_1) \\ \vdots \\ \Delta f_i(t_p) \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

Die Übertragungsmatrix \mathbf{M} beschreibt somit als lineares Modell für einen vorgewählten Arbeitspunkt den HF-Regelkreis in Bezug auf die Vorkompensation. Aus Kausalitätsgründen kann eine Änderung $\Delta f(t_k)$ erst für $t > t_k + \Delta T_d$ in der gemessenen Vektorsumme zu einer Reaktion führen. Durch die Wahl der zwei verschiedenen Abtastzeiten (7.2) besteht daher die Übertragungsmatrix \mathbf{M} aus vier unteren Dreiecksmatrixen:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_r(\tau_1) \\ \vdots \\ \Delta V_r(\tau_p) \\ \Delta V_i(\tau_1) \\ \vdots \\ \Delta V_i(\tau_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_r(\tau_1)}{\partial f_r(t_1)} & & 0 & \frac{\partial V_r(\tau_1)}{\partial f_i(t_1)} & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_r(\tau_p)}{\partial f_r(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_r(\tau_p)}{\partial f_r(t_p)} & \frac{\partial V_r(\tau_p)}{\partial f_i(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_r(\tau_p)}{\partial f_i(t_p)} \\ \frac{\partial V_i(\tau_1)}{\partial f_r(t_1)} & & 0 & \frac{\partial V_i(\tau_1)}{\partial f_i(t_1)} & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial V_i(\tau_p)}{\partial f_r(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_i(\tau_p)}{\partial f_r(t_p)} & \frac{\partial V_i(\tau_p)}{\partial f_i(t_1)} & \cdots & \frac{\partial V_i(\tau_p)}{\partial f_i(t_p)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta f_r(t_1) \\ \vdots \\ \Delta f_r(t_p) \\ \Delta f_i(t_1) \\ \vdots \\ \Delta f_i(t_p) \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Diese Gleichung erlaubt es nun, die Tabelle der Vorkompensation zu berechnen. Dazu ist die Übertragungsmatrix \mathbf{M} an dem vorgewählten Arbeitspunkt zu bestimmen. Dieses

kann direkt durch die Messung der Sprungantworten $[\Delta V_r(\tau_k), \Delta V_i(\tau_k)]$, $k = 1, \dots, p$, des Regelkreises erfolgen. Dabei sind nacheinander p Sprünge $\Delta f_r(t_k = t_{sprung}) = \Delta f_0$ und p Sprünge $\Delta f_i(t_k = t_{sprung}) = \Delta f_0$ auf das Stellsignal der Vorkompensation an dem Arbeitspunkt zu geben ($\Delta f_*(t_k \neq t_{sprung}) = 0$):

$$\text{Sprung: } \Delta f_*(t_k = t_{sprung}) = \Delta f_0 \longrightarrow \frac{\partial V_r(\tau_k)}{\partial f_*(t_{sprung})} = \frac{\Delta V_r(\tau_k)}{\Delta f_0}, \quad \frac{\partial V_i(\tau_k)}{\partial f_*(t_{sprung})} = \frac{\Delta V_i(\tau_k)}{\Delta f_0}. \quad (7.10)$$

Somit enthalten die Spalten der Übertragungsmatrix \mathbf{M} gerade die gemessenen Werte der normierten Sprungantworten des Regelkreises. Bei der Messung der Sprungantworten ist zu beachten, daß dabei auf Grund der Mikrophonie und anderer Fluktuationen von Puls zu Puls eine Mittelung über mehrere HF-Pulse mit und ohne Sprung erforderlich ist. Zudem ist die Sprunghöhe Δf_0 so klein zu wählen, daß der reguläre Beschleunigerbetrieb nicht gestört wird. Die Abbildung 5.4 zeigt einige normierte Sprungantworten, die auf diese Weise für den HF-Regelkreis des TTF-Linearbeschleunigers gemessen wurden.

Die Vorteile der Modellbeschreibung durch die Übertragungsmatrix \mathbf{M} sind offensichtlich. Die Matrix kann direkt, und damit sehr zuverlässig, aus den Sprungantworten des Regelkreises bestimmt werden. Es ist dazu keine weitere mathematische Auswertung der Meßdaten erforderlich. Zudem wird, im Gegensatz zu dem mathematisch-physikalischen Systemmodell im Zustandsraum (5.13), keinerlei Wissen über die Struktur des Regelkreises benötigt. Daher ist bei einer Veränderung dieser Struktur keine Modifikation des Modells erforderlich. Es reicht, jeweils die aktuellen Sprungantworten des HF-Regelkreises zu messen und aus ihnen die Übertragungsmatrix \mathbf{M} zusammen zu setzen. Aus diesem Grund wird am TTF-Linearbeschleuniger beim routinemäßigen Beschleunigerbetrieb die Übertragungsmatrix \mathbf{M} zur Berechnung der Tabelle der Vorkompensation verwendet. Wie die Abbildung 5.4 zeigt, sind die einzelnen Sprungantworten auf Sprünge, die zu verschiedenen Zeiten starten, recht ähnlich. Es ist daher nicht notwendig, alle $2p$ Sprungantworten zu messen, um die Übertragungsmatrix zu bestimmen. Die ausgelassenen Antworten können durch Interpolation aus den gemessenen Antworten berechnet werden.

7.2.4 Prinzip der selbst-anpassenden Vorkompensation

Steht ein angepaßtes Modell des Regelkreises zur Verfügung, so kann durch eine iterative Prozedur die Tabelle der Vorkompensation erstellt und optimiert werden. Wie die Abbildung 7.8 zeigt, gliedert sich die Prozedur der *selbst-anpassenden Vorkompensation* in die folgenden Schritte:

- Durch Mittelung über mehrere HF-Pulse wird die mittlere Vektorsumme (\vec{V}_r, \vec{V}_i) der Beschleunigungsspannung während der Pulse gemessen.
- Die gemessene mittlere Vektorsumme wird von dem Sollwert (\vec{S}_r, \vec{S}_i) der Vektorsumme der Beschleunigungsspannung subtrahiert:

$$\Delta \vec{V}_r = \vec{S}_r - \vec{V}_r \quad \Delta \vec{V}_i = \vec{S}_i - \vec{V}_i \quad . \quad (7.11)$$

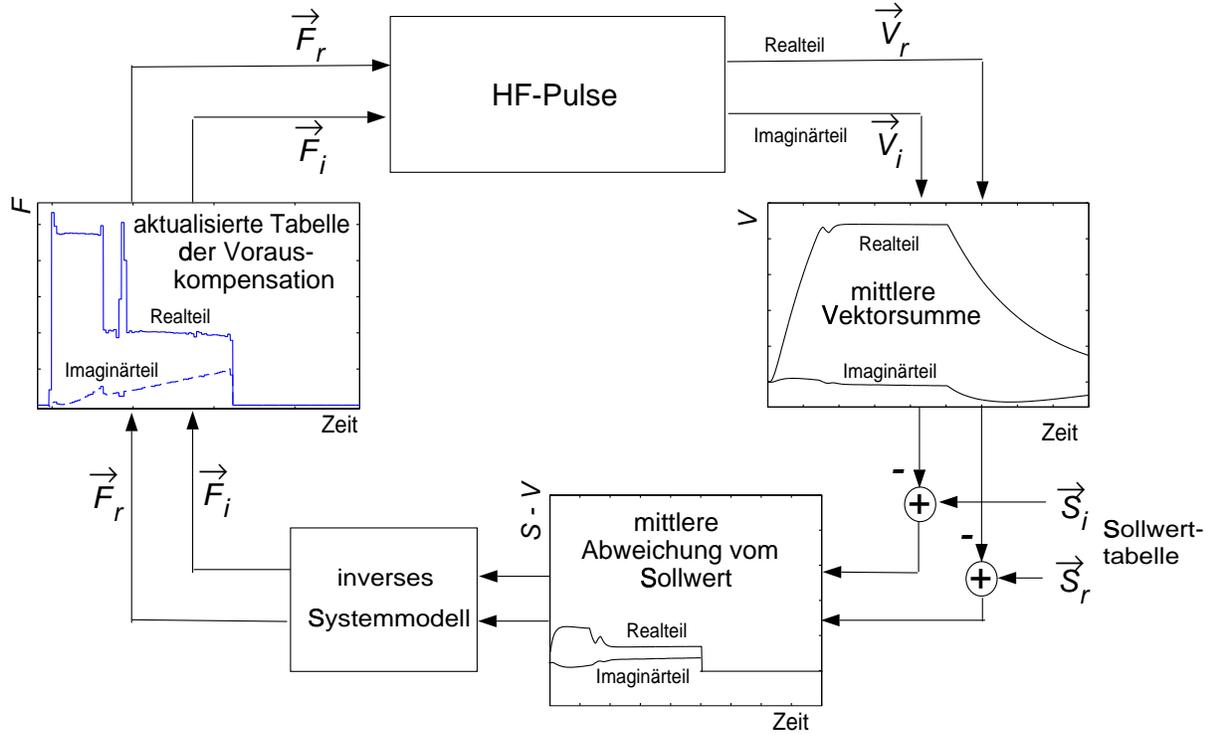


Abbildung 7.8: Iterative Berechnung der Tabelle der Vorkompensation. Übersteigt die gemessene mittlere Abweichung vom Sollwert die tolerierbare Grenze, so wird mit dem inversen Systemmodell (7.12) oder (7.13) eine aktualisierte Tabelle der Vorkompensation berechnet.

Als Ergebnis erhält man die mittlere, repetitive Abweichung $(\Delta \vec{V}_r, \Delta \vec{V}_i)$ vom Sollwert.

- Mit dem inversen Systemmodell kann nun die Tabelle der Vorkompensation derart aktualisiert werden, daß in den nachfolgenden HF-Pulsen der repetitive Fehler $(\Delta \vec{V}_r, \Delta \vec{V}_i)$ der vorausgegangenen Pulse eliminiert wird. Wird als Modell des HF-Regelkreises das mathematisch-physikalische Zustandsraummodell (5.13) verwendet, so folgt aus der Gleichung (5.17), daß die notwendige Änderung $(\Delta \vec{F}_r, \Delta \vec{F}_i)$ im Stellsignal der Vorkompensation folgendermaßen berechnet werden kann:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta F_r \\ \Delta F_i \end{bmatrix}_{k-k_g} &= \left(\mathcal{K} \begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \right)_{k-k_g} + \frac{1}{\omega_{HF} \left(\frac{r}{Q} \right) \Delta T_s} \begin{bmatrix} \frac{N}{m} g_a & \frac{N}{m} g_b \\ \frac{N}{m} g_c & \frac{N}{m} g_d \end{bmatrix}_{k-k_g}^{-1} \\
 &\cdot \left(\begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \end{bmatrix}_{k+k_m+1} - \begin{bmatrix} 1 - \omega_{1/2} \Delta T_s & -\Delta \omega \Delta T_s \\ \Delta \omega \Delta T_s & 1 - \omega_{1/2} \Delta T_s \end{bmatrix}_{k+k_m} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V_r \\ \Delta V_i \end{bmatrix}_{k+k_m} \right)
 \end{aligned} \tag{7.12}$$

Wird hingegen die Übergangsmatrix \mathbf{M} zur Modellierung des Regelkreises benutzt, so folgt aus der Gleichung (7.8) für die Änderung $(\Delta \vec{f}_r, \Delta \vec{f}_i)$ im Stellsignal der Vorkompensation, die den repetitive Fehler $(\Delta \vec{V}_r, \Delta \vec{V}_i)$ der vorausgegangenen Pulse aufhebt:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_r(t_1) \\ \vdots \\ \Delta f_r(t_p) \\ \Delta f_i(t_1) \\ \vdots \\ \Delta f_i(t_p) \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V_r(\tau_1) \\ \vdots \\ \Delta V_r(\tau_p) \\ \Delta V_i(\tau_1) \\ \vdots \\ \Delta V_i(\tau_p) \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

Durch die Definition (7.2) der Abtastzeiten relativ zueinander ist sichergestellt, daß die Übergangsmatrix \mathbf{M} invertierbar ist, da dadurch keine Zeile oder Spalte in der Matrix auftritt, die nur aus Nullen besteht. Zudem sind im allgemeinen die einzelnen Spalten verschieden, wie die Gleichung 7.9 zeigt.

- Die Tabelle der Vorkompensation der vergangenen Pulse wird dann entsprechend den Berechnungen aktualisiert. Die so erhaltene, aktualisierte Tabelle wird geglättet, um unerwünschtes Rauschen in dem Stellsignal der Vorkompensation zu unterdrücken. Dazu werden Waveletfilter verwendet, da diese, bei richtiger Wahl der Parameter, Stufen im Stellsignal nicht abrunden. Die Werte der resultierenden Tabelle werden schließlich in den folgenden HF-Pulsen als Stellsignal der Vorkompensation verwendet.

Würde das Modell den HF-Regelkreis perfekt wiedergeben, wäre ein repetitiver Fehler in der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen nach einem Iterationsschritt dieser Prozedur vollständig kompensiert. Natürlich ist dieses in der Realität nicht der Fall, aber die Genauigkeit der Modelle ist so gut, daß bereits nach wenigen Iterationsschritten das Regelsignal der Vorkompensation hinreichend optimiert ist. Durch die aufgezeigte iterative Prozedur wird erreicht, daß sich die Vorkompensation fortlaufend anpaßt, und somit auch bei eventuellen Änderungen in den Systemparametern immer eine optimiertes Stellsignal der Vorkompensation vorliegt.

Um den Nichtlinearitäten der Komponenten des Regelkreises Rechnung zu tragen, ist es erforderlich, das verwendete Modell immer dann anzupassen, wenn sich die Betriebsparameter stärker verändert haben. Dazu werden während des regulären Beschleunigerbetriebs die Modellparameter für den neuen Arbeitspunkt bestimmt. Damit ist sichergestellt, daß auch bei einer Drift der Parameter das Modell immer hinreichend genau bleibt.

7.3 Messungen zum Regelverhalten mit der selbst-anpassender Vorkompensation

Die Stabilität der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen, die erreicht werden kann, wenn die selbst-anpassende Vorkompensation den Proportionalregler unterstützt, soll im folgenden diskutiert werden. Dazu zeigt die Abbildung 7.9 den Amplitudenverlauf während eines Pulses, der am TTF-Linearbeschleuniger gemessen wurde. Der zugehörige Phasenverlauf ist in der Abbildung 7.10 dargestellt. Bei der gezeigten Messung wurde ein $30 \mu\text{s}$ langer Strahlpuls mit einem mittleren Strahlstrom von $\hat{I}_{b0} = 6 \text{ mA}$ beschleunigt. Die Werte der Tabelle der Vorkompensation, welche bei der Messung verwendet wurden, zeigt die Abbildung 7.11. Zum Vergleich sind in den beiden Abbildungen 7.9 und 7.10 zudem der Amplituden- bzw. Phasenverlauf eines HF-Pulses gezeigt, bei dem der Rückkopplungskreis mit einem Verstärkungsfaktor von $\mathcal{K}_r = 70$ geschlossen ist, aber die Vorkompensation nicht verwendet wurde. Dieser Puls wurde bereits im Kapitel 7.1 anhand der Abbildungen 7.2, 7.3 sowie 7.4 diskutiert.

Die in den hier dargestellten Messungen erreichte Amplituden- und Phasenstabilität der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen im Plateau der Pulse beträgt:

- ohne selbst-anpassende Vorkompensation, mit Rückkopplungsverstärkung $\mathcal{K}_r = 70$

$$\left(\frac{\sigma_V}{V}\right) = 5 \cdot 10^{-3} \quad \sigma_\varphi = 0.1^\circ$$

- mit selbst-anpassender Vorkompensation, mit Rückkopplungsverstärkung $\mathcal{K}_r = 70$

$$\left(\frac{\sigma_V}{V}\right) = 5 \cdot 10^{-4} \quad \sigma_\varphi = 0.03^\circ$$

Diese Werte, wie auch die Abbildungen 7.9 und 7.10 zeigen, daß durch die selbst-anpassende Vorkompensation die Stabilität des Beschleunigungsfeldes erheblich verbessert werden kann. Der strahlinduzierte Transient, die Oszillationen und die Drift in der Beschleunigungsphase werden mit hoher Genauigkeit kompensiert.

Diese Messungen demonstrieren, daß mit der Kombination von Vorausregelung und Rückkopplungsregelung eine Stabilität erreicht werden kann, die den Anforderungen für den Betrieb des Freien-Elektronen-Lasers am TTF-Linearbeschleuniger genügt und diese sogar beachtlich übersteigt. Es bleibt dabei jedoch noch zu zeigen, daß die erzielte Amplituden- und Phasenstabilität der Vektorsumme auch mit Strahlpulsen von $800 \mu\text{s}$ Länge gewährleistet werden können.

Bei geöffneter Regelschleife ($\mathcal{K}_r = 0$) konnte mit der selbst-anpassenden Vorkompensation eine Stabilität von $(\sigma_V/V) = 1.5 \cdot 10^{-3}$ in der Amplitude und $\sigma_\varphi = 0.2^\circ$ in der Phase demonstriert werden. Die dabei verbleibenden Fehler resultieren hauptsächlich aus

den Störungen, die von Puls zu Puls fluktuieren.
Es ist folglich die Kombination von Vorausregelung und Rückkopplungsregelung, die am TTF-Linearbeschleuniger die hohe Stabilität der Vektorsumme der Beschleunigungsfelder gewährleistet.

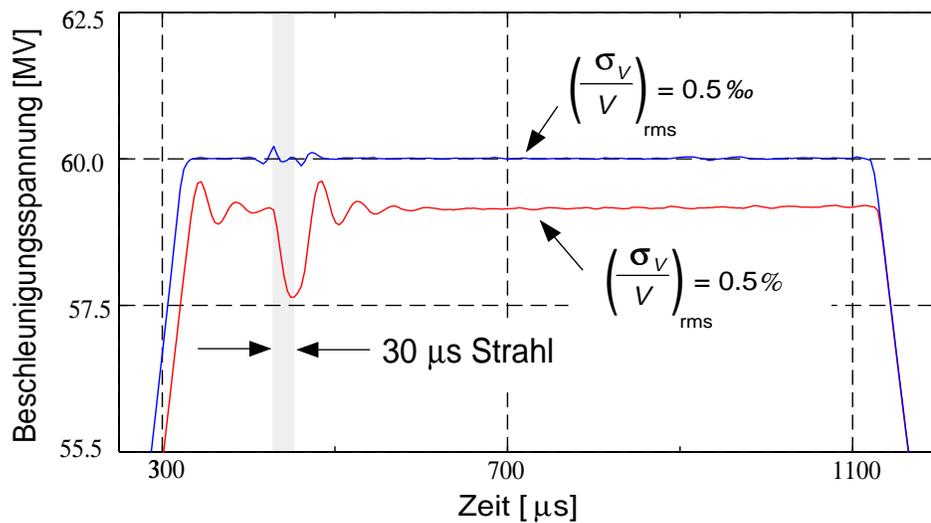
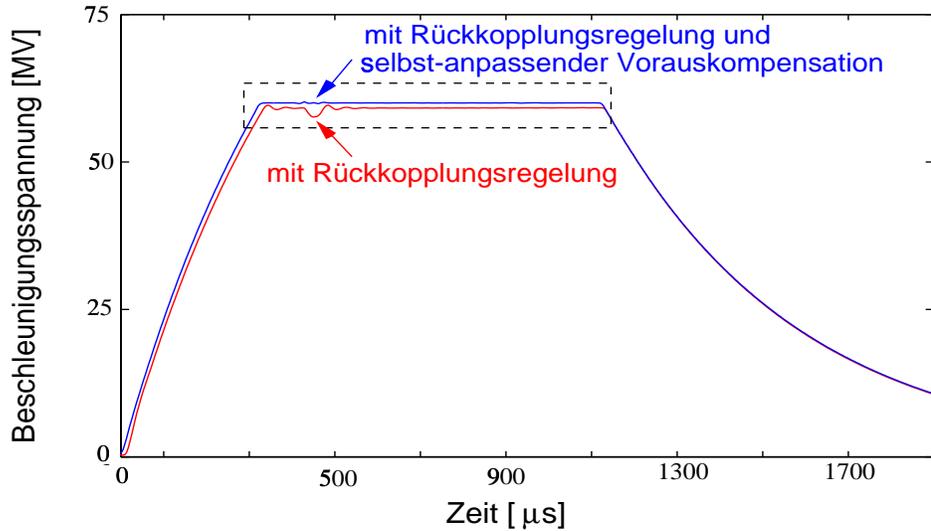


Abbildung 7.9: Pulsbetrieb mit fünf Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife und mit selbst-anpassender Vorkompensation. Der Verstärkungsfaktor der Rückkopplungsschleife betrug während der dargestellten HF-Pulse $\mathcal{K}_r = 70$. Der mittlere Strahlstrom des beschleunigten $30 \mu\text{s}$ Strahlpulses war $\hat{I}_{b0} = 6 \text{ mA}$. Oben ist der gemessene Amplitudenverlauf der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen gezeigt. Der zugehörige Phasenverlauf ist in der Abbildung 7.10 dargestellt. Unten ist der Plateaubereich des Amplitudenverlaufs vergrößert gezeigt. Die beiden Kurven jedes Graphen repräsentieren die Stabilität mit und ohne selbst-anpassender Vorkompensation.

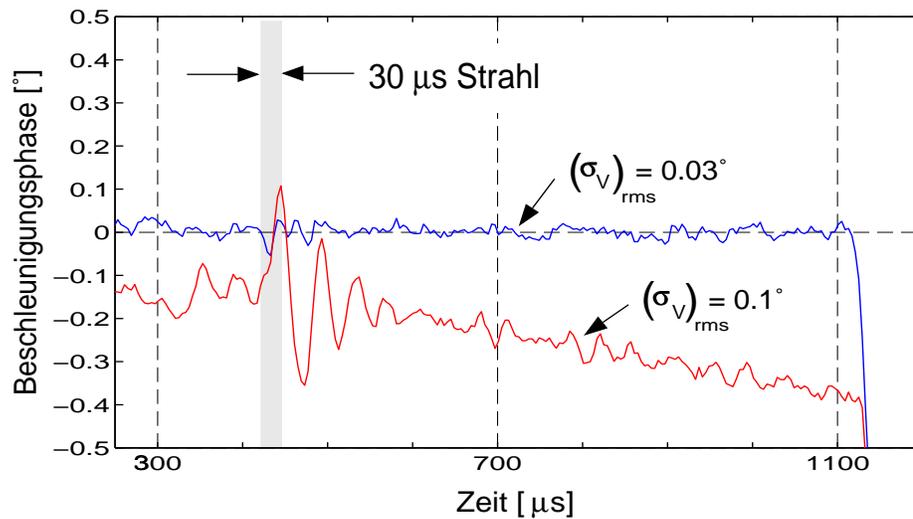
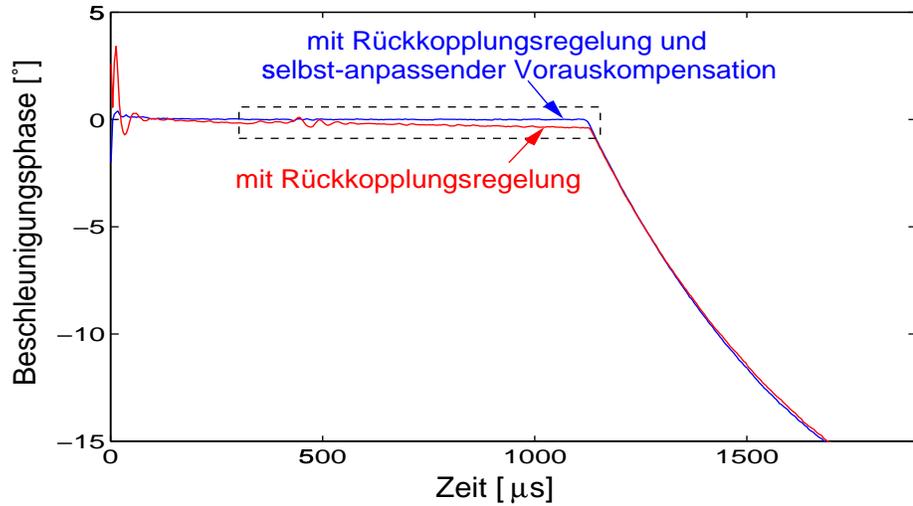


Abbildung 7.10: Pulsbetrieb mit fünf Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls des TTF-Linearbeschleunigers bei geschlossener Regelschleife und mit selbst-anpassender Vorkompensation. Der Verstärkungsfaktor der Rückkopplungsschleife betrug während der dargestellten HF-Pulse $\mathcal{K}_r = 70$. Der mittlere Strahlstrom des beschleunigten $30 \mu\text{s}$ Strahlpulses war $\hat{I}_{b0} = 6 \text{ mA}$. Oben ist der gemessene Phasenverlauf der Vektorsumme der Beschleunigungsspannungen gezeigt. Der zugehörige Amplitudenverlauf ist in der Abbildung 7.9 dargestellt. Unten ist der Phasenverlauf während des Plateaus in der Amplitude gezeigt. Die beiden Kurven jedes Graphen repräsentieren die Stabilität mit und ohne selbst-anpassender Vorkompensation.

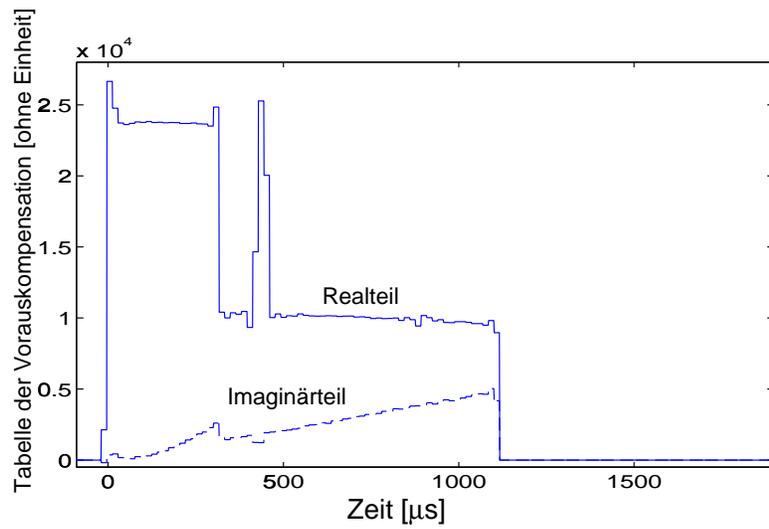


Abbildung 7.11: Tabelle der selbst-anpassenden Vorkompensation. Dargestellt sind der Verlauf des Real- und des Imaginärteils des Stellvektors der Vorkompensation während des Pulses. Diese Verläufe wurden bei dem HF-Puls mit selbst-anpassender Vorkompensation verwendet, der in Abbildungen 7.9 und 7.10 gezeigt wird.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Die angestrebte Strahlqualität des geplanten TESLA-Linearbeschleunigers wie auch der Betrieb des Freien-Elektronen-Lasers der TESLA-Test-Anlage, erfordern sehr hohe Energieschärfen des Teilchenstrahls im Bereich von $\sigma_E/E \approx 10^{-3}$. Wie am Anfang dieser Arbeit diskutiert, tragen zu der Energieunschärfe eine Vielzahl von Effekten bei. Diese Störungen beeinflussen insbesondere das Beschleunigungsfeld der Resonatoren. So stellt die erforderliche Energieschärfe erhebliche Anforderungen an die HF-Regelung dieser Felder.

Da aus Kostengründen bis zu 32 Resonatoren von einem Klystron versorgt werden sollen, ist es nur möglich, die vektorielle Summe der Beschleunigungsfelder in den bis zu 32 Resonatoren zu regeln. Um dabei die geforderte Energieschärfe gewährleisten zu können, ist es erforderlich, die Meßsignale der einzelnen Felder mit hoher Genauigkeit zu eichen. Dazu wurde eine Methode entwickelt, die auf der Messung der strahlinduzierten Felder beruht. Diese ermöglicht es, die Amplitudenmessung auf $\pm 10\%$ und die Phasenmessung auf $\pm 0.5^\circ$ genau zu eichen. Diese Genauigkeiten genügen den Anforderungen. Auf Grund der hohen Zuverlässigkeit dieser Bestimmungsmethode ist sie sehr gut für einen automatisierten Beschleunigerbetrieb geeignet.

Die so geeichte Vektorsumme ist durch die HF-Regelung zu stabilisieren. Dabei sind insbesondere korrelierte Fehler in den Amplituden der Beschleunigungsspannungen zu unterdrücken. Messungen am TTF-Linearbeschleuniger zeigen jedoch, daß dieses durch einen einfachen Proportionalregler nicht hinreichend erreicht wird, da die Verzögerung im Regelkreis der anwendbare Verstärkungsfaktor auf einen zu kleinen Wert limitiert. Die korrelierten Fehler in den Feldern sind hauptsächlich eine Folge der strahlinduzierten Spannung, der dynamischen Verstimmung der Resonatoren und der Drift der Kathodenspannung des Klystrons. Diese Ursachen wirken jedoch von HF-Puls zu HF-Puls nahezu gleich. Daraus resultiert eine hohe Stabilität der Vektorsumme der Felder von Puls zu Puls. Die gemessenen Fluktuationen lagen im Bereich von nur 10^{-4} . Dieses ermöglicht es, durch eine Vorkompensation die repetitiven Störungen mit hoher Genauigkeit zu kompensieren. Das Stellsignal der Vorkompensation wird dazu durch das Programm der selbst-anpassenden Vorkompensation berechnet und optimiert. Erste Messungen am TTF-Linearbeschleuniger haben demonstriert, daß durch die Kombination von Vorkompensation und Rückkopplungsregelung eine Stabilität erreicht werden kann, die die Anforderungen sogar übersteigt. Die gemessene Vektorsumme der Beschleunigungsfelder im ersten Beschleunigungsmodul wurde auf $\sigma_V/V = 5 \cdot 10^{-4}$ in ihrer Amplitude und $\sigma_\varphi = 0.03^\circ$ in der Phase stabilisiert. Dieses wurde mit einem $30 \mu\text{s}$ langen Strahlpuls gezeigt. Es ist daher noch zu verifizieren, daß vergleichbare Stabilitäten auch mit der vollen Pulslänge von $800 \mu\text{s}$ erreicht werden.

Das Programm der selbst-anpassenden Vorkompensation wird gegenwärtig für den automatisierten Beschleunigerbetrieb vorbereitet.

A Idealer HF-Mischer

Ein idealer HF-Mischer wirkt als Multiplizierer zweier Eingangssignale. Wählt man zum einen das 1.3 GHz Meßsignal eines Resonatorfeldes:

$$U_{HF}(t) = \hat{U}_{HF} \cdot \sin(\omega_{HF}t + \varphi_{HF}) \quad (\text{A.1})$$

und zum anderen das Signal eines Oszillators mit einer Frequenz $\omega_{LO} = 1.3 \text{ GHz} + 250 \text{ kHz}$:

$$U_{LO}(t) = \hat{U}_{LO} \cdot \sin(\omega_{LO}t + \varphi_{LO}) \quad (\text{A.2})$$

als Eingangssignale, so ergibt sich als Ausgangssignal eines idealen HF-Mischers:

$$U_{ZF}(t) = \frac{1}{2} \hat{U}_{HF} \hat{U}_{LO} \left(\cos((\omega_{LO} - \omega_{HF})t + (\varphi_{LO} - \varphi_{HF})) - \cos((\omega_{LO} + \omega_{HF})t + (\varphi_{LO} + \varphi_{HF})) \right) \quad (\text{A.3})$$

Durch einen Tiefpaßfilter wird die Schwingung mit der hohen Frequenz $\omega_{LO} + \omega_{HF}$ in dem Signal $U_{ZF}(t)$ eliminiert. Das dann verbleibende Signal hat eine Frequenz von $\omega_{LO} - \omega_{HF} = 250 \text{ kHz}$. Dieses Signal enthält die Information über die Amplitude \hat{U}_{HF} und die Phase φ_{HF} des 1.3 GHz Meßsignals. Dazu ist es notwendig, daß die Amplitude \hat{U}_{LO} und die Phase φ_{LO} des Oszillatorsignals zeitkonstant sind.

B Wirksame Beschleunigungsspannung

Die Beschleunigungsspannung in einem Resonator ist eine Wechselspannung. Bei dem Durchflug eines Teilchens durch eine Resonatorzelle ist daher die Zeitabhängigkeit der Spannung zu berücksichtigen. Betrachtet sei nun ein hochrelativistisches Teilchen ($v \approx c$), das gerade in dem Moment die Mitte der Resonatorzelle erreicht, wenn das Wechselfeld in der Zelle sein Maximum annimmt. Dann gilt für die Spannung, mit der das Teilchen beschleunigt wird, die Gleichung:

$$\hat{U} = \int_{-L/2}^{+L/2} E(z) \cdot \cos(\omega_{HF} \frac{z}{c}) dz \quad , \quad (\text{B.1})$$

wobei L die Länge der Resonatorzelle ist. Das elektrische Feld $E(z)$ entlang der Resonatorachse ist ortsabhängig.

Durchquert ein Teilchen, das um eine Zeitdifferenz Δt_b relativ zu dem Teilchen versetzt ist, welches mit \hat{U} beschleunigt wird, so wird dieses durch folgende Spannung in der Zelle beschleunigt:

$$U_{acc} = \int_{-L/2}^{+L/2} E(z) \cdot \cos(\omega_{HF} \frac{z}{c} + \omega_{HF} \Delta t_b) dz \quad . \quad (\text{B.2})$$

Aus dem Additionstheorem für die Kosinusfunktion folgt nun unter Ausnutzung der Symmetrie der Resonatorzelle:

$$U_{acc} = \int_{-L/2}^{+L/2} E(z) \cdot \cos(\omega_{HF} \frac{z}{c}) dz \cdot \cos(\omega_{HF} \Delta t_b) = \hat{U} \cos(\omega_{HF} \Delta t_b) = \hat{U} \cos(\Phi_b) \quad . \quad (\text{B.3})$$

Der Zeitdifferenz Δt_b wird dabei die *Beschleunigungsphase* $\Phi_b = \omega_{HF} \Delta t_b$ zugeordnet.

C Abschätzung der Puls zu Puls Energieunschärfe auf Grund von Mikrophonie

Aus der Gleichung (4.49) folgt, daß bei $t \rightarrow \infty$ für die wirksame Beschleunigungsspannung die Näherung gilt (Taylorentwicklung bis 2. Ordnung für $\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}} \ll 1$):

$$U_{acc} \approx \left(\frac{r}{Q}\right) Q_L \frac{2}{m} I_g \left(\cos(\Phi_b) - \frac{\Delta\omega^2}{2\omega_{1/2}^2} \cos(\Phi_b) - \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}} \sin(\Phi_b) \right) \quad . \quad (\text{C.1})$$

Dabei stellt Φ_b die Beschleunigungsphase dar. Nimmt man nun an, daß die Wahrscheinlichkeitsdichte der Verstimmung der Resonatoren durch die Mikrophonie eine normierte Gaußverteilung ist:

$$f(\Delta\omega) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma_f} \exp\left(-\frac{\Delta\omega^2}{8\pi^2\sigma_f^2}\right) \quad , \quad (\text{C.2})$$

so folgt für die mittlere wirksame Beschleunigungsspannung die Näherung:

$$\bar{U}_{acc} \approx \left(\frac{r}{Q}\right) Q_L \frac{2}{m} I_g \left(\cos(\Phi_b) - \frac{4\pi^2\sigma_f^2}{2\omega_{1/2}^2} \cos(\Phi_b) \right) \quad . \quad (\text{C.3})$$

Analog erhält man (Taylorentwicklung bis 4. Ordnung für $\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}} \ll 1$):

$$\bar{U}_{acc}^2 \approx \left(\left(\frac{r}{Q}\right) Q_L \frac{2}{m} I_g \right)^2 \left[\cos^2(\Phi_b) \left(1 - \frac{4\pi^2\sigma_f^2}{\omega_{1/2}^2} + \frac{3(2\pi)^4\sigma_f^4}{4\omega_{1/2}^4} \right) + \frac{4\pi^2\sigma_f^2}{\omega_{1/2}^2} \sin^2(\Phi_b) \right] \quad . \quad (\text{C.4})$$

Die Mikrophonie ist von Resonator zu Resonator nicht korreliert. Betrachtet man nun die wirksame Beschleunigungsspannung von N Resonatoren ($N \gg 1$), so ist die resultierende Fluktuation in der Beschleunigungsspannung durch die Mikrophonie um einen Faktor $\frac{1}{\sqrt{N}}$ kleiner als die der Beschleunigungsspannung eines einzelnen Resonators. Durch die HF-Regelung wird zudem die Mikrophonie-Fluktuation in der Beschleunigungsspannung der N Resonatoren um einen Faktor $\frac{1}{1+\mathcal{K}_r}$ unterdrückt. Somit folgt nun für die Puls zu Puls Unschärfe im Energiegewinn der Teilchen, die durch das Feld der N Resonatoren

beschleunigt werden, die Abschätzung:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\sigma_E^2}{E^2}\right)_{Puls\ zu\ Puls} &\approx \frac{1}{N} \frac{1}{(1 + \mathcal{K}_r)^2} \frac{\overline{U^2}_{acc} - \overline{U}_{acc}^2}{\overline{U}_{acc}^2} & (C.5) \\
&\approx \frac{1}{N} \frac{1}{(1 + \mathcal{K}_r)^2} \left\{ 2 \left(\frac{2c_1 Q_L \sigma_f}{f_{HF}} \right)^4 + \tan^2 \Phi_b \left(\frac{2c_2 Q_L \sigma_f}{f_{HF}} \right)^2 \right\} .
\end{aligned}$$

Dabei wird durch die Faktoren c_1 und c_2 berücksichtigt, daß innerhalb eines Pulses der Endzustand des Feldes für $t \rightarrow \infty$ nicht völlig erreicht ist, sondern daß es während der Strahlbeschleunigung eine Annäherung an diesen gibt. Es gilt daher $c_1 < 1$ und $c_2 < 1$.

Literaturverzeichnis

- [Bron 91] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew,
Taschenbuch der Mathematik,
B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, (1991), 25. Auflage,
ISBN 3-8154-2000-8
- [CDR 500] *Conceptual Design Report of a 500GeV e^+e^- Linear Collider with Integrated X-ray Laser Facility*,
Editors R. Brinkmann, G. Materlik, J. Rossbach, A. Wagner,
DESY 1997-048, ECFA 1997-182
- [Goe] A. Gössel, priv. Mitteilung, (1997)
- [Grä 92] H.-D. Gräf,
Experience with Control of Frequency, Amplitude and Phase, Proceedings of the 5th Workshop on RF Superconductivity,
DESY Print M-92-01, (1992)
- [Hen 93] H. Henke, M. Filtz,
Envelope Equations for Transients in Linear Chains of Resonators,
DESY Print TESLA 93-26, (1993)
- [Hogg/Leb] H. Hogg, J.V. Lebacqz,
Elektron Linacs: Technology
- [Hü 98] M. Hüning,
Selbstoptimierende Parametersteuerung der Hochfrequenz des supraleitenden Linearbeschleunigers TESLA Test Facility,
DESY Print TESLA, im Druck
- [Krebs] G. Krebs, (1997)
- [Lev 96] *The Control Handbook*,
Editor William S. Levine,
CRC Press, (1996), ISBN 0-8493-8570-9
- [Ludyk 95] G. Ludyk,
Theoretische Regelungstechnik,
Band 1&2,
Springer-Verlag, (1995), ISBN 3-540-55041-0
- [Mei 92] Meinke, Grundlach,
Taschenbuch der Hochfrequenztechnik,
Springer-Verlag, (1992), ISBN 3-540-54717-7

- [Mer/Kra] L. Merminga, G.A. Krafft,
Energie Spread from RF Amplitude and Phase Errors
- [Mon 48] C.G. Montgomery, R.H. Dicke and E.M.Purcell,
Principles of Microwave Circuits
Radiation Laboratory Series Vol. 8, McGraw-Hill, New York, (1948),
Kap. 7
- [Mosnier 93] A. Mosnier,
Dynamic Measurements of the Lorentz Forces on a MACSE cavity,
DESY Print TESLA 93-09, (1993)
- [Mosnier 94] A. Mosnier, J.M. Tessier,
TESLA Field Stabilisation and Bunch Charge Fluctuation,
DAPNIA/SEA Note 94-01, (1993)
- [Mos/Tes 94] A. Mosnier, J.M. Tessier,
Field Stabilization Study for TESLA,
DAPNIA/SEA Note 94-07, (1994)
- [Mosnier 95] A. Mosnier, J.M. Tessier,
Energy Spread Sources in TESLA and TTF,
DESY Print TESLA 95-05, (1995)
- [Novo/Mos 96] Alexandre Novokhatski, A. Mosnier,
Short Bunch Wake Potentials for a Chain of TESLA cavities,
DAPNIA/SEA-9608, (1996)
- [Prop] TESLA-COLLABORATION,
A Proposal to Construct and Test Prototype Superconducting RF Structures for Linear Colliders,
DESY Print TESLA 93-01, (1993)
- [Schi 98] Thomas Schilcher,
Vector-sum Control of Pulsed Accelerating Fields in Lorentz Force detuned Superconducting Cavities,
DESY Print TESLA 98-05, (1998)
- [Sim 93] Th. Schilcher, S. N. Simrock,
Transient Beam Loading Based Calibration of the Vector-Sum for the TESLA Test Facility
- [Sim] S. N. Simrock, priv. Mitteilung

- [TTF CDR] *TESLA Test Facility Design Report*,
Editor D. A. Edwards,
DESY Print TESLA 95-01, (1995)
- [Wil 82] Perry B. Wilson,
High Energy Electron Linacs
Applications to Storage Ring RF Systems and Linear Colliders,
SLAC-PUB-2884, (1982)
- [Zhang 93] R. Zhang, I. Ben-Zvi, J. Xie,
A self-adaptive feedforward rf control system for linacs ,
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A324, (1993),
S. 421-428

Danksagung

Ich bedanke mich bei allen, die mir während meines Studiums geholfen haben, nie die Freude am Schauen und Staunen zu verlieren.

Ich danke meinem Betreuer Prof. Dr. P. Schmüser, der mich mit seinem Wissen und seiner Freude an der Physik bei dieser Diplomarbeit begleitet und unterstützt hat.

Ebenso möchte ich mich auch bei Dr. S.N. Simrock bedanken, der mir mit seinen Erfahrungen und manigfaltigen Ideen immer wieder von großer Hilfe war. Ich durfte vieles von ihm lernen.

Für sein Interesse und seine Unterstützung dieser Arbeit danke ich Dr. A. Gamp.

Ich danke M. Hüning und Dr. T. Schilcher für die gute Zusammenarbeit und die vielen Diskussionen, die mein Verständnis der digitalen Regelung von Hochfrequenzfeldern vertieft haben. Für all ihre Hilfe und Mitarbeit, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre, danke ich V. Ayvazyan, S. Goloborodko, A. Kholodny, V. Kocharyan, T. Plawski, K. Rehlich, J. Sonnenberg und Y. Tchernousko.

All denen, die an der TTF arbeiten, sei gedankt für ihre Zusammenarbeit, die immer hilfreich und interessant war. Es war sehr angenehm, in der FDET-Gruppe zu arbeiten, in der ich mich nie allein gelassen fühlte. Nicht nur die Kaffeerunde hat mir gezeigt, mit welcher Freude man Physik betreiben kann, und daß „wahre“ Physiker auch immer ein wenig Kinder bleiben.

Nicht zuletzt möchte ich meiner Familie danken, die mich immer unterstützt und an mich geglaubt hat. Danke, daß ihr es mir ermöglicht habt, meinen Weg so zu gehen, wie ich es mir gewünscht habe.

Alexandra, ich danke Dir.

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich Eides statt, daß ich die vorliegende Diplomarbeit selbständig angefertigt und keine Quellen und Hilfsmittel außer denen in der Arbeit angegebenen benutzt habe.

Hamburg, im August 1998