

**RWTH**

RHEINISCH  
WESTFÄLISCHE  
TECHNISCHE  
HOCHSCHULE  
AACHEN

PITHA 98/7

---

Juni 1998

Selbstoptimierende Parametersteuerung der  
Hochfrequenz des supraleitenden  
Linearbeschleunigers TESLA Test Facility

Markus Hüning

III. Physikalisches Institut der Technischen Hochschule Aachen

---

PHYSIKALISCHE INSTITUTE  
RWTH AACHEN  
52056 AACHEN, GERMANY



Selbstoptimierende Parametersteuerung der  
Hochfrequenz des supraleitenden  
Linearbeschleunigers TESLA Test Facility

von  
Markus Hüning

Diplomarbeit in Physik

vorgelegt  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

im  
Juni 1998

angefertigt am  
III. Physikalischen Institut A  
bei Priv. Doz. Dr. M. Tonutti

Gutachter:  
Zweitgutachter:

Priv. Doz. Dr. M. Tonutti  
Prof. Dr. P. Schmäser

Tag der Einreichung:

25.6.98

## Zusammenfassung

Mit der TESLA Test Facility (TTF) befindet sich ein Test-Linearbeschleuniger im Aufbau, mit dem die technische Realisierbarkeit eines 500 GeV  $e^-e^+$ -Linearbeschleunigers demonstriert werden soll. Eine der wesentlichen Komponenten, die dabei untersucht wird, ist das Hochfrequenzkontrollsystem. Aus Kostengründen wird ein Klystron 32 supraleitende Beschleunigungsstrukturen mit Hochfrequenzleistung versorgen. Die Strukturen werden im Pulsbetrieb bei Beschleunigungsgradienten von bis zu 25 MV/m betrieben. Die Hauptaufgaben für das Hochfrequenzkontrollsystem sind, durch die bei diesen Gradienten bedeutsame Lorentzkraftverstimmung, mechanische Vibrationen (Mikrophonie) und Leistungsbeschränkung des Klystrons gegebenen Störungen und Limitationen zu kompensieren. Für die TESLA Test Facility ist ein volldigitales Hochfrequenzkontrollsystem entwickelt und installiert worden, welches in einer ersten Stufe die Vektorsumme von acht Hohlraumresonatoren regelt. Auf die umfangreichen Diagnosemöglichkeiten des digitalen Kontrollsystems aufbauend wurden Hilfsprogramme für die Steuerung der Hochfrequenz entwickelt. Durch die Implementation von Systemidentifikation wird die Messung von Resonatorparametern, wie die zeitabhängige Verstimmung oder die Strahlphase, möglich ohne den normalen Strahlbetrieb zu stören. Diese Hilfsprogramme bilden die Grundlage der Programme zur Automatisierung des Hochfrequenzkontrollsystems. Die Dynamik der Lorentz-Kraft-Verstimmung der Resonatoren wurde ebenfalls mit Hilfe von Systemidentifikation untersucht. Für die Feineinstellung der relativen Phasen der Resonatoren untereinander sind in der TESLA Test Facility 3-Stempel-Abstimmer in das Hohlleitersystem integriert. Es wurden Rechnungen durchgeführt, um Vorhersagen über das Verhalten dieser Abstimmer bezüglich Phasen- und Güten transformationen machen zu können. Durch richtige Anpassung der belasteten Güten der Resonatoren und eventuelle Änderung der Leistungsverteilung ist es möglich, die Resonatoren bei verschiedenen Gradienten zu betreiben, obwohl sie von einem einzigen Klystron gespeist werden. Es wurden Simulationen dahingehend durchgeführt insbesondere mit Blick auf Experimente zum Aufbau eines SASE-FEL.

### Abstract

The TESLA Test Facility (TTF) is designed to demonstrate the feasibility of a 500 GeV  $e^-e^+$ -linear collider. One of the major subsystems under study is the low level RF control system. For cost saving reasons one klystron supplies RF power to 32 superconducting cavities which are operated in pulsed mode at gradients of up to 25 MV/m. Significant Lorentz force detuning, microphonic noise, and power limitations are the main issues for the low level RF control. A fully digital control system has been developed and installed in the TESLA Test Facility to control the field vector-sum of eight cavities initially. Based on the built-in extensive diagnostics of the digital control system software-tools for operation of the RF control system have been developed. By implementation of on-line system identification measurements of cavity-parameters as time dependent detuning and beamphase are possible without disturbing the linac operation. These tools will become the basis of the automation of the RF control system. Also by means of system identification dynamics of the Lorentz force detuning have been studied. For fine tuning of the relative phases between individual cavities waveguide-tuners are installed in the TTF. Calculations have been performed to predict the behaviour of the waveguide-tuners concerning phaseshift and transformation of the cavities' loaded quality factors. By means of a special adaptation of the quality factors and eventually some change in the power distribution it is possible to run the cavities at different gradients although they are fed by only one klystron. Simulations have been done on it particularly with respect to the proof of principle experiment for the TTF-FEL.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Die TESLA Test Facility (TTF) . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Hohlraumresonatoren</b>	<b>7</b>
2.1	Ersatzschaltbild . . . . .	8
2.2	Zeitverhalten . . . . .	9
2.3	Allgemeine Zusammenhänge . . . . .	12
2.4	Lorentz-Kraft-Verstimmung . . . . .	16
2.4.1	Mechanisches Modell 2. Ordnung . . . . .	17
2.4.2	Mechanisches Modell 1. Ordnung . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Das Regelungssystem</b>	<b>19</b>
3.1	Aufbau . . . . .	19
3.2	Digitale Vektormessung . . . . .	19
3.2.1	Vektorsummenbildung . . . . .	21
3.2.2	Der Hochfrequenzregler . . . . .	22
3.3	Übertragungsfunktionen . . . . .	23
3.4	Wirkung des Reglers . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Systemidentifikation</b>	<b>29</b>
4.1	Beschreibungsweisen . . . . .	29
4.1.1	Übertragungsfunktionen . . . . .	30
4.1.2	Zeitdiskrete Beschreibungen . . . . .	31
4.1.3	Der Übergang von der kontinuierlichen zur diskreten Beschreibung . . . . .	32
4.2	Vorgehensweise bei der Identifikation . . . . .	35
4.3	Modellbildung . . . . .	36
4.3.1	Modell-„Bausätze“ . . . . .	36
4.3.2	Physikalisch parametrisierte Modelle . . . . .	37
4.4	Dynamik der Lorentz-Kraft-Verstimmung . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Automatische Parametersteuerung</b>	<b>43</b>
5.1	Hochfrequenzparameter . . . . .	43
5.1.1	Grundgleichung . . . . .	44
5.1.2	Messsignale, Fehlerquellen . . . . .	44
5.1.3	Zeitlicher Verlauf von Eigenfrequenz und Bandbreite der Resonatoren . . . . .	46
5.1.4	Strahlphase . . . . .	48
5.1.5	Richtwirkung der Richtkoppler . . . . .	50
5.2	Optimierung der Regelung . . . . .	53
5.2.1	Störsignale . . . . .	53
5.2.2	Regelschleifenlänge . . . . .	54
5.2.3	Regelungsqualität . . . . .	54
5.2.4	Nichtlinearitäten . . . . .	56

<b>6</b>	<b>3-Stempel-Abstimmer</b>	<b>58</b>
6.1	Prinzip des 3-Stempel-Abstimmers . . . . .	58
6.1.1	Ersatzschaltbild . . . . .	60
6.2	Berechnung . . . . .	60
6.2.1	S-&T-Matrizen . . . . .	60
6.3	Bestimmung der freien Parameter . . . . .	64
6.3.1	Vergleichsmessungen . . . . .	65
6.4	Voraussagen . . . . .	69
6.4.1	Einstellbereich von Güte und Phase . . . . .	69
6.4.2	Einfluß auf die Resonanzfrequenz . . . . .	69
6.4.3	Leistungsbilanz . . . . .	70
<b>7</b>	<b>Erweiterte Möglichkeiten</b>	<b>74</b>
7.1	Simulation des HF-Pulses . . . . .	74
7.2	Betrieb bei verschiedenen Gradienten . . . . .	75
7.2.1	Optimierung der Güten . . . . .	75
7.2.2	Simulierter Betrieb von Beschleunigungsmodul 1 . . . . .	80
7.3	Betrieb mit 4 Randbedingungen . . . . .	87
7.3.1	FEL-Betrieb . . . . .	87
7.3.2	Simulierter Betrieb . . . . .	87
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>93</b>
<b>A</b>	<b>Wirksame Beschleunigungsspannung</b>	<b>94</b>
<b>B</b>	<b>Vektormodulator und LO-Erzeugung</b>	<b>94</b>
<b>C</b>	<b>Nomenklatur</b>	<b>96</b>

# 1 Einleitung

Um das Verständnis der Fundamentalbausteine der Materie und ihrer Wechselwirkungen besser verstehen zu können, ist eine neue Generation von Teilchenbeschleunigern notwendig. Zur Zeit wird am CERN (Genf, Schweiz) ein neuer Proton-Proton-Speicherring (Large Hadron Collider, LHC) gebaut, der Schwerpunktsenergieen von 14 TeV erreichen soll. Es besteht aber unter Hochenergiephysikern die weithin anerkannte Auffassung, daß ein  $e^-e^+$ -Collider mit einer Schwerpunktsenergie, die deutlich über der LEP2-Energie ( $E_{cms} = 200$  GeV) liegt, eine sinnvolle Ergänzung zur Hadronenmaschine darstellt und zur Vervollständigung des gewonnenen Bildes beitragen kann [CDR 500]. Da bei Kreisbeschleunigern die Synchrotronstrahlung mit der Energie drastisch zunimmt, ist ein  $e^-e^+$ -Collider mit so hoher Energie nur als Linearbeschleuniger mit vertretbarem Aufwand realisierbar. Um die erforderliche hohe Luminosität über  $10^{33}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  zu erreichen, sind eine hohe Ladungsdichte im Teilchenpaket, ein hoher Strahlstrom und kleine Strahlquerschnitte im Wechselwirkungspunkt notwendig.

Der TESLA-Beschleuniger (TeV-Energy Superconducting Linear Accelerator) beruht auf supraleitenden Beschleunigungsstrukturen mit einer Betriebsfrequenz von 1.3 GHz. In seiner ersten Ausbaustufe soll er eine Schwerpunktsenergie von 500 GeV erreichen. Eine vollständige Liste der Designparameter wird in [CDR 500] angegeben. Zur Demonstration der Machbarkeit so eines Beschleunigers wird am DESY (Hamburg, Deutschland) gegenwärtig die TESLA Test Facility (TTF) aufgebaut [TTF CDR]. Die erste Ausbaustufe dieser Anlage nahm den Betrieb im Mai 1997 auf. Die Anforderungen des außerordentlich kleinen Strahlquerschnitts am Wechselwirkungspunkt erfordern eine sehr kleine Emittanz des Strahls und damit einen sehr geringen Beitrag vom Hochfrequenzsystem zur Energieunschärfe. Um die Baukosten des Beschleunigers zu reduzieren, ist es wünschenswert, mehrere Resonatoren mit einem einzigen Hochleistungsklystron zu betreiben, statt jeden einzelnen Resonator mit einem einzelnen, kleineren Klystron anzusteuern. Supraleitende Resonatoren haben eine sehr schmale Bandbreite und sind damit extrem sensitiv auf Frequenzänderungen, wie sie durch mechanische Störungen auftreten können. Die daraus resultierenden Fehler in Amplitude und Phase müssen durch eine geeignete Regelung kompensiert werden.

Das grundlegende Prinzip von Hochfrequenzkontrollsystemen, wie sie in supraleitenden Beschleunigern benutzt werden, wird in [Grä 92] dargestellt. In den letzten Jahren wurden mehrere Beschleuniger mit supraleitenden Beschleunigungsstrukturen in Betrieb genommen (KEK, CERN/LEP, CERN/SPS, DESY/HERA, CEBAF, S-DALINAC, LISA, MACSE, HEPL), die meisten davon arbeiten im Dauerstrichbetrieb. In einigen Kreisbeschleunigern wird das Konzept des Betriebs von mehreren Resonatoren an einem Hochfrequenzverstärker bereits angewandt, so liefert zum Beispiel am KEK ein Klystron die Leistung für vier Resonatoren, am CERN/LEP und beim DESY/HERA für 16 Resonatoren. Dabei wird am KEK und beim DESY/HERA die Amplitude und Phase der Vektorsumme des Beschleunigungsfeldes geregelt während beim CERN/LEP nur die skalare Summe der Amplituden für eine Gradientenregelung verwandt wird. Das Ziel für die TESLA Test Facility ist die Regelung der Feldvektorsumme von 32 Resonatoren, die von einem einzigen 10MW Klystron gespeist werden. Der gepulste Betrieb der Resonatoren bei einem durchschnittlichen Gradienten von 25MV/m erzeugt eine neue Art

von Störung, die mechanische Verformung der Resonatoren durch den Strahlungsdruck (Lorentz-Kraft-Verstimmung). Außerdem haben die Erfahrungen anderer Laboratorien mit supraleitenden Resonatoren gezeigt, daß Mikrophonie zu schwerwiegenden Problemen bei der Kontrolle der Beschleunigungsfeldern führen kann. Diese Hauptstörquellen zusammen mit strengen Anforderungen an die Energieunschärfe fordern ein leistungsfähiges und flexibles Hochfrequenzregelungssystem.

Für die TESLA Test Facility wurde erstmals ein volldigitales Regelungssystem für die Hochfrequenz entwickelt [Schilcher]. Thema dieser Arbeit ist die Automatisierung der Parametersteuerung dieser Regelung. Dazu wurden vor allem die Algorithmen zur Rekonstruktion von Parametern der Hochfrequenz entwickelt, die unter anderem auch eine Systemidentifikation enthalten. Systemidentifikation findet anhand von Meßdaten ein mathematisch-physikalisches Modell für ein zu untersuchendes System.

Im Kapitel 2 wird die Theorie für supraleitende Resonatoren dargestellt, die zu einer Differentialgleichung erster Ordnung für die Einhüllende des Hochfrequenzfeldes führt.

Der Aufbau des Regelungssystems wird im Kapitel 3 beschrieben. Mit Hilfe von Verfahren aus der Regelungstheorie, die zuvor kurz erläutert werden, werden die Eigenschaften der Regelung dargelegt.

Die allgemeinen Grundlagen der Systemidentifikation findet man im Kapitel 4. Diese Grundlagen werden auf die Untersuchung der mechanischen Eigenschaften der Resonatoren angewandt. Während des Hochfrequenzpulses sieht man eine dynamische Verstimmung der Resonatoren aufgrund der Lorentz-Kraft, die in ihren Einzelheiten noch nicht verstanden ist. Die Rekonstruktion dieser Verstimmungskurve ist unter anderem Thema des Kapitels 5, in dem die Anwendung der Systemidentifikation auf die Bestimmung der Parameter bei laufendem Beschleuniger dargestellt wird. Ein weiterer wichtiger Parameter ist der Zeitpunkt des Strahleinschusses relativ zur Phase der Hochfrequenz.

Da in der TESLA Test Facility mehrere Resonatoren von einem Klystron betrieben werden, besteht das Problem, die Phasen der einzelnen Resonatoren möglichst genau gleich einzustellen, wobei zugelassen werden muß, daß, aufgrund ihrer verschiedenen Grenzfeldstärken, die Resonatoren mit unterschiedlichen Gradienten betrieben werden. Um die dazu notwendige Flexibilität zu erhalten, ist vor jedem Resonator ein sogenannter 3-Stempel-Abstimmer in den Hohlleiter eingebaut, der die Phasen der Hochfrequenzfelder und die belasteten Güten der Resonatoren einstellen kann. Im Kapitel 6 wird ein mathematisches Modell für dieses Bauteil vorgestellt. Im Kapitel 7 werden unterschiedliche Möglichkeiten für den Betrieb mit besonderen Anforderungen an unterschiedliche Gradienten und Phasen, wie sie für die TESLA Test Facility denkbar sind, aufgezeigt.

## 1.1 Die TESLA Test Facility (TTF)

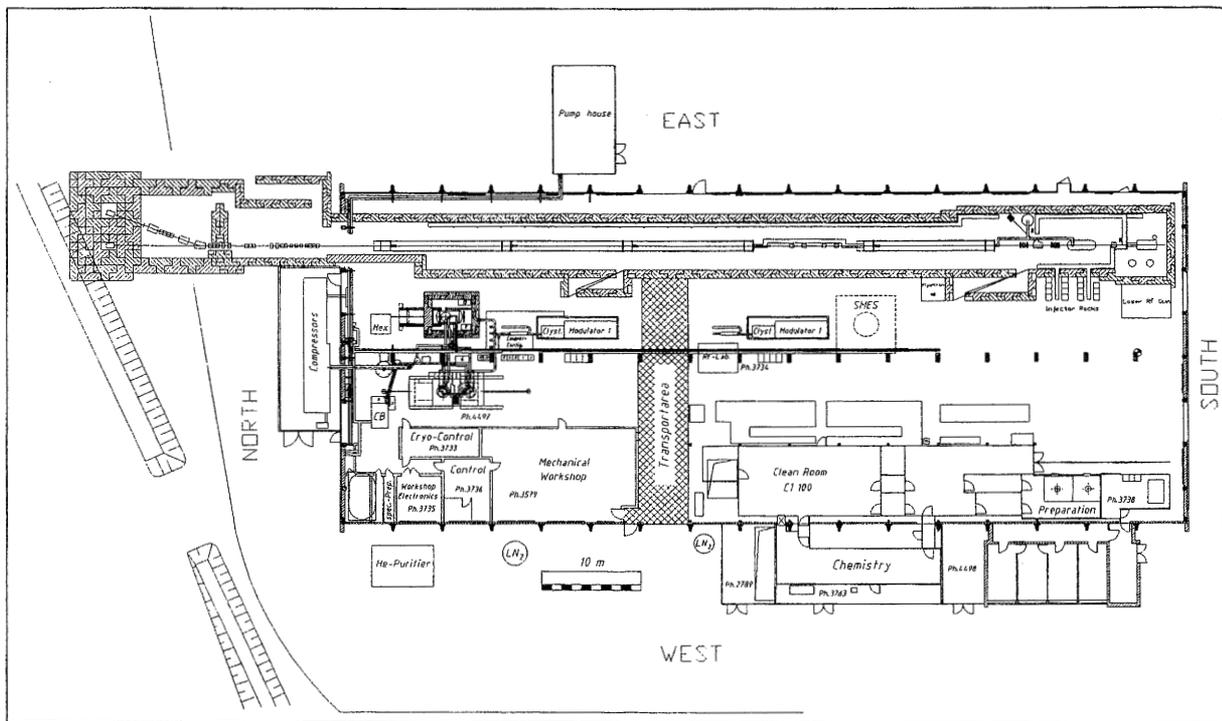
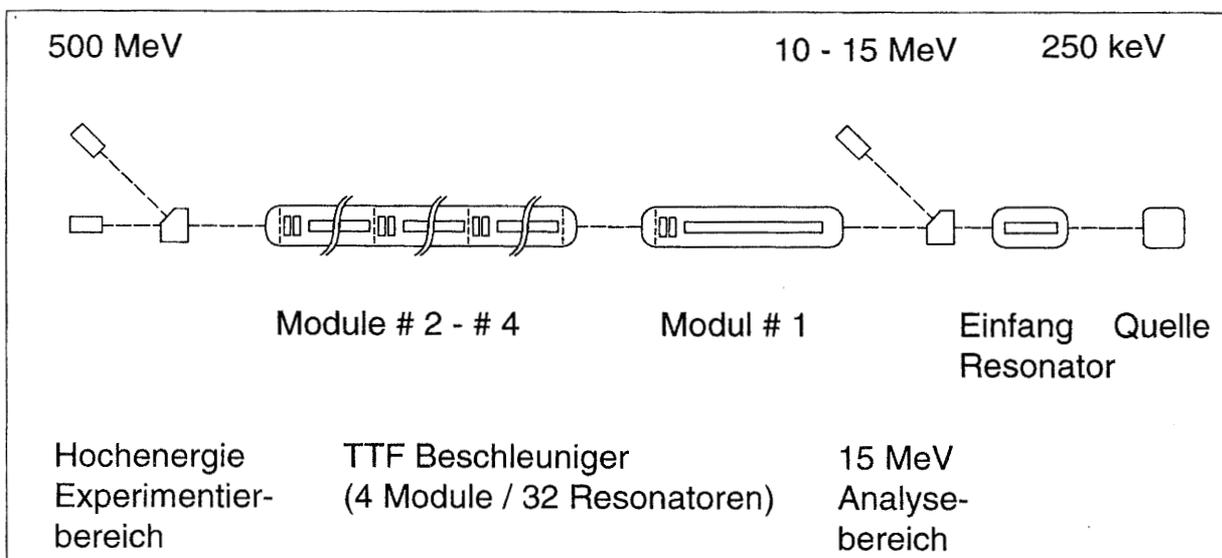


Abbildung 1.1: Grundriss der TTF-Experimentierhalle und schematische Zeichnung des TTF-Beschleunigers



Der TTF-Beschleuniger befindet sich derzeit im Aufbau. Daher müssen bei einer Übersichtsbeschreibung verschiedene Ausbaustufen berücksichtigt werden. Die Unterschiede der verschiedenen Stufen werden aber nur insofern berücksichtigt, wie sie die Hochfrequenzregelung betreffen und speziell, wie sie im Rahmen dieser Arbeit von Belang sind. Daher erfolgt zunächst eine Beschreibung des Beschleunigers, wie er im Sommer 1997 und

im Frühjahr 1998 benutzt wurde. Unterschiede zwischen beiden Strahlperioden betreffen nur die Strahloptik und sollen hier nicht behandelt werden. Danach wird kurz skizziert, wie der Beschleuniger im Winter 1998/99 bzw im Frühjahr 1999 erweitert werden soll. Diese Arbeit wird davon nur im letzten Kapitel beeinflusst, wo Simulationsrechnungen die Erweiterung des Hochfrequenzsystems betreffend vorgestellt werden.

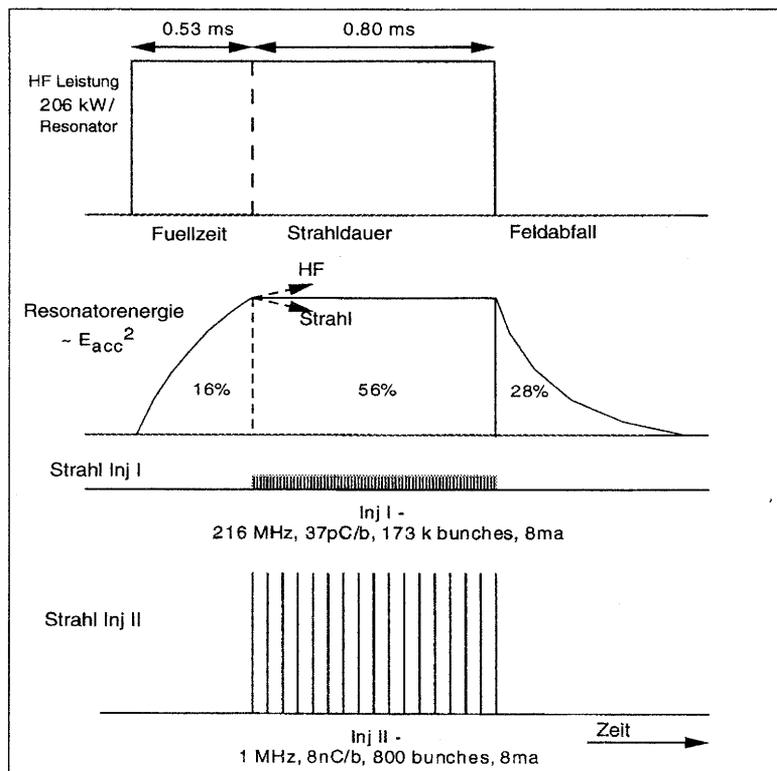


Abbildung 1.2: Zeitstruktur der Hochfrequenz- bzw Strahlpulse im TESLA-Test-Facility-Beschleuniger

Als Elektronenquelle fungiert im TTF-Beschleuniger eine Triode mit Glühkathode, wie sie ähnlich auch in Elektronenröhren verwendet wird. Durch Modulation der Gitterspannung werden Elektronenpakete mit Wiederholrate  $216.7\text{MHz}$  erzeugt. In einer elektrostatischen Beschleunigungsstrecke werden die Elektronen auf  $250\text{keV}$  beschleunigt. Anschließend durchfliegen die Elektronenpakete einen normalleitenden Ein-Zell-Resonator und zwar so, daß sie im Nulldurchgang des dort anliegenden Hochfrequenzfeldes – ebenfalls  $216.7\text{MHz}$  – beschleunigt werden. Auf diese Art und Weise werden die hinteren Elektronen jedes Paketes stärker beschleunigt als die vorderen. Auf einer kurzen Driftstrecke sorgt die damit einhergehende Geschwindigkeitsmodulation der Elektronen für eine longitudinale Kompression des Elektronenpakets. Wegen dieses Kompressionseffektes und der Betriebsfrequenz  $216.7\text{MHz}$  – ein Sechstel der Betriebsfrequenz  $1.3\text{GHz}$  – heißt der normalleitende Resonator „Subharmonischer Buncher“. In einem ersten supraleitenden Resonator, dem „Einfangresonator“ bzw der „Capture Cavity“, werden die Elektronen auf etwa  $10\text{MeV}$  Energie gebracht und mithin auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt. Für

Untersuchungen am injizierten Strahl steht ein erster Analysebereich mit Dipolmagnet als Spektrometer zur Verfügung. Im normalen Beschleunigerbetrieb wird der Strahl jedoch geradeaus in das erste Beschleunigungsmodul eingeschossen. Dort, wo später weitere Beschleunigungsmodule eingebaut werden, wird zur Zeit der Strahl durch die sogenannte temporäre Strahlführung zum Hochenergieexperimentierbereich geliefert. Dort bestehen ausreichend Diagnosemöglichkeiten für Untersuchungen am Strahl. Mit einem weiteren Spektrometermagneten wird der Strahl in den Strahlabsorber gelenkt.

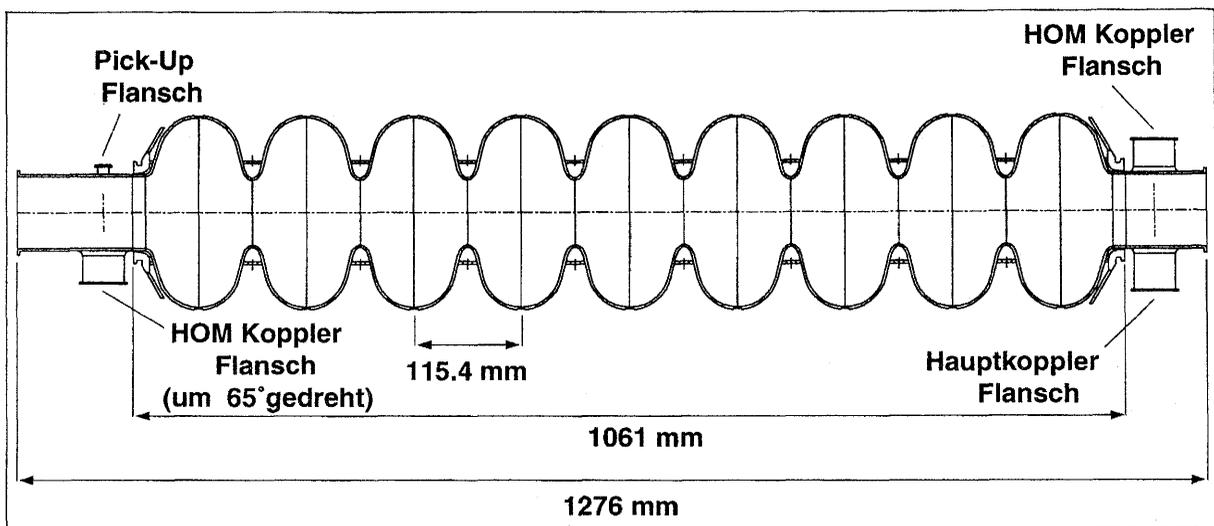


Abbildung 1.3: Ein TESLA-Resonator

Das Beschleunigungsmodul besteht, wie alle späteren Module auch, aus einer Kette von acht supraleitenden Resonatoren der Frequenz 1.3 GHz. Jeder Resonator besteht wiederum aus neun Zellen und hat eine aktive Länge von 1.038 m und einen Durchmesser vom 20.66 cm. Am Strahlrohr vor der ersten Zelle ist die Haupteinkoppelantenne angebracht, die über eine Koaxialleitung mit dem Hohlleitersystem verbunden ist, das den Resonatoren die Hochfrequenzleistung zuführt. Alle acht Resonatoren eines Moduls werden von einem Klystron betrieben, und es ist außerdem geplant, bis zu vier Module zusammenzuschalten und von einem Klystron speisen zu lassen. Die Resonatoren werden bei einer Temperatur von 2K betrieben, die Kühlung geschieht mit superfluidem Helium. Daher ist jedes Beschleunigungsmodul auch gleichzeitig ein Kryomodul. Der Einkoppler hat mehrere Aufgaben zu erfüllen, er leitet Leistungen von mehreren hundert Kilowatt zu den Resonatoren, schirmt das Resonatorvakuum gegen den Atmosphärendruck im Hohlleitersystem ab und bildet einen Übergang von 2K auf Raumtemperatur. Derzeit sind zwei Kopplertypen im Einsatz, im folgenden FERMI-Koppler bzw DESY-Koppler genannt. Die Koppler und insbesondere die eingebauten Vakuumfenster legen oft eine Limitierung der zulässigen Einkopplleistung fest.

Hinter der letzten Resonatorzelle ist eine „Pick-Up-Antenne“ angebracht, die nur schwach an das Resonatorfeld ankoppelt. Mit ihrer Hilfe kann das Resonatorfeld gemessen werden. Ferner ist an jedem Ende ein „Höhere-Ordnungs-Mode“ (HOM) Koppler angebracht, der vorzugsweise an die Moden höherer Ordnung ankoppelt und diese dämpft.

Über einen Abstimmmechanismus kann die Länge der Resonatoren eingestellt werden, um ihre Resonanzfrequenz genau auf die Betriebsfrequenz einzustellen. Die Resonatoren haben bei einer Betriebsfrequenz von 1.3 GHz nur eine Bandbreite von wenigen hundert Hertz! Deformationen der Zellen in der Größenordnung einiger Nanometer können schon zu merklichen Abweichungen von der Resonanz führen. Eine Hauptaufgabe der Hochfrequenzregelung besteht darin, solche Abweichungen auszugleichen.

Im Winter 1998 sollen zwei weitere Beschleunigungsmodule in den Beschleuniger eingebaut werden. Durch Fortschritte in der Resonatorproduktion sind die neuen Beschleunigungsstrukturen leistungsfähiger als die bisherigen. Dennoch sollen sie an dasselbe Klystron angeschlossen werden wie diese. Es wird zu zeigen sein (siehe Kap. 7), daß in dieser Konstellation die volle Leistungsfähigkeit aller Resonatoren ausgenutzt werden kann. Außerdem soll im Frühjahr 1999 demonstriert werden, daß mit der TESLA Test Facility ein sogenannter SASE-FEL (siehe Kap. 7 und [CDR 500]) betrieben werden kann. Die Abkürzung steht für „Self-Amplified-Spontaneous-Emission-Free-Elektron-LASER“. Dieser LASER macht sich die Wechselwirkung zwischen der Synchrotronstrahlung und dem Elektronenstrahl in einem Undulator zunutze. Dadurch ist es möglich, einen LASER für ultraviolettes Licht bzw später Röntgenstrahlung zu bauen. Zunächst soll jedoch nur die Machbarkeit in einem „Proof-of-Principle“-Experiment gezeigt werden. Dazu wird zwischen dem ersten und dem zweiten Beschleunigungsmodul eine magnetische Wegverlängerung zum Verkürzen der Elektronenpakete – „Bunchkompressor“ – eingebaut. Für den fehlerfreien Betrieb dieses Bunchkompressors und damit des FELs ist es notwendig, die Vektorsumme der Felder im ersten Modul in Betrag und Phase auf 0.1% bzw  $1^\circ$  genau zu halten, während gleichzeitig die Gesamtvektorsumme über alle Beschleunigungsmodule ebenso genau gehalten wird. Da aber alle Module von einem einzigen Klystron gespeist werden und mithin nur zwei Größen für die Regelung zur Verfügung stehen, ist zu überprüfen, ob damit alle Anforderungen gleichzeitig erfüllt werden können (siehe Kap. 7).

## 2 Hohlraumresonatoren

Jede Schwingungsmoden eines Hohlraumresonators kann durch einen elektrischen Schwingkreis repräsentiert werden [Mon 48]. Die Überlagerung verschiedener Moden, wie sie in realen Resonatoren vorkommt, kann durch eine Parallelschaltung gegebenenfalls gekoppelter Schwingkreise dargestellt werden. Hier reicht es jedoch aus, nur die  $\pi$ -Mode der gekoppelten Schwingungen der Fundamentalmode<sup>1</sup> (TM<sub>101</sub>) zu betrachten. Die Spannung wird als wirksame Beschleunigungsspannung angegeben. Diese gibt den Betrag einer Gleichspannung an, die dieselbe Beschleunigung bewirkt, wie die entsprechende Wechselspannung. Der Zeitunterschied  $t_{ein}$  zwischen Strahleinschuss und dem Zeitpunkt maximaler Beschleunigung kann durch einen Phasenwinkel  $\phi_s$  berücksichtigt werden (siehe Anhang A.3).

$$U_{wirk} = \bar{U}_b \cdot \cos \phi_s = \bar{U}_b \cdot \cos(\omega t_{ein}).$$

Die Beschleunigungsstrukturen sind so bemessen, daß ein Teilchen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit jeweils eine halbe Periodendauer benötigt, eine Zelle des Resonators zu durchfliegen. Die Resonatoren werden in der  $\pi$ -Mode betrieben, d.h. benachbarte Zellen schwingen genau gegenphasig. Demnach hat ein hochrelativistisches Teilchen in jeder Zelle des Resonators immer die gleiche Zeitdifferenz zum maximalen Energiegewinn, also immer die gleiche Phase  $\phi_s$  zum Resonatorfeld.

Im folgenden wird die Strahlphase  $\phi_s$  und die Resonatorphase  $\varphi_n$  des n-ten Resonators relativ zu einer festen Referenzquelle, dem lokalen Oszillator (LO) angegeben. Alle Phasenkalibrationen sollten so sein, daß  $\phi_s$  bei maximaler Beschleunigung („On-Crest-Beschleunigung“) zu Null wird. Es kann aber vorkommen – insbesondere während der Kalibration – daß sich bei Messungen Strahlphasen ungleich Null ergeben.

Das Hochfrequenzfeld induziert Oberflächenströme in den Wänden der Resonatoren, was zu Energieverlusten führt. Auch in supraleitenden Resonatoren treten solche Verluste auf, wenn sie auch wesentlich geringer sind als in normalleitenden Strukturen. Die Verlustleistung wird dargestellt als

$$P_{diss} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{U}_b^2}{R_0}. \quad (2.1)$$

In der Beschleunigerphysik ist eine Nomenklatur weitverbreitet, in der durch Umdefinition des Parallelwiderstandes der Faktor „1/2“ in Formel (2.1) eliminiert wird („SLAC-Nomenklatur“). In dieser Arbeit wird jedoch die aus der Elektrodynamik bekannte Definition des Widerstandes benutzt. Zur Charakterisierung des Resonators wird die Güte eingeführt. Sie ist definiert als

$$Q = 2\pi \frac{\text{gespeicherte Energie}}{\text{Energieverlust pro Periode}} = \frac{\omega_0 W}{P_{verl}}, \quad (2.2)$$

wobei  $W$  für die im Resonator gespeicherte Energie,  $\omega_0$  für die Eigenfrequenz des Resonators und  $P_{verl}$  für die Verlustleistung stehen. Die unbelastete Güte gibt ein Maß für die

<sup>1</sup>Aufgrund der Kombination von 9 Ein-Zell-Resonatoren zu einem einzigen Resonator spalten die Moden der einzelnen Zellen in 9 gekoppelte Schwingungsmoden auf

Verluste in den Wänden des Resonators und hängt über

$$R_0 = \left(\frac{r}{Q}\right) Q_0 \quad (2.3)$$

direkt mit dem Parallelwiderstand im Ersatzschaltbild zusammen. Die normierte Shunt Impedanz des Resonators,  $\left(\frac{r}{Q}\right)$ , hängt nur von seiner Geometrie ab und beträgt bei den TESLA Resonatoren<sup>2</sup>  $520 \Omega$ . Mit Hilfe der normierten Shunt Impedanz kann man die im Resonator gespeicherte Energie angeben:

$$W = \frac{\bar{U}_b^2}{2\omega_0 \left(\frac{r}{Q}\right)} \quad (2.4)$$

Bei einem Gradienten  $\bar{U}_b = 25 \text{ MV}$ , einer normierten Shunt Impedanz von  $520 \Omega$  und einer Frequenz  $f = \frac{\omega}{2\pi} = 1.3 \text{ GHz}$  ist die gespeicherte Energie

$$W = 73.5 \text{ J.}$$

## 2.1 Ersatzschaltbild

Aus praktischen Erwägungen wird hier die Darstellung als Parallelresonanzkreis gewählt, d.h. ein Kondensator, eine Spule und ein Widerstand sind parallelgeschaltet [Schilcher]. Die Strahllast wird als Stromquelle dargestellt, die dem Resonator parallelgeschaltet ist. Da die hochrelativistischen Elektronen bereits mit nahezu Lichtgeschwindigkeit fliegen, gewinnen sie im Beschleunigungsfeld zwar Impuls und Energie, werden aber nicht mehr schneller. Der Strahlstrom hängt daher nicht vom Gradienten ab und kann über die Beschleunigungsstrecke als konstant angesehen werden.

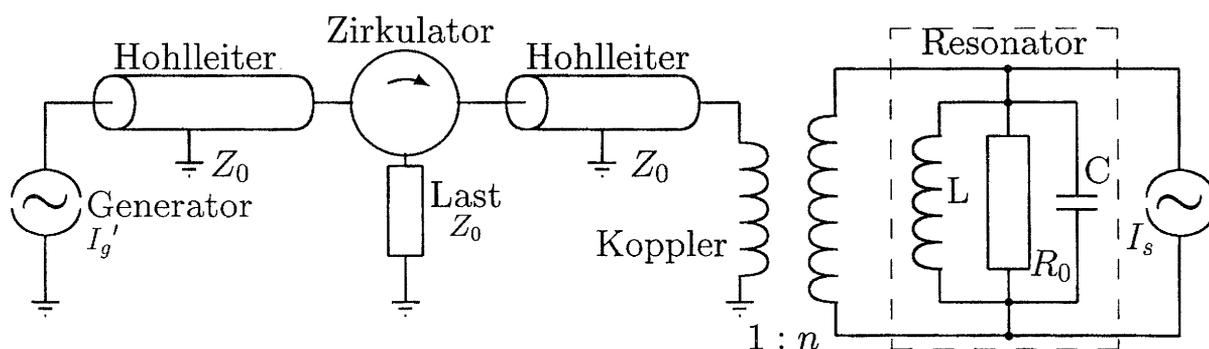


Abbildung 2.1: Modell eines Resonators mit Strahl und Generator

Die Hochfrequenzleistung wird bei den TESLA-Resonatoren über eine Antenne eingekoppelt. Die Einkoppelantenne wird durch einen idealen – verlustfreien – Transformator

<sup>2</sup>In der SLAC-Nomenklatur kommt man auf einen Wert von  $\left(\frac{r}{Q}\right) = 1040 \Omega$ .

modelliert. Der Hohlleiter vom Klystron bis zum Hauptkoppler ist eine Leitung mit Impedanz  $Z_0$ . Vor jedem Resonator ist ein Zirkulator in den Hohlleiter eingebaut, der die einfallende Leistung zum Resonator hinleitet, die vom Resonator kommende Leistung aber in einen Abschlußwiderstand ableitet. Vom Klystron und vom Resonator gesehen ist die Leitung also jeweils reflektionsfrei mit  $Z_0$  abgeschlossen. Den Generator kann man zunächst als Stromquelle darstellen (Abbildung 2.1).

Um den Transformator zu eliminieren, können alle Größen auf die Resonatorseite transformiert werden (Abbildung 2.2). Die transformierten Größen verhalten sich zu den ursprünglichen wie

$$U = n \cdot U' \quad I = \frac{1}{n} I' \quad R_{ext} = n^2 Z_0, \quad (2.5)$$

wobei zu beachten ist, daß die ungestrichenen Größen die transformierten sind. Aus der Parallelschaltung von  $R_0$  und  $R_{ext}$  erhält man den effektiven Gesamtwiderstand

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_{ext}} \quad (2.6)$$

Der Gesamtwiderstand ist eine wichtige Größe für die Beschreibung des Resonators. Er beschreibt die gesamten Verluste im Resonator, die sowohl durch Oberflächenströme als auch durch Auskopplung entstehen. Analog zur unbelasteten Güte  $Q_0$  ist die belastete Güte

$$R_L = \left( \frac{r}{Q} \right) Q_L. \quad (2.7)$$

Im Beschleunigerbetrieb ist die Ankopplung des Generators an den Resonator so stark, daß  $Q_L$  um einige Größenordnungen kleiner ist als  $Q_0$ . Demnach ist auch  $R_{ext} \ll R_0$  und es gilt

$$R_L \approx R_{ext}. \quad (2.8)$$

Die Verluste in den Wänden eines supraleitenden Resonators fallen also gegenüber den Ankoppelverlusten nicht ins Gewicht<sup>3</sup>. Sie machen sich jedoch durch einen Wärmefluß in das Heliumbad bemerkbar.

## 2.2 Zeitverhalten

Zur Bestimmung des Zeitverhaltens des Resonators geht man von der Differentialgleichung für den Parallelschwingkreis (Abb. 2.2) aus:

$$C \cdot \ddot{U} + \frac{1}{R_L} \cdot \dot{U} + \frac{1}{L} \cdot U = \dot{I}_g - \dot{I}_s \quad (2.9)$$

$$U(t) = \hat{U}_0(t) e^{i\omega t} \quad \hat{U}_0 : \text{komplex}$$

$$I_g(t) = \hat{I}_g(t) e^{i\omega t}$$

$$I_s(t) = \hat{I}_s(t) e^{i\omega t}$$

<sup>3</sup>Was zunächst wie eine gewaltige Energieverschwendung aussieht, ist unvermeidbar, denn „Hochfrequenzventile“, die die Leistung nur in den Resonator herein, aber nicht wieder herauslassen, gibt es nicht. Nach Einschub des Strahls ist eine starke Ankopplung nötig, um die entnommene Leistung nachliefern zu können.

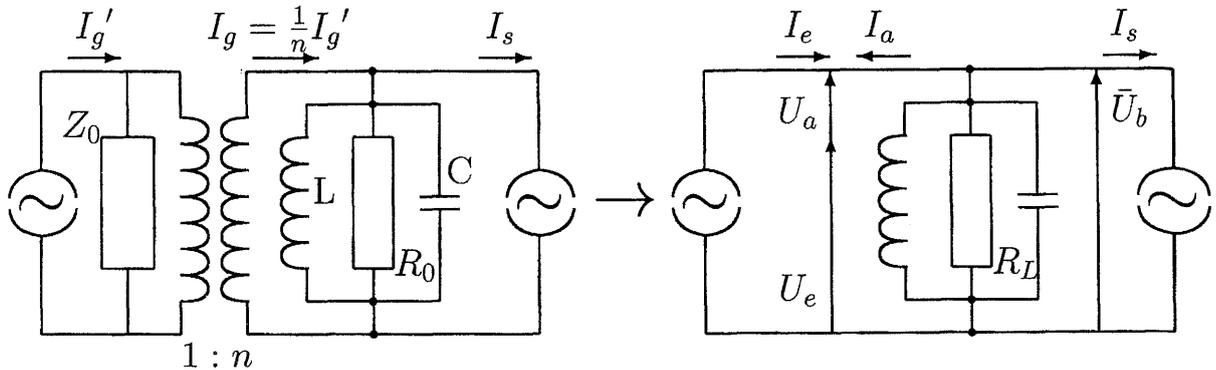


Abbildung 2.2: Transformation aller Größen auf die Resonatorseite

Zur Nomenklatur: Hochfrequenzströme und -Spannungen werden durch Großbuchstaben dargestellt, die komplexen Amplitudenvektoren ihrer Einhüllenden durch ein Dach über dem Buchstaben, deren Betrag wiederum durch einen Querbalken (siehe Anhang C). Vom gepulsten Strahlstrom trägt nur die Hochfrequenzkomponente bei der Betriebsfrequenz  $\omega$  bei. Diese ist doppelt so groß wie die Gleichstromkomponente, in die Differentialgleichung geht also  $2I_{s0}$  ein. Der Generatorstrom  $I_g$  umfaßt sowohl den Strom der einfallenden als auch der reflektierten Hochfrequenzwelle (siehe Seite 14), ist daher doppelt so groß wie der einfallende Strom  $I_e$ . Die unterschiedlichen Vorzeichen der Ströme sollen anzeigen, daß bei Phasendifferenz 0 der Strahlstrom als Last und der Generatorstrom als Treiber wirken. Durch die Ersetzungen

$$\omega_{1/2} = \frac{1}{2R_L C} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad (2.10)$$

wird aus Gl. (2.9) eine Gleichung, die nur noch Resonatorgrößen enthält

$$\ddot{U} + 2\omega_{1/2}\dot{U} + \omega_0^2 U = R_L \omega_{1/2} (2\dot{I}_e - \dot{I}_s) \quad (2.11)$$

Die Bandbreite des Resonators  $\omega_{1/2}$ , die halbe Breite auf halber Höhe der Leistungskurve, hängt von der Güte ab:

$$\omega_{1/2} = \frac{\omega_0}{2Q_L} \quad (2.12)$$

Zu Zwecken der Hochfrequenzregelung ist es nicht notwendig, den genauen Verlauf der Feldamplitude zu jeder Zeit auch innerhalb der einzelnen 1.3 GHz-Schwingungen zu kennen. Die Möglichkeiten, mit vertretbarem Aufwand in dieser Zeitskala zu messen oder auf das Feld Einfluß zu nehmen, sind gar nicht gegeben. Daher reicht es völlig aus, eine Gleichung für die Einhüllende des Hochfrequenzfeldes zu bestimmen. Dazu spaltet man die Spannungen und Ströme in einen langsam veränderlichen Feldvektor und in die schnell veränderliche Hochfrequenzschwingung (mit  $\omega =$  Betriebsfrequenz) auf. Die Feldvektoren sind komplex, um Phasendifferenzen beschreiben zu können.

$$U = \hat{U}_b e^{i\omega t}$$

$$\begin{aligned}
\dot{U} &= (i\omega\hat{U}_b + \dot{\hat{U}}_b) e^{i\omega t} \\
\ddot{U} &= (-\omega^2\hat{U}_b + 2i\omega\dot{\hat{U}}_b + \ddot{\hat{U}}_b) e^{i\omega t} \\
\dot{I} &= (i\omega\hat{I} + \dot{\hat{I}}) e^{i\omega t}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Dabei ist  $\ddot{\hat{U}}_b$  gegenüber den anderen Anteilen von  $\ddot{U}$  vernachlässigbar ebenso wie  $\dot{\hat{U}}_b$  gegen  $\omega\hat{U}_b$ .

$$\ddot{\hat{U}}_b \ll \omega\dot{\hat{U}}_b \ll \omega^2\hat{U}_b, \tag{2.14}$$

denn durch die hohe Güte des Resonators ist seine Zeitkonstante noch so groß (um  $700 \mu s$ ), daß die Änderung der Feldamplitude um Größenordnungen langsamer verläuft als eine Periode der Schwingung. Für die Zeitableitung des Stromes gilt dieses Argument natürlich nicht, da beim Ein- und Ausschalten der Ansteuerleistung durchaus sehr steile Stufen im Generator- oder Strahlstrom vorkommen. Das Integral – und das ist entscheidend bei der Differentialgleichung – über  $\dot{I}$  ist dagegen vernachlässigbar; da die Sprünge sich nicht sehr schnell wiederholen,

$$\left| \int_{t_1}^{t_2} \dot{\hat{I}}(t) dt \right| \leq \left| \max_{[t_1 \dots t_2]} (\dot{\hat{I}}(t)) \right| \ll \left| \int_{t_1}^{t_2} \omega \hat{I} dt \right|. \tag{2.15}$$

Damit bleibt

$$\dot{\hat{U}}_b + \omega_{1/2}\hat{U}_b + \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2i\omega}\hat{U}_b = R_L\omega_{1/2}(2\hat{I}_e - \hat{I}_s)$$

Mit

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega$$

wird die Gleichung in der Nähe zur Resonanzfrequenz zur Enveloppengleichung für die Hochfrequenzfelder in den Resonatoren:

$$\dot{\hat{U}}_b = -(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)\hat{U}_b + R_L\omega_{1/2}(2\hat{I}_e - \hat{I}_s) \tag{2.16}$$

Von dieser Gleichung gehen alle weiteren Rechnungen aus. So erhält man die Füllkurve ohne Strahl  $\hat{I}_s$  bei gleichbleibendem Generatorstrom  $\hat{I}_e$  durch Lösen der inhomogenen Differentialgleichung

$$\hat{U}_b(t) = \hat{U}_{end} \left( 1 - e^{-(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)t} \right), \quad \hat{U}_{end} = \frac{2R_L\hat{I}_e}{1 - i\frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}}. \tag{2.17}$$

Die komplexe Resonatorspannung wird also spiralförmig auf den Endwert  $\hat{U}_{end}$  zulaufen (siehe Abbildung 2.3).

## 2.3 Allgemeine Zusammenhänge

Der Generatorstrom ist eine fiktive Größe, um den Äquivalentkreis eines Hohlraumresonators berechnen zu können. Die Größe, die tatsächlich interessiert, ist die einfallende Leistung

$$P_{ein} = \frac{1}{2} \Re\{\hat{U}_e \cdot \hat{I}_e^*\}.$$

Da im Hohlleiter Strom und Spannung immer in Phase sind, und über die Leitungsimpedanz<sup>4</sup> zusammenhängen,

$$\hat{U}_e = R_{ext} \hat{I}_e,$$

ist die einfallende Leistung

$$P_{ein} = \frac{1}{2} R_{ext} \bar{I}_e^2 \approx \frac{1}{2} R_L \bar{I}_e^2. \quad (2.18)$$

Die Gleichung (2.16) läßt sich unter Verwendung der normierten Shunt Impedanz auch so schreiben:

$$\dot{\hat{U}}_b = -\left(\omega_{1/2} - i\Delta\omega\right) \hat{U}_b + R_L \omega_{1/2} 2\hat{I}_e - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{Q}\right) \omega_0 \hat{I}_s \quad (2.19)$$

Hier ist die Symmetrie vollständig aufgegeben. Man beachte, daß sich die Wirkung des Generatorstromes auf gleiche Weise schreiben liesse, wie es auch für den Strahlstrom geschehen ist. Damit würde aber ein wichtiger Unterschied zwischen den beiden Strömen verdeckt: Der Strahlstrom ist nämlich unabhängig von der jeweiligen belasteten Güte des Resonators, der hier angegebene Generatorstrom enthält aber die Transformation des Kopplers und damit auch die belastete Güte.

Setzt man in Gleichung (2.19)  $\dot{\hat{U}}_b = 0$  kann man die Leistung ausrechnen, die nötig ist, um einen bestimmten Gradienten und eine bestimmte Phase aufrechterhalten zu können:

$$\begin{aligned} P_{ein} &= \frac{1}{2} R_L \bar{I}_e^2 = \frac{1}{8R_L} \left[ \left(\bar{U}_b + R_L \bar{I}_s \cos \phi_s\right)^2 + \left(\bar{U}_b \tan \psi + R_L \bar{I}_s \sin \phi_s\right)^2 \right] \quad (2.20) \\ &= \frac{\bar{U}_b^2}{8\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L} \left[ \left(1 + 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L \frac{I_{s0}}{\bar{U}_b} \cos \phi_s\right)^2 + \left(\tan \psi + 2\left(\frac{r}{Q}\right)Q_L \frac{I_{s0}}{\bar{U}_b} \sin \phi_s\right)^2 \right] \end{aligned}$$

mit dem Verstimmungswinkel

$$\tan \psi = \frac{\Delta\omega}{\omega_{1/2}}. \quad (2.21)$$

Die Phasendifferenz zwischen einfallender Welle und Resonatorfeld ist im stationären Zustand gerade gleich dem Verstimmungswinkel

$$\varphi_b = \phi_e + \psi,$$

<sup>4</sup>Man beachte, daß die Größen auf die Resonatorseite des Kopplers transformiert wurden

	TTF	TTF	TESLA500	TESLA500
Strahlstrom [mA]	8.0	8.0	8.2	8.2
$E_{bschl}$ [MV/m]	15	25	25	40
$(Q_L)_{opt}$	$1.857 \cdot 10^6$ ( $\phi_s = 0^\circ$ )	$3.125 \cdot 10^6$ ( $\phi_s = 0^\circ$ )	$3.024 \cdot 10^6$ ( $\phi_s = -3^\circ$ )	$4.838 \cdot 10^6$ ( $\phi_s = -3^\circ$ )
Bandbreite $f_{1/2}$ [Hz]	350	208	215	134
$\Delta f_{opt}$ [Hz]	0	0	+11	+7
$(P_g)_{min}$ pro Resonator [kW]	124	206	211	337

Tabelle 2.1: Optimale belastete Güten bei verschiedenen TTF/TESLA500-Maschinenparametern (siehe Gleichung 2.20). Die optimale Verstimmung des Resonators bezieht sich auf den Dauerstrichbetrieb. Im Pulsbetrieb macht die Lorentz-Kraft-Verstimmung eine sehr viel größere, gradientenabhängige Vorverstimmung notwendig. Die Strahlphasen wurden in [Mosnier 95] berechnet und sollen der Kompensation von Wakefeldern dienen.

während die Amplitude des Resonatorfeldes über

$$\bar{U}_b = \frac{2\bar{U}_e}{\sqrt{1 + \tan^2 \psi}} \quad (2.22)$$

ebenfalls vom Verstimmungswinkel abhängt. Fußpunkt und Spitze des Feldvektors liegen also auf einer Kreislinie mit Radius  $\bar{U}_e$ . Der Winkel zum Durchmesser des Kreises beträgt  $\psi$  (Abb. 2.3). Hier wurde die Amplitude der einfallenden Welle als

$$\hat{U}_e = Z_0 \hat{I}_e, \quad R_{ext} = Z_0$$

geschrieben. Ebenso gibt es auch eine auslaufende Welle, zum einen, da die einfallende Leistung reflektiert, und zum anderen, weil Leistung aus dem Resonator ausgekoppelt wird, was ja den größten Teil der Energieverluste ausmacht. Daher wird hier meistens auch der Ausdruck rücklaufende Welle statt reflektierte Welle benutzt.

Am Eingang des Resonators gilt die Stetigkeitsbedingung

$$\hat{U}_b = \hat{U}_e + \hat{U}_a. \quad (2.23)$$

Um den Wert der auslaufenden Welle bestimmen zu können, braucht man also nur Gl. (2.23) nach  $\hat{U}_a$  aufzulösen:

$$\hat{U}_a = -\hat{U}_e + \hat{U}_b$$

Es gibt also immer einen Anteil reflektierter Leistung, der mit umgekehrtem Vorzeichen in der Spannung reflektiert wird. Das sorgt aufgrund des entgegengesetzten Poynting-Vektors dafür, daß die Ströme mit gleicher Amplitude reflektiert werden, was schon im Zusammenhang  $I_g = 2I_e$  seinen Niederschlag fand.

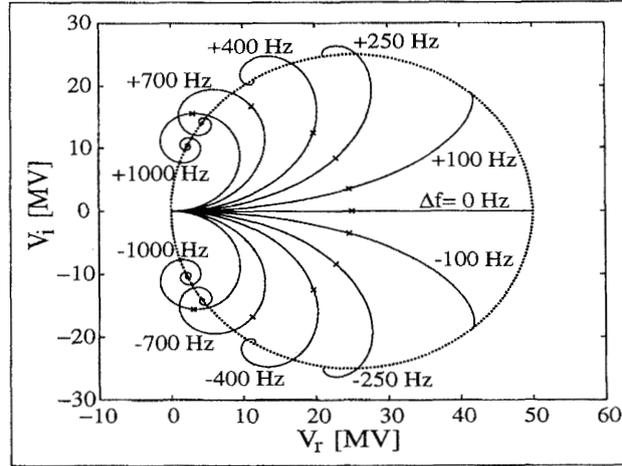


Abbildung 2.3: Das Resonatorfeld in Abhängigkeit von der Verstimmung. Aufgetragen ist der Feldvektor in der komplexen Ebene. Das Resonatorfeld schwingt bei gleicher Generatorleistung je nach Verstimmung auf einen anderen Punkt auf dem Kreis um  $\hat{U}_e$  durch 0 ein.

Da sich das Resonatorfeld während eines Hochfrequenzpulses dynamisch verändert, ändert sich auch der Charakter des Leitungsabschlusses. Zu Beginn des Pulses, wenn das Feld im noch nicht aufgebaut wurde, wirkt der Resonator also wie ein Kurzschluß,

$$\hat{U}_a = -\hat{U}_e \quad \hat{U}_b \approx 0 \quad \hat{I}_a = \hat{I}_e \quad \hat{I}_g = 2\hat{I}_e. \quad (2.24)$$

Dauert der Puls so lange an, daß das maximal mögliche Feld aufgebaut wurde, verhält sich der Resonator wie ein offenes Ende,

$$\hat{U}_a = \hat{U}_e \quad \hat{U}_b = 2\hat{U}_e \quad \hat{I}_a = -\hat{I}_e \quad I = 0.$$

In der Zwischenzeit hat die Stehwelle vor dem Resonator ihre Phase um  $90^\circ$  geändert, Wellenbäuche und -Knoten haben ihre Position getauscht. Ist die belastete Güte so eingestellt, daß Gleichung (2.20) bei  $\Delta\omega = 0$  minimiert wird, verhält sich der Resonator bei Strahleinschuß wie ein angepasster Leitungsübergang,

$$\hat{U}_a = 0 \quad \hat{U}_b = \hat{U}_e \quad \hat{I}_a = 0 \quad I = \hat{I}_e,$$

es existiert keine Stehwellenstruktur mehr, bis der Strahl ausgeschaltet wird. Das bedeutet, daß bei optimaler Anpassung der belasteten Güte  $Q_L$  gemäß (Gl. 2.20) die gesamte Hochfrequenzleistung bis auf geringfügige Kryo-Verluste zur Beschleunigung des Strahls zur Verfügung steht. Bei Berücksichtigung der Lorentz-Kraft-Verstimmung muß diese Aussage allerdings abgeschwächt werden (siehe Abschnitt 2.4). Allgemein gilt für den stationären Fall

$$\begin{aligned} P_{aus} &= P_{ein} - \frac{1}{2} \bar{I}_s \bar{U}_b \cos \phi_s \\ &= \frac{\bar{U}_b^2}{8 \left(\frac{r}{Q}\right) Q_L} \left[ \left( 1 - 2 \left(\frac{r}{Q}\right) Q_L \frac{I_{s0}}{\bar{U}_b} \cos \phi_s \right)^2 + \left( \tan \psi + 2 \left(\frac{r}{Q}\right) Q_L \frac{I_{s0}}{\bar{U}_b} \sin \phi_s \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

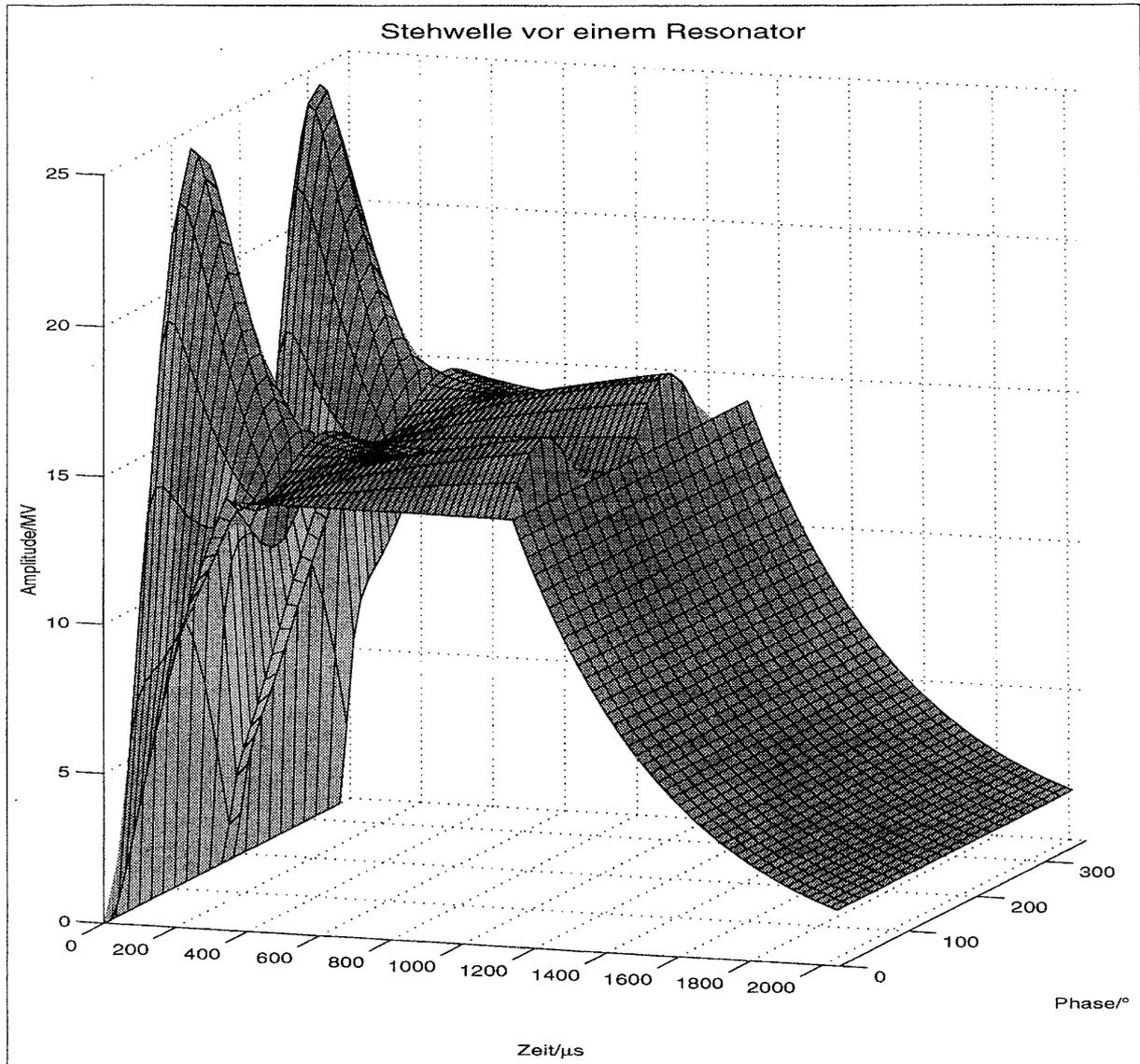


Abbildung 2.4: Der zeitliche Verlauf der Stehwellenstruktur vor einem Resonator (Simulation). Auf der x-Achse ist die Zeit aufgetragen, auf der y-Achse die elektrische Weglänge in der Leitung über eine Wellenlänge und auf der z-Achse der Amplitudenbetrag der Überlagerung von vorlaufender und rücklaufender Welle. Die vordere Kante des Bildes zeigt den zeitlichen Verlauf des Feldes. Während des Füllens sieht man eine deutliche Stehwellenstruktur, deren Anteil an der Gesamtamplitude jedoch zugunsten einer Wanderwelle zurückgeht. Nach dem Strahleinschuss bei  $330 \mu\text{s}$  beträgt der Stehwellenanteil nur noch 5%. Kurz nach dem Strahleinschuss, etwa bei  $500 \mu\text{s}$ , ist die Frequenz des Resonators genau gleich der Betriebsfrequenz. Dort wird optimale Anpassung erreicht, es wird keine Leistung mehr reflektiert. Danach steigt die reflektierte Leistung aufgrund der zunehmenden Verstimmung wieder an, mit anderer Phasenbeziehung, die sich aus dem Verstimmungswinkel ergibt. Nach dem Abschalten der Vorlaufleistung bei  $1130 \mu\text{s}$  ist nur noch die Wanderwelle der Rücklaufleistung vorhanden.

## 2.4 Lorentz-Kraft-Verstimmung

Eine elektromagnetische Welle trägt sowohl Energie als auch Impuls. Mit Hilfe des Maxwell'schen Spannungstensors

$$T = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \cdot \vec{E}^T + \frac{1}{\mu_r \mu_0} \vec{B} \cdot \vec{B}^T - \frac{1}{2} \mathbf{1} \left( \varepsilon_r \varepsilon_0 |\vec{E}|^2 + \frac{1}{\mu_r \mu_0} |\vec{B}|^2 \right) \quad (2.26)$$

kann der Impulsfluß des elektromagnetischen Feldes durch eine Fläche dargestellt werden:

$$\vec{\Phi}_p = T \cdot \vec{f} \quad \vec{f}: \text{Normalenvektor} \quad (2.27)$$

Der elektromagnetische Impulsfluß durch eine Fläche macht sich als Strahlungsdruck bemerkbar, wobei der Quotient  $|\vec{\Phi}_p| / |\vec{f}|$  gerade den auf die Fläche ausgeübten Druck angibt. Im Fall eines metallischen Stehwellenresonators steht der elektrische Feldvektor stets senkrecht auf der Resonatorwand und der magnetische Feldvektor liegt parallel dazu. Beachtet man das richtige Vorzeichen des Normalenvektors und die zeitliche Mittelung des Hochfrequenzfeldes, erhält man für den Strahlungsdruck

$$P_s = \frac{1}{4} \left( \mu_0 |\vec{H}|^2 - \varepsilon_0 |\vec{E}|^2 \right). \quad (2.28)$$

Hier bedeuten  $\vec{H}$  und  $\vec{E}$  die Vektoren des magnetischen und elektrischen Feldes an der Oberfläche des Resonators. Der Strahlungsdruck führt zu einer Verformung des Resonators in der Größenordnung einiger Nanometer. Durch die Verformung des Resonators kommt es zu einer Änderung seiner Resonanzfrequenz. Gemäß [Slater] beträgt die Änderung der Frequenz

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\int \left( \varepsilon_0 |\vec{E}|^2 - \mu_0 |\vec{H}|^2 \right)}{\int \left( \varepsilon_0 |\vec{E}|^2 + \mu_0 |\vec{H}|^2 \right)}. \quad (2.29)$$

Die Rechnung wird dabei störungstheoretisch durchgeführt und  $\vec{H}$  und  $\vec{E}$  sind die ungestörten Felder. Ein Vergleich von (2.28) und (2.29) zeigt, daß die Beiträge sowohl des elektrischen als auch des magnetischen Feldes zu einer Absenkung der Resonanzfrequenz führen. Im Bereich der Resonatoriris, wo das elektrische Feld besonders groß ist, ist der Strahlungsdruck negativ, d.h. führt zu einer Volumenverkleinerung. Im Bereich des Äquators ist das Magnetfeld besonders groß, dort wirkt der Druck nach außen. Nahe der Iris werden Versteifungsringe an die Resonatoren angeschweißt, was zu einer deutlichen Verringerung der Verstimmbarkeit führt, der Verformung im Äquatorbereich konnte bisher nicht mit vertretbarem Aufwand begegnet werden. Geht man davon aus, daß die Verformung der Resonatoren zu einer Volumenänderung führt, die proportional zum Strahlungsdruck ist, kommt man auf eine quadratische Abhängigkeit der Frequenzverschiebung des Resonators vom Betrag des Beschleunigungsgradienten  $E_{bschl}$ .

$$\Delta f = -K \cdot E_{bschl}^2 \quad \text{mit } \Delta f = f - f_0 \quad (2.30)$$

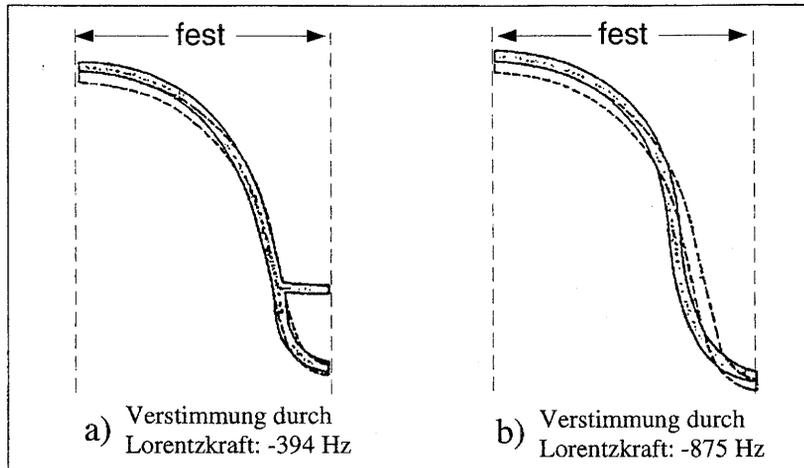


Abbildung 2.5: Berechnete Deformation einer Zelle der TESLA Resonatoren bei einem Beschleunigungsgradienten von 25 MV/m [TTF CDR]. Die Wandstärke des Niobs beträgt 2.5 mm. Die Rechnung wurde unter der Annahme einer festen Resonatorlänge durchgeführt.

- a) Resonatorzelle mit Verstärkungsring
- b) Resonatorzelle ohne Verstärkungsring

Diese Frequenzänderung heißt Lorentz-Kraft-Verstimmung mit der Lorentz-Kraft-Konstante  $K$ . Die Frequenzverschiebung ist angegeben als Differenz von aktueller Frequenz  $f$  und der Frequenz des Resonators ohne Feld  $f_0$ . Der Designwert von  $K$  für die verstärkten TESLA-Resonatoren beträgt  $1 \text{ Hz}/(\text{MV}/\text{m})^2$ . Das führt bei einem Gradienten von 25 MV/m zu einer statischen Verstimmung von  $-625 \text{ Hz}$ . Aufgrund der Massenbelegung der Resonatorwände erwartet man Auswirkungen der Trägheit. Diese bewirken, daß der Resonator während des 1.3ms langen Hochfrequenzpulses nur um etwa  $-400 \text{ Hz}$  verstimmt wird, mit Abweichungen von Resonator zu Resonator.

Bei einem Gradienten von 25 MV/m beträgt die optimale Einstellung der belasteten Güte  $3 \cdot 10^6$ , was einer Bandbreite von 200 Hz entspricht. Während eines Hochfrequenzpulses durchläuft die Eigenfrequenz also selbst bei optimaler Vorverstimmung den gesamten Bereich der Bandbreite des Resonators. Dadurch muß 25% mehr Leistung für den Beschleunigerbetrieb aufgewandt werden als es ohne Verstimmung der Resonatoren der Fall wäre.

Im Abschnitt 4.4 wird die Modellbildung für die Dynamik der Lorentz-Kraft-Verstimmung genauer behandelt. Dennoch seien hier schon einmal zwei Modelle vorgestellt, die zur Zeit diskutiert werden.

### 2.4.1 Mechanisches Modell 2. Ordnung

Zur Begründung von Gleichung (2.4) wurde ein linearer Zusammenhang zwischen dem Strahlungsdruck auf die Resonatorwände und der daraus resultierenden Volumenänderung angenommen. Das ist gleichbedeutend mit der Annahme, die Rückstellkraft der Wände

sei proportional zu ihrer Auslenkung. Beachtet man ausserdem noch die Massenträgheit der Resonatorwände, kommt man auf einen Ansatz für die Lorentz-Kraft-Verstimmung in Form eines harmonischen Oszillators.

$$\Delta\ddot{\omega}(t) + \frac{1}{\tau_m}\Delta\dot{\omega}(t) + \omega_m^2\Delta\omega(t) = \omega_m^2\Delta\omega_T - 2\pi K\omega_m^2 \cdot E_{bschl}^2(t), \quad (2.31)$$

wobei  $\tau_m$  die Zeitkonstante der Dämpfung und  $\omega_m$  die Resonanzfrequenz der mechanischen Schwingung darstellen. Die Verstimmung  $\Delta\omega$  wird hier als Verschiebung der Resonanzfrequenz gegen die Referenzfrequenz angegeben. Eine Vorverstimmung des Resonators wird durch  $\omega_T$  berücksichtigt. Es ist auch eine Überlagerung von mehreren Resonanzen denkbar. Die Frequenzverschiebung wäre dann eine Überlagerung aller beitragenden Moden. Die Darstellung von  $N$  harmonischen Oszillatoren ist durch eine Differentialgleichung der Ordnung  $2N$  darstellbar.

### 2.4.2 Mechanisches Modell 1. Ordnung

In [Mosnier 93] sind dynamische Messungen an einem supraleitenden MACSE-Resonator beschrieben. Diese Messungen legen die Vereinfachung von (2.31) zu einer Gleichung erster Ordnung nahe.

$$\tau'_m \cdot \Delta\dot{\omega}(t) = -(\Delta\omega(t) - \Delta\omega_T) - 2\pi K \cdot E_{bschl}^2(t) \quad (2.32)$$

Auch hier gibt  $\Delta\omega$  die Verschiebung der elektrischen Resonatorfrequenz zur Hochfrequenzreferenz an, während  $\Delta\omega_T$  eine Vorverstimmung darstellt. Die Zeitkonstante  $\tau'_m$  trägt hier die gesamte Dynamik des Systems. Für TESLA-Resonatoren wird für  $\tau'_m$  ein Wert von 1 ms erwartet [Mosnier 94], die Messungen ergeben jedoch Werte um 300  $\mu$ s. Rein rechnerisch ergibt sich Gleichung (2.32) aus (2.31) unter Annahme einer sehr hohen Resonanzfrequenz und einer extrem starken Dämpfung. In Abschnitt 4.4 werden diese und andere Modelle noch ausführlicher behandelt.

## 3 Das Regelungssystem

Im Kapitel 2 wurde gezeigt, daß sich die Resonatoren durch das Hochfrequenzfeld verstimmen. Zusätzlich ändern die Resonatoren von Puls zu Puls durch von außen aufgeprägte Vibrationen („Mikrophonie“) ihre Resonanzfrequenz. Untersuchungen haben gezeigt, daß die Frequenzverteilung gaußförmig ist mit einer Standardabweichung von 4 Hz [Schilcher]. Durch Druckschwankungen im Heliumsystem können ebenfalls Frequenzänderungen hervorgerufen werden.

Da supraleitende Resonatoren aufgrund ihrer sehr geringen Dämpfung eine extrem schmale Bandbreite haben, führen die genannten Frequenzänderungen zu deutlichen Abweichungen der Feldamplituden und -Phasen von den Sollwerten. Um die erforderliche Stabilität der Hochfrequenzfelder ( $\Delta\bar{U}_b/\bar{U}_b \leq 0.1\%$  und  $\Delta\varphi_b \leq 1^\circ$ ) zu gewährleisten, muß ein Regelungssystem eingerichtet werden. In der TESLA Test Facility wurde erstmals ein volldigitales Regelungssystem zum Einsatz gebracht, das die Vektorsumme der Felder von derzeit acht, später bis zu 32 Resonatoren den Anforderungen gemäß genau einstellt und hält.

### 3.1 Aufbau

Da die Hochfrequenzfelder, die Regelgrößen, durch die beiden Werte Amplitude und Phase charakterisiert werden, stellen sie zweidimensionale Vektoren dar. Also muß auch jedes adäquate Regelungssystem aus zwei Regelkreisen bestehen. Dabei gibt es zunächst zwei Ansätze, die entsprechenden Regelgrößen zu wählen. Am naheliegensten ist es, Amplitude und Phase jeweils in einem eigenen Regelkreis zu kontrollieren. Dabei tritt jedoch das Problem auf, daß beide Größen nicht entkoppelt sind. In der Gleichung 5.3 wird gezeigt, daß Amplitudenänderungen bzw. Phasenänderungen des Hochfrequenzfeldes auch immer von den Phasen bzw. Amplituden des Resonatorfeldes und der einlaufenden Welle abhängen. Im Extremfall kann dies zu Instabilitäten der Regelkreise führen, wenn z.B. der Phasenregler die einfallende Phase um nahezu  $180^\circ$  gegen das Resonatorfeld verdreht und somit im Amplitudenregelkreis Fehler nicht mehr abgeschwächt sondern verstärkt werden.

### 3.2 Digitale Vektormessung

Es ist also vorteilhaft, als Regelgrößen entkoppelte Größen zu wählen. Bei Hochfrequenzfeldern bieten sich dazu der Real- und Imaginärteil des Feldvektors an. Es ist praktisch undurchführbar, Hochfrequenzfelder mit mehr als 100 MHz abzutasten. Daher ist es notwendig, das Hochfrequenzfeld von 1.3 GHz auf eine niedrigere Frequenz zu konvertieren und dann mit einer entsprechend niedrigen Frequenz abzutasten. In der TESLA Test Facility wurden eine Zwischenfrequenz von 250 kHz und eine Abtastrate von 1 MHz gewählt, letztere mit Blick auf die Wiederholfrequenz der Elektronenpakete von 1 MHz. Die Frequenzkonversion geschieht durch Multiplikation mit einem festen Referenzsignal

$$V_{HF}(t) = \hat{V}_{HF} \cdot \sin(\omega_{HF}t + \varphi_{HF}), \quad V_{LO}(t) = \hat{V}_{LO} \cdot \sin(\omega_{LO}t + \varphi_{LO})$$

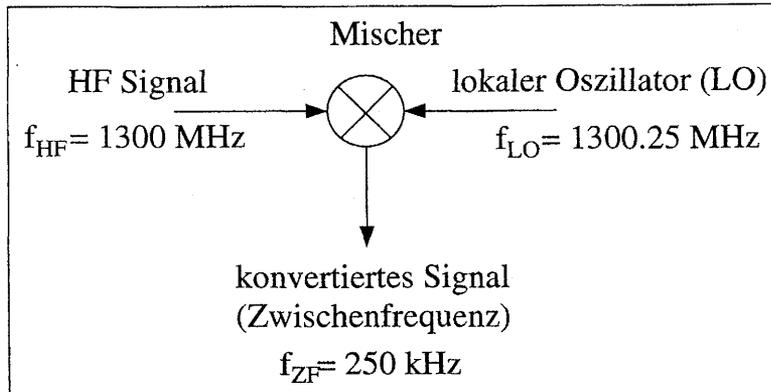


Abbildung 3.1: Prinzip der Frequenzkonversion auf eine Zwischenfrequenz. Die Frequenz des konstanten lokalen Oszillators (LO) (konstant in Amplitude und Phase relativ zum Referenzoszillator) ist um  $250 \text{ kHz}$  gegen die Betriebsfrequenz der TESLA Test Facility verschoben. Durch Multiplikation des Feldsignals mit dem LO-Signal wird ein ZF-Signal bei  $250 \text{ kHz}$  erzeugt, das alle Informationen über Amplitude und Phase des Resonatorfeldes enthält.

in einem Mischer

$$V_{ZF}(t) = \frac{1}{2} \hat{V}_{HF} \hat{V}_{LO} (\cos((\omega_{LO} - \omega_{HF})t + (\varphi_{LO} - \varphi_{HF}))) - \cos((\omega_{LO} + \omega_{HF})t + (\varphi_{LO} + \varphi_{HF})).$$

Als Mischer eignet sich jedes Bauteil mit einer nichtlinearen Kennlinie, wie z.B. eine Diode. Ein Tiefpassfilter läßt nur noch den Anteil von  $V_{ZF}$  mit der niedrigeren Frequenz durch. Es bleibt als Zwischenfrequenzsignal eine Schwingung mit der Differenzfrequenz, die aber Informationen über Amplitude und Phase des ursprünglichen Hochfrequenzsignals enthält.

$$V_{ZF}(t) \approx V(t) = \hat{V} \cos(\omega_{ZF}t + \Delta\varphi); \quad (3.1)$$

mit

$$\hat{V} = \frac{1}{2} \hat{V}_{HF} \hat{V}_{LO};$$

$$\omega_{ZF} = \omega_{LO} - \omega_{HF};$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{LO} - \varphi_{HF}$$

Eine Abtastung des  $250 \text{ kHz}$  Zwischenfrequenzsignals mit einer Abtastrate von  $1 \text{ MHz}$  hat zur Folge, daß pro Periode vier Meßwerte genommen werden. Da die Zeit zwischen den Messungen konstant bei einem Viertel der Periodendauer liegt, beträgt die Phasendifferenz zwischen zwei Messungen  $90^\circ$ . In der komplexen Ebene ist eine Phasenänderung um  $90^\circ$  aber genau der Wechsel von Real- auf Imaginärteil. Man kann also zwei aufeinanderfolgende Messwerte als Real- und Imaginärteil des komplexen Feldvektors ansehen. Dieser wird jedoch jede Mikrosekunde seine Phase um  $90^\circ$  ändern. Man muß also die so erhaltenen Feldvektoren je nach Zeitpunkt der Messung rotieren. Im Regelalgorithmus ist das der erste Schritt.

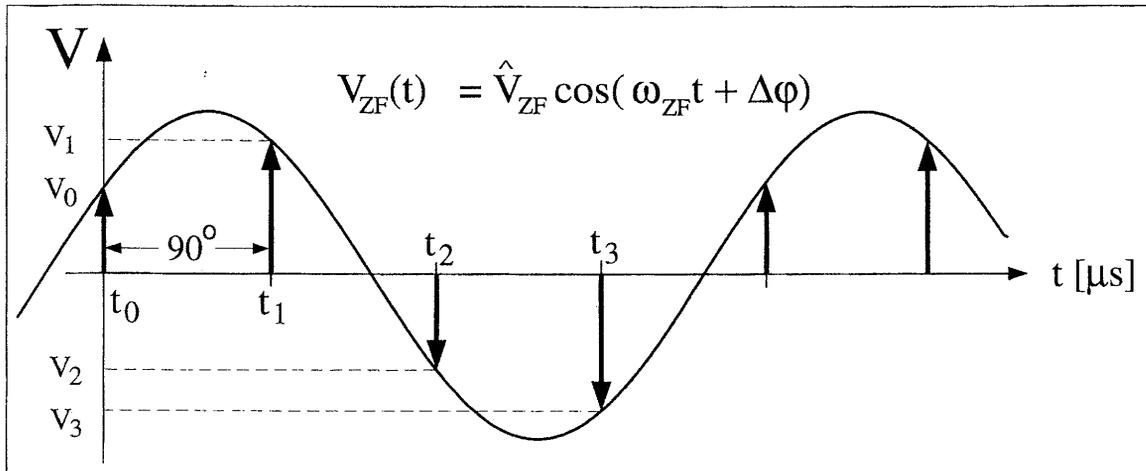


Abbildung 3.2: Die Abtastung der Zwischenfrequenz mit einer viermal höheren Abtastrate führt zu vier Meßwerten pro Periode. Zwei aufeinanderfolgende Messungen repräsentieren Real- und Imaginärteil des komplexen Feldvektors.

### 3.2.1 Vektorsummenbildung

Wie bereits erwähnt, besteht eine Besonderheit der TESLA Test Facility darin, daß nicht die Hochfrequenzfelder einzelner Resonatoren, sondern die Vektorsumme aus 8 bis 32 Feldvektoren geregelt wird. Auf diese Art und Weise wird die Zahl der benötigten Klystren gesenkt. Obwohl dadurch die Ansprüche an die Leistungsfähigkeit der Klystren größer werden, können so Kosten reduziert werden.

Der Energiegewinn eines Elektrons im Hochfrequenzfeld kann durch

$$U_{\text{wirk}} = \bar{U}_b \cdot \cos \phi_s = \bar{U}_b \cdot \cos(\omega t_{\text{ein}})$$

dargestellt werden (siehe Anhang A.3). Der Winkel  $\Delta\varphi$  zwischen Resonatorfeld und LO ist bis auf einen Eichfehler gleich dem Winkel  $\phi_s$ . Ist der Eichfehler durch Kalibration ausgeglichen, entspricht der Energiegewinn im Resonator genau dem Realteil des komplexen Feldvektors. Der Energiegewinn in der gesamten Kette von Resonatoren ist dann durch die Summe aller Realteile der einzelnen Resonatoren gegeben. Diese einfache Rechnung ist möglich, da die Elektronen bereits so relativistisch sind, daß die Änderung ihrer Geschwindigkeit mit der Energie vernachlässigbar ist. Für die Stabilität der Gesamtenergie der Elektronen ist also nur eine Regelung der Realteile der Feldvektoren notwendig.

Eine Regelung der Imaginärteile ist notwendig, da die Elektronenpakete eine nicht-verschwindende Länge besitzen. Je nach Phasenbeziehung zwischen Strahl und Hochfrequenzfeld wird dem Elektronenpaket durch seine endliche Länge eine Energiestruktur aufgeprägt. In speziellen Einheiten zur Kompression der Teilchenpakete (Bunchkompressor, siehe Kap. 1 und Kap. 7) und zur Kompensation sogenannter Wakefelder [Mosnier 95] macht man sich diesen Effekt zu Nutze, aber im allgemeinen versucht man, die so erzeugte Energieunschärfe zu minimieren. Man erreicht dies, indem man  $\phi_s$  so wählt, daß der zeitliche Feldverlauf während des Durchflugs der Elektronen durch die Beschleunigungsstruktur möglichst flach ist. Das ist genau dann der Fall, wenn  $\phi_s = 0$  ist, wenn also

der Imaginärteil des Feldvektors verschwindet. In erster Näherung beschreibt eine Vektorsumme aller komplexen Feldvektoren die Gesamtwirkung der Beschleunigungssektion richtig, d.h. die Energiestruktur entspricht in etwa der, die nach Durchfliegen eines einzigen Resonators mit gleichem Feldvektor auftritt. Die Abweichungen werden allerdings immer größer, je größer die Kalibrationsfehler und je größer die Abweichungen der Phasen der Resonatoren untereinander sind.

Die Vektorsumme der Resonatoren in einer Beschleunigungssektion wird also gebildet, indem zunächst die gemessenen komplexen Feldvektoren der einzelnen Resonatoren gemäß ihrer Phasen- und Amplitudenkalibration so gedreht und gestreckt werden, daß der resultierende Vektor dem tatsächlich vom Strahl gesehenen Feldvektor entspricht. Anschließend werden die Feldsignale nach Real- und Imaginärteil getrennt aufsummiert. Die Vektorsumme wird wiederum rotiert, damit der Phasenvorschub über die Regelschleife ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  wird. Die beiden Werte für Realteil und Imaginärteil der Vektorsumme sind die Regelgrößen.

### 3.2.2 Der Hochfrequenzregler

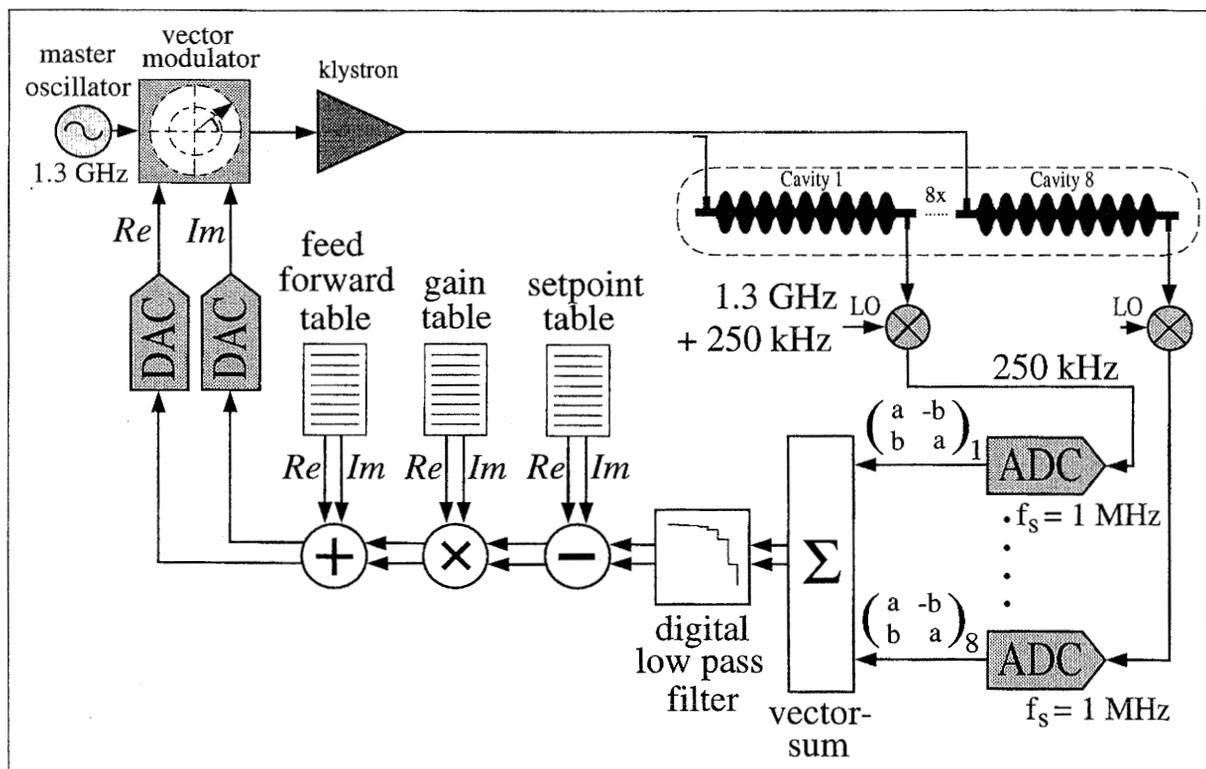


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der Hochfrequenzregelung [Schilcher].

Bisher wurde ein Proportionalregler mit zusätzlicher Möglichkeit der Vorkompensation realisiert. Der Proportionalregler funktioniert so, daß durch Subtrahieren der gemessenen Vektorsumme von einem Setzwert ein Fehlersignal gebildet wird, das um einen Faktor

$K$  verstärkt zum Eingangssignal der Resonatoren wird. Der Setzwert hat wie die Vektorsumme die Komponenten Real- und Imaginärteil und wird für maximale Flexibilität jede Mikrosekunde neu aus einer Tabelle gelesen. Ebenso kann der Faktor  $K$  für Realteil und Imaginärteil getrennt jede Mikrosekunde vorgegeben werden. Die Vektorsumme wird vor der Bildung des Fehlersignals mit einem digitalen Tiefpass gefiltert, um ein systematisches Störsignal der Frequenz  $250\text{kHz}$  zu unterdrücken, das durch Bildung der komplexen Vektoren aus dem ZF-Signal entsteht. Zum Ausgangssignal des Proportionalreglers wird aus einer Tabelle ein Wert zur Vorkompensation hinzuaddiert. Dadurch ist es möglich, unabhängig vom Regler eine Kurve für das Ausgangssignal vorzugeben. Damit kann die notwendige Füllkurve bereits vorgegeben werden, so daß der Regler nur noch Abweichungen davon reduzieren muß. Durch Vorkompensation kann auf bekannte repetitive Störungen bereits im Vorfeld reagiert und somit die Stabilität des Feldes deutlich verbessert werden [Lie Dipl].

### 3.3 Übertragungsfunktionen

Viele Differentialgleichungen, die sich im Zeitraum nur sehr schwer lösen lassen, sind im Frequenzraum sehr viel einfacher lösbar. Daher ist es oft angebracht, Differentialgleichungen in den Frequenzraum zu transformieren. Die Lösung im Frequenzraum kann bereits weitgehenden Aufschluß über Fragen an das System geben. „Jedoch ist die Schwierigkeit, eine Differentialgleichung zu lösen, nicht ‘wegtransformiert’, sondern sie steckt in der Transformation (im allgemeinen in der Rücktransformation),“ [Bron 91]. Man benutzt oft die Laplacetransformation

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}(s) := \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt. \quad (3.2)$$

Die Funktion  $F(s)$  ist die Laplace-Transformierte der Funktion  $f$ . Die Laplacetransformation hat sehr viel gemein mit der Fouriertransformation. In [Bron 91](4.4.3) sind die Eigenschaften der Laplacetransformation aufgelistet.

Gegeben sei z.B. die Differentialgleichung

$$\ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = u$$

mit den Anfangsbedingungen  $y(0) = 0$  und  $\dot{y}(0) = 0$ . Dann lautet die Laplace-Transformierte der Differentialgleichung

$$s^2 Y(s) + a_1 s Y(s) + a_2 Y(s) = U(s) \Leftrightarrow Y(s) = \underbrace{\left( \frac{1}{s^2 + a_1 s + a_2} \right)}_{H(s)} U(s).$$

Die Funktion  $H(s)$  heißt Übertragungsfunktion von  $U$  nach  $Y$ . Ihre Rücktransformierte ist die Impulsantwort des Systems, also der Verlauf von  $y(t)$  als Antwort auf einen Delta-Impuls  $u(t) = \delta(t)$  auf den Eingang des Systems. Die Funktion  $H(i\omega)$  auf der imaginären Achse gibt die Frequenzantwort des Systems auf ein Eingangssignal der Frequenz  $\omega$  an. Damit ist bereits nach wenigen relativ einfachen Rechnungen eine weitgehende Charakterisierung der betrachteten Systeme möglich.

### 3.4 Wirkung des Reglers

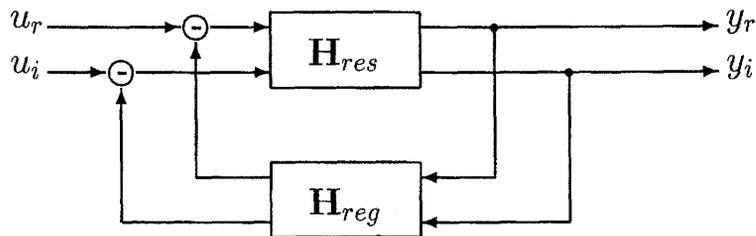


Abbildung 3.4: Blockdiagramm von Resonator und Regler

Zur Anwendung auf das Regelsystem muß man das Konzept der Übertragungsfunktionen auf Übertragungsmatrizen erweitern. Das Element  $H_{m,n}$  der Übertragungsmatrix  $\mathbf{H}$  ist jeweils die Übertragungsfunktion vom Eingang  $n$  auf den Ausgang  $m$ . Die Regelung arbeitet mit zweidimensionalen Größen, also sind zur Beschreibung  $2 \times 2$  Matrizen notwendig. Jedem Teilsystem der Regelung kann eine eigene Übertragungsmatrix zugeordnet werden, die Matrix des Gesamtsystems kann durch Matrizenmultiplikation gewonnen werden [Ludyk 95]. Zusätzlich muß beachtet werden, daß der Regler digital, also auch zeitdiskret, arbeitet. In dem Fall ist es notwendig, statt der Laplacetransformation die Z-Transformation zu benutzen. Diese ist wie folgt definiert:

$$F(z) = \mathcal{Z}\{f_n\} = \sum_{n=0}^{\infty} f_n z^{-n}, \quad f_n = f(t_n). \quad (3.3)$$

Die Z-Transformation hat Eigenschaften, die zumeist eine analoge Übertragung der Eigenschaften der Laplacetransformation von der kontinuierlichen Darstellung auf die diskrete Darstellung sind. Der Übergang von der zeitkontinuierlichen Darstellung in die zeitdiskrete Darstellung ist ein Problem, das in der Systemidentifikation häufiger auftritt. Daher wird im Kapitel 4 darauf einzugehen sein. In [Schilcher] werden die Übertragungsmatrizen für die Teilsysteme von Resonator und Regler hergeleitet.

- Der Resonator wird zunächst kontinuierlich dargestellt. Auch hier sei wie in Kapitel 2 die gekoppelte  $\frac{8}{9}\pi$ -Mode vernachlässigt. Sie muß für Stabilitätsbetrachtungen berücksichtigt werden, aber zur Erläuterung des Reglers ist sie nicht unbedingt erforderlich.

$$\mathbf{H}_{res1}(s) = \frac{\omega_{1/2}}{\Delta\omega^2 + (s + \omega_{1/2})^2} \begin{pmatrix} s + \omega_{1/2} & -\Delta\omega \\ \Delta\omega & s + \omega_{1/2} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

- das Resonatorfeld wird mit einer Abtastrate von 1 MHz abgetastet, dargestellt durch ein Abtast-Halte-Glied. Daraus erhält man die zeitdiskrete Übertragungsmatrix des

Resonators

$$\mathbf{H}_{res}(z) = \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1 - e^{-T_t \cdot s}}{s} \cdot \mathbf{H}_{res1}(s) \right\} \Big|_{t=kT_t} \right\}; \quad \frac{1}{T_t} = \text{Abtastrate.}$$

- Der digitale Tiefpassfilter des Reglers wird durch

$$\mathbf{H}_{filt}(z) = \frac{\frac{1}{N}}{z - \left(1 - \frac{1}{N}\right)} \cdot \mathbf{1}$$

dargestellt.

- Der Proportionalregler wird durch eine Dreh- Streckmatrix dargestellt. Die Drehung beschreibt die Korrektur zur Regelschleifenlänge,

$$\mathbf{H}_P(z) = K \begin{pmatrix} \cos \varphi_L & -\sin \varphi_L \\ \sin \varphi_L & \cos \varphi_L \end{pmatrix}.$$

- Durch Laufzeiten, Konversionszeiten und Rechenzeiten dauert ein Durchlauf der Regelschleife  $5 \cdot T_t$ . Im Modell kann man das mittels Division durch  $z^5$  beschreiben. Damit wird die Übertragungsmatrix des Reglers zu

$$\mathbf{H}_{reg}(z) = \frac{1}{z^5} \cdot K \begin{pmatrix} \cos \varphi_L & -\sin \varphi_L \\ \sin \varphi_L & \cos \varphi_L \end{pmatrix} \cdot \frac{\frac{1}{N}}{z - \left(1 - \frac{1}{N}\right)}. \quad (3.5)$$

Die Gesamtübertragungsmatrix des Systems aus Resonator und Rückkopplungsregler erhält man durch

$$\mathbf{H}_{ges}(z) = (\mathbf{1} + \mathbf{H}_{res}(z) \cdot \mathbf{H}_{reg}(z))^{-1} \cdot \mathbf{H}_{res}(z). \quad (3.6)$$

Die Abbildung 3.5 zeigt das Bode-Diagramm der ersten Komponente der Gesamtübertragungsmatrix für verschiedene Werte des Verstärkungsfaktors  $K$ . Im Bode-Diagramm wird der Wert der Übertragungsfunktion  $H(i\omega)$  nach Amplitude und Phase getrennt aufgetragen. Bei zeitdiskreten Funktionen wird  $H(e^{i\omega T_t})$  aufgetragen. Man erhält so die Dämpfung und Phasenverschiebung des Signals am Systemausgang relativ zu einem Eingangssignal der Frequenz  $\omega$ .

Bei  $K = 0$  zeigt der Resonator das Verhalten eines Tiefpassfilters. Die Phase fällt jedoch aufgrund der digitalen Messung weiter ab als  $90^\circ$ , die normalerweise von einem Tiefpassfilter zu erwarten wären. Dazu sollte erwähnt werden, daß alle hier besprochenen Signale Modulationen der Hochfrequenz sind, demnach bedeutet ein Signal  $u$  der Frequenz 0, daß die Frequenz der Hochfrequenzwelle genau mit der Frequenz des LO übereinstimmt.

Da Gegenkopplung vorliegt, wird bei höheren Verstärkungen im Rückkopplungsweg das Ausgangssignal immer weiter gedämpft, bei  $K = 1$  um  $6dB$ , das entspricht einem Faktor 2. Physikalisch ist das so zu verstehen, daß Abweichungen der jeweiligen Frequenz vom

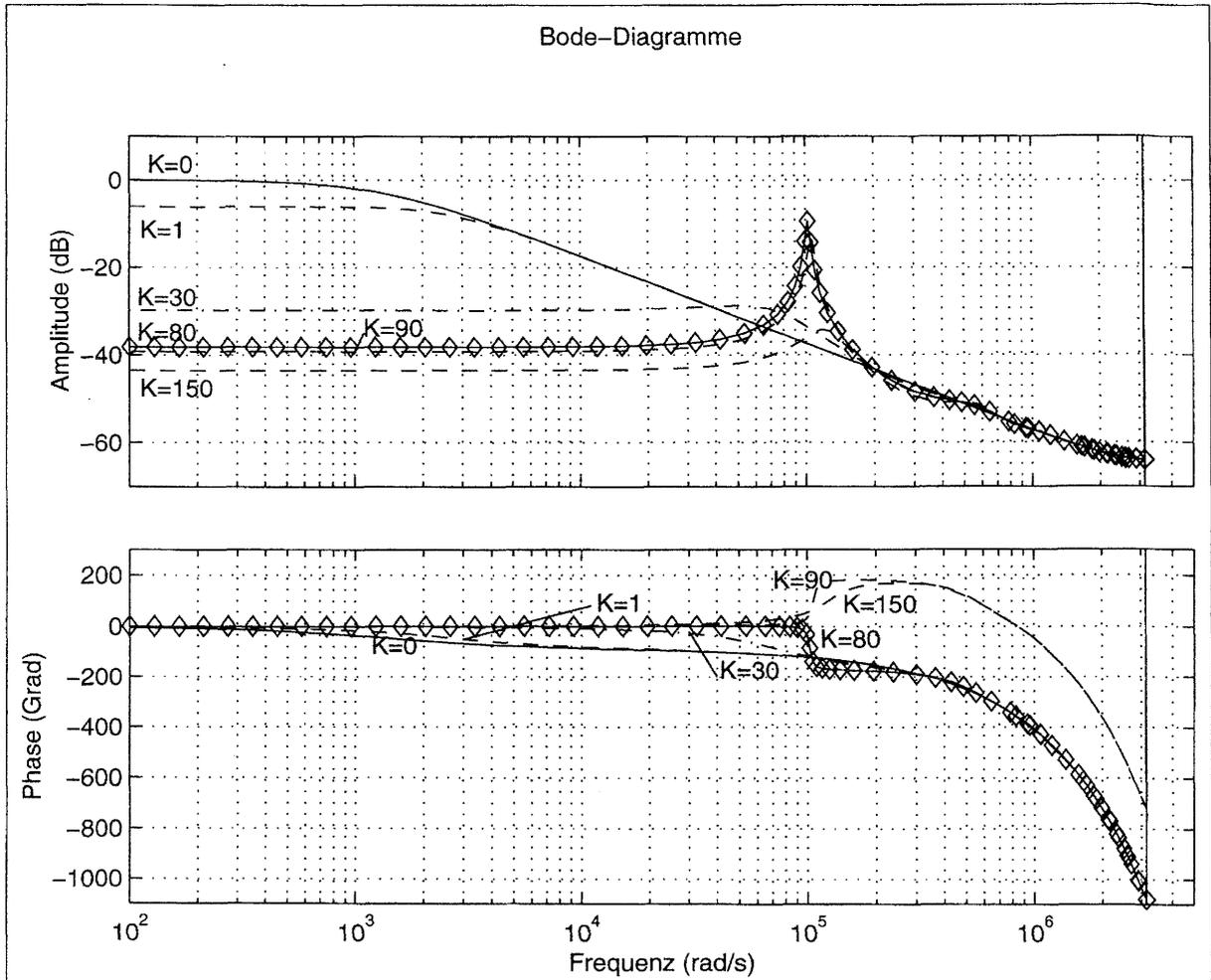


Abbildung 3.5: Die Bode-Diagramme von Resonator mit Rückkopplungsregler bei verschiedenen Verstärkungsfaktoren des Proportionalreglers, Erläuterungen siehe Text.

Sollwert entsprechen bedämpft werden. Bei weiterer Erhöhung der Verstärkung im Gegenkopplungsweg sieht man, daß zwar die niedrigeren Frequenzen immer stärker gedämpft werden, daß aber bei hohen Frequenzen eine Resonanzüberhöhung auftritt, die mit steigender Verstärkung immer größer wird und sich zu höheren Frequenzen verschiebt. Es ergibt sich auch, was in dieser Abbildung nicht zu sehen ist, daß die Lage des Maximums im Frequenzraum von der Totzeit des Systems abhängt. Im Betrieb des Reglers nimmt man diese Resonanzüberhöhung als Überschwingen wahr. Dieses tritt in immer stärkerem Maße auf bzw. wird immer schwächer gedämpft, je größer der Verstärkungsfaktor wird. Wird die kritische Verstärkung überschritten, wird das System instabil, die Amplitude des Ausgangssignals wächst exponentiell über alle Grenzen. Im Bode-Diagramm erkennt man diesen Umstand an einer plötzlichen Änderung der Phasenkurve. Unterhalb der kritischen Rückkopplungsverstärkung zeigt die Phasenkurve einen Verlauf, der für größere Frequenzen kleinere Phasen ergibt. Sobald die kritische Verstärkung überschritten wird, springt die Kurve zu einem umgekehrten Verlauf.

Um zu verstehen, was dort geschieht, muß man sich etwas genauer mit den Eigenschaften der Laplace-Transformation beschäftigen. Die Laplacetransformation ist nur für Funktionen definiert, die im Bereich von  $0 \leq t < \infty$  einer exponentiellen Wachstumsbeschränkung unterliegt

$$|f(t)| \leq P e^{ct}, \quad P, c = \text{const.} \quad (3.7)$$

Im Laplace-Raum liegt die Lösung entsprechend im Halbraum  $\Re\{s\} > c$  [Bron 91]. Wird nun  $c > 0$ , ist die Laplace-Transformierte auf der imaginären Achse nicht mehr definiert, das Bode-Diagramm also ungültig. Das ist aber genau das, was in dieser Situation geschieht: Das System wird instabil, die Ausgabe wächst exponentiell an. Um dennoch mit der Darstellung im Bode-Diagramm weiterarbeiten zu können, kann man die Funktion im Zeitraum durch einen Exponentialfaktor  $e^{-\alpha t}$  bedämpfen – im Laplace-Raum entspricht das einer Verschiebung um  $\alpha$  entlang der reellen Achse – bis man wieder gültige Lösungen erhält. Die so erhaltenen Aussagen betreffen dann immer eine Modulation der Exponentialfunktion  $e^{\alpha t}$ . Für die Halbebene  $\Re\{s\} < c$  ist die Laplace-Transformierte die richtige Beschreibung des Verhaltens der Funktion im Zeitraum für negative Zeiten. Damit erklärt sich die positive Phase.

Diese Aussagen kann man auf diskrete Funktionen übertragen. Im allgemeinen kann man nicht davon ausgehen, daß man dem Bode-Diagramm Instabilitäten ohne weiteres ansieht. In obigen Beispielen war eine Erkennung deshalb möglich, weil die Grenze zwischen stabilem und instabilen Bereich im Laplaceraum die positive imaginäre Achse kreuzte. Schon bei der Situation  $|\phi_L| > 90^\circ$  ist das nicht mehr der Fall. Eine korrekte Stabilitätsbetrachtung sucht die Polstellen der Übertragungsfunktion in der komplexen Ebene. Stabilität liegt vor, wenn alle Polstellen einen negativen Realteil haben. Einer entsprechenden Darstellung geht aber die Anschaulichkeit verloren.

Die Abbildung 3.6 zeigt den Einfluß der Phasenkompensation. Abhängig von Phasenkalibration und Klystronhochspannung ändert sich der Phasenvorschub über die Regelschleife („Loop-Phase“). Wird diese nicht ausreichend kompensiert, ist der Phasenvorschub kein Vielfaches mehr von  $2\pi$ . Dann kann die Regelung nicht mehr optimal arbeiten, es treten Kopplungen zwischen Real- und Imaginärteil auf und die kritische Verstärkung wird kleiner. Im Extremfall  $\Delta\varphi_l = 180^\circ$  wird die negative Rückkopplung zur positiven und das geringste  $K$  führt zu exponentiellem Anstieg des Reglerausgangs. Daher ist es im Beschleunigerbetrieb äußerst wichtig, vor dem Einschalten der Rückkopplungsregelung die richtige Phasenkompensation zu prüfen, anderenfalls droht eine Zerstörung von Einkopplern aufgrund zu hoher Eingangsleistung.

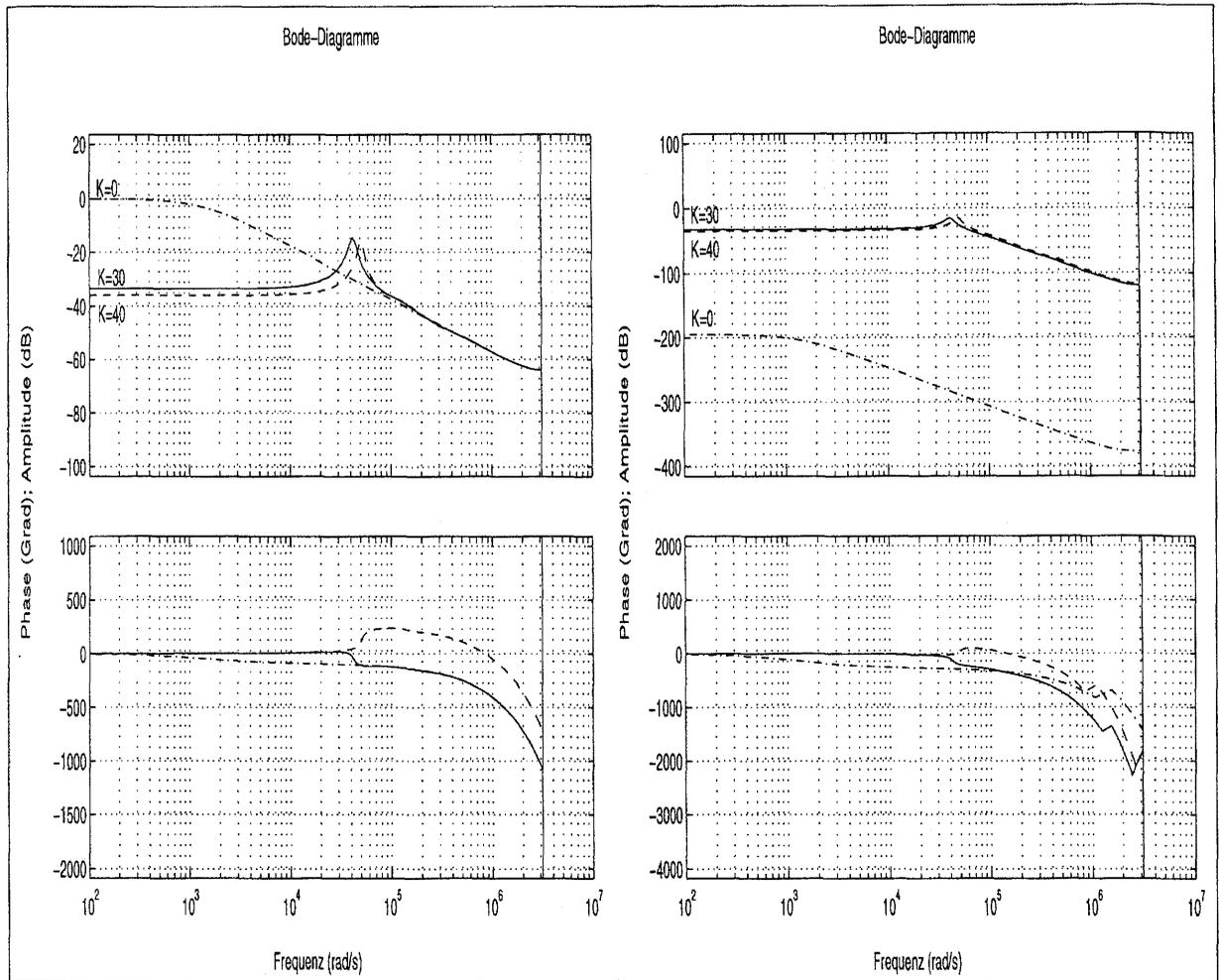


Abbildung 3.6: Die Bode-Diagramme von Resonator mit Rückkopplungsregler bei falsch eingestellter Phasenkompensation der Regelschleifenlänge  $\Delta\varphi_L = 50^\circ$ . Gezeigt sind die Übertragungsfunktion  $\bar{H}_{11}(z)$  (links) und  $\bar{H}_{12}(z)$  (rechts), die die Übertragung vom Realteileingang auf den Realteilausgang bzw die Kopplung vom Realteilausgang an den Imaginärteileingang angeben. Bei  $K = 0$  ist die Kopplung stark unterdrückt, bei endlicher Verstärkung tritt Kopplung auf, bereits bei einem  $K$  von 30 ist die kritische Verstärkung erreicht (vergl. Abb 3.5).

## 4 Systemidentifikation

Das Ziel einer Systemidentifikation ist es, anhand von Meßdaten ein mathematisch-physikalisches Modell für ein zu untersuchendes System zu finden. Die Modellbeschreibung kann anhand von Differentialgleichungen, Differenzgleichungen, Transferfunktionen oder ähnlichem geschehen. Im allgemeinen ist das untersuchte System unbekannt. Dann ist der erste Schritt der Identifikation, diejenige Modellstruktur zu finden, mit deren Hilfe man die Meßdaten am besten wiedergeben kann. Dazu gehören z.B. die Ordnung der Differentialgleichung, die funktionale Abhängigkeit von den Eingangs- und Ausgangsgrößen und Annahmen über Rauschquellen. Der nächste Schritt ist dann, die Parameter des Modells anzupassen. Dazu wird man im allgemeinen die Messung derart durchführen, daß die Auswertung besonders einfach wird. Man bestimmt etwa die Sprungantwort des Systems, d.h. die Reaktion der Ausgangsgrößen auf einen definierten Sprung einer Eingangsgröße. Wo möglich, wurden die Messungen auf diese Art durchgeführt. Zur Automatisierung der HF-Kontrollen sind jedoch Messungen während des regulären Beschleunigerbetriebs nötig. Daher kam es vor allem darauf an, flexible und stabile Routinen zu entwickeln, die in jeder Situation die gesuchten Parameter finden (siehe Kapitel 5).

Der letzte Schritt einer Identifikation ist die Validation, d.h. die Überprüfung des Modells mit Daten, die nicht zur Modellbildung benutzt wurden. Das ist wichtig im Falle der Modellierung der mechanischen Schwingungen der Resonatoren. Bei den Messungen zur Automatisierung ist dies nicht notwendig, da das entsprechende Modell des Resonators - dabei geht es nur um den elektrischen Teil - gut verstanden und überprüft ist.

### 4.1 Beschreibungsweisen

Eine Möglichkeit, ein dynamisches System zu beschreiben, ist die Benutzung von Differentialgleichungen. Sie ist sicherlich den meisten Physikern am geläufigsten, deshalb soll sie hier am Anfang stehen. Hier reicht es aus, sich dabei auf den Fall einer linearen Differentialgleichung 2. Ordnung zu beschränken, denn alle im folgenden auftauchenden Systeme kann man auf diese Gleichung zurückführen:

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = bu \quad (4.1)$$

Eine standardisierte Art und Weise, Differentialgleichungen darzustellen, ist die Darstellung im Zustandsraum (State Space). Dazu wird ein Vektor definiert, der den Zustand des Systems vollständig beschreibt. Im Beispiel (4.1) bietet sich dazu der Vektor  $\vec{x} = (y, \dot{y})^T$  an, da bei einem System zweiter Ordnung die Funktion und ihre Ableitung zur Zustandsbeschreibung notwendig sind. Der Zustandsraum-Formalismus beschreibt das System durch vier Matrizen

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= \mathbf{A} \cdot \vec{x} + \mathbf{B} \cdot \vec{u} \\ \vec{y} &= \mathbf{C} \cdot \vec{x} + \mathbf{D} \cdot \vec{u}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die Dimension der Vektoren  $\vec{u}$  und  $\vec{y}$  sind durch die Zahl der Ein- und Ausgänge bestimmt, die Dimension des Vektors  $\vec{x}$  hängt zusätzlich von der Ordnung des Systems ab. Im vorliegenden Beispiel haben die Vektoren  $\vec{u}$  und  $\vec{y}$  die Dimension 1, sind also Skalare.

Da das System von 2. Ordnung ist, hat der Vektor  $\vec{x}$  die doppelte Dimension, also 2. Für das System in Gleichung (4.1) lautet die Beschreibung

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + 0 \cdot u. \end{aligned}$$

Ein Vorteil der Beschreibung im Zustandsraum ist die Tatsache, daß die Lösung der Gleichung direkt angegeben werden kann,

$$\vec{x}(t) = e^{\mathbf{A}t} \vec{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} \vec{u}(t - \tau) d\tau. \quad (4.3)$$

### 4.1.1 Übertragungsfunktionen

Zur Lösung linearer Differentialgleichungen bietet sich die Verwendung der Laplacetransformation an, die im Kapitel 3 bereits kurz erläutert wurde. Eine komplexwertige Funktion  $f(t)$  der reellen Variablen  $t$  heißt transformierbar, wenn sie für  $t \geq 0$  definiert und über  $(0, \infty)$  integrierbar ist und ferner einer exponentiellen Wachstumsbeschränkung unterliegt:

$$|f(t)| \leq K e^{ct}. \quad (4.4)$$

Ist  $s$  eine komplexe Veränderliche, so bezeichnet man die Funktion

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (4.5)$$

als *Laplace-Transformierte* von  $f(t)$  und schreibt  $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$ . Das Integral (4.5) konvergiert absolut für  $\Re\{s\} > c$ , wobei  $c$  die Konstante aus (4.4) ist. Die gute Eignung der Laplaceraum-Darstellung zur Lösung von Differentialgleichungen ergibt sich durch eine Eigenschaft der Laplacetransformation, die im *Differentiationssatz* beschrieben ist:

$$\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1} f_0 - \dots - s f_0^{(n-2)} - f_0^{(n-1)}; \quad f_0^{(\nu)} = \lim_{t \rightarrow +0} \frac{d^\nu f(t)}{dt^\nu} \quad (4.6)$$

Eine Differentiation im Zeitraum entspricht also im Laplaceraum einer Multiplikation mit  $s$ . Damit reduziert sich die Differentialgleichung auf eine algebraische Gleichung. Daher kann man die Beschreibung im Laplaceraum auch als Operator Schreibweise auffassen. Die algebraischen Gleichungen lassen sich oftmals sehr viel leichter lösen als die zugehörigen Differentialgleichungen. Einige Fragestellungen an das System kann man bereits durch Betrachtung der komplexen Lösung im Laplaceraum beantworten. Die Lösung wird oft in der Form

$$Y(s) = H(s) \cdot U(s) \quad (4.7)$$

angegeben, wobei  $Y(s)$  den Ausgang und  $U(s)$  den Eingang des Systems beschreibt. Die Funktion  $H(s)$  heißt Übertragungsfunktion des Systems. Ihre Laplace-Rücktransformierte ist die Impulsantwort des Systems, d.h.  $h(t)$  ist die Antwort auf einen Impuls  $u(t) = \delta(t)$  am Eingang. Die Laplacetransformierte der  $\delta$ -Funktion ist 1, daher kann man hier  $h(t)$  mit  $y(t)$  gleichsetzen. Die Antwort  $y(t)$  des Systems auf ein beliebiges Eingangssignal  $u(t)$  erhält man durch Faltung von  $u(t)$  mit  $h(t)$ .

Durch Betrachtung der Übertragungsfunktion von Regelsystemen kann man Aussagen über ihre Stabilität machen. Haben alle Polstellen einen negativen Realteil, so ist das System exponentiell gedämpft und somit stabil. Diese Aussage erhält man durch Betrachtung der Laplace-Rücktransformation [Bron 91]. Ist  $F(s)$  in  $\Re\{s\} \geq c$  analytisch, gilt ferner  $\lim_{|s| \rightarrow \infty} F(s) = 0$  gleichmäßig bezüglich  $\arg s$  und  $\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} |F(s)| |ds| < \infty$ , so ist  $F(s)$  Laplace-Transformierte der Funktion

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{st} F(s) ds. \quad (4.8)$$

Nun läßt sich  $F(s)$  durch ein geeignetes  $\alpha$  immer so auf  $F(s + \alpha)$  transformieren, daß die Konstante  $c$  zu 0 wird. Dann wird die Laplace-Rücktransformation zu einer Fourier-Rücktransformation. Nach dem Dämpfungssatz gilt aber  $F(s + \alpha) = \mathcal{L}\{e^{-\alpha t} f(t)\}$ . Nun ist für Übertragungsfunktionen  $H(s)$ , die Polstellen mit positivem Realteil besitzen,  $\alpha$  notwendigerweise negativ, die entsprechende Impulsantwort  $h(t)$  besteht also aus einer Fourier-transformierbaren Funktion, multipliziert mit einem exponentiell mit  $t$  anwachsenden Term, und ist damit also instabil. Bei Übertragungsfunktionen mit Polstellen in der Halbebene  $\Re\{s\} < 0$  ist mit einem positiven  $\alpha$  zu rechnen, die Impulsantwort ist also exponentiell gedämpft.

Auf der imaginären Achse ist die Laplace-Transformierte von  $f(t)$  gleich der Fourier-Transformierten von  $f(t)$ , natürlich nur, wenn die Konstante  $c \ll 0$  ist. Demnach zeigt die Darstellung  $F(i\omega)$  die Antwort des eingeschwingenen Systems auf ein Eingangssignal der Frequenz  $\omega/2\pi$ . Den Frequenzgang des Systems erkennt man aus dem Bode-Diagramm, in dem die Übertragungsfunktion  $H(i\omega)$  getrennt nach Amplitude und Phase aufgetragen ist.

### 4.1.2 Zeitdiskrete Beschreibungen

Jede digitale Aufnahme von Meßwerten läuft zeitdiskret ab. Für die Beschreibung des Systems steht also nicht mehr die volle Information zur Verfügung, da ja der Verlauf der Funktion zwischen den Meßpunkten unbekannt ist. Zur Beschreibung der Vorgänge dient also nicht mehr die Funktion  $f(t)$ , sondern nur noch die Zahlenfolge  $f_n = f(t_n)$ . Hier wird immer vorausgesetzt, daß die Messung in konstanten Zeitschritten durchgeführt wird, also  $t_n = n * T_t$  mit der Abtastrate  $1/T_t$ . Mit den gleichen Voraussetzungen an  $f(t_n)$  wie an  $f(t)$  bei der Laplacetransformation definiert man die *Z-Transformierte* der Zahlenfolge  $f_n$

$$\bar{F}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n z^{-n}. \quad (4.9)$$

Man schreibt  $F(z) = \mathcal{Z}\{f_n\}$ . Für die Z-Transformation gelten im diskreten Raum entsprechende Regeln wie für die Laplacetransformation im kontinuierlichen Raum. So ist die Z-Transformation ebenso wie die Laplacetransformation linear, an die Stelle des Differenzierungssatzes und des Integrationsatzes tritt jedoch der Verschiebungssatz, so wie in der diskreten Beschreibung Differenzgleichungen statt Differentialgleichungen zur Systembeschreibung benutzt werden. Eine lineare Differenzgleichung der Ordnung  $k$  hat die Form

$$f_{n+k} + \bar{a}_{k-1}f_{n+k-1} + \dots + \bar{a}_0f_n = \bar{b}g_n. \quad (4.10)$$

So wird die Gleichung (4.1) zu

$$y_{n+2} + \bar{a}_1y_{n+1} + \bar{a}_0y_n = \bar{b}u_n \quad (4.11)$$

Die Schreibweise im Raum der Z-Transformierten kann man ähnlich wie die der Laplace-Transformierten als Operatoranschreibung auffassen. Hier wendet man statt des Differenzierungssatzes den Verschiebungssatz

$$\mathcal{Z}\{f_{n-k}\} = z^{-k}\bar{F}(z), \mathcal{Z}\{f_{n+k}\} = z^k \left( \bar{F}(z) - \sum_{j=0}^{k-1} f_j z^{-j} \right) \quad (4.12)$$

an. Demnach ist die Z-Transformierte der Differenzgleichung (4.11)

$$\begin{aligned} \bar{Y}(z) \cdot (z^2 + (\bar{a}_1 - y_1)z + \bar{a}_0 - (1 + \bar{a}_1)y_0) &= \bar{b}\bar{U}(z) \\ \Leftrightarrow Y(z) &= \underbrace{\left( \frac{\bar{b}}{z^2 + \bar{a}_1z + \bar{a}_0} \right)}_{\bar{H}(z)}, \end{aligned}$$

wobei im zweiten Schritt die Anfangsbedingung  $y_1 = y_0 = 0$  angenommen wurde, in Analogie zu  $\dot{y}(0) = y(0) = 0$ . Die Funktion  $\bar{H}(z)$  ist die diskrete Übertragungsfunktion des Systems. Die Transformation von der komplexen  $z$ -Ebene in die komplexe  $s$ -Ebene geschieht durch die Ersetzung  $z = e^{sT}$ . Ein Bode-Diagramm einer diskreten Übertragungsfunktion erhält man durch Auftragung der Funktion  $H(i\omega) = \bar{H}(e^{i\omega T})$ .

### 4.1.3 Der Übergang von der kontinuierlichen zur diskreten Beschreibung

Da man in der Systemidentifikation mit digital erfaßten Meßdaten arbeitet, ist die Darstellung automatisch zeitdiskret. Es ist daher nur natürlich, daß man zunächst eine Systembeschreibung anhand der Übertragungsfunktion im Z-Raum bzw der Differenzgleichung erhält. Oft ist es aber notwendig und wünschenswert, aus der diskreten Darstellung eine kontinuierliche oder umgekehrt aus einer kontinuierlichen eine diskrete herzuleiten. Zunächst einmal ist es möglich, von der  $z$ -Ebene in die  $s$ -Ebene umzurechnen, indem man in den Funktionen  $F(z)$  die Variable  $z$  durch  $e^{sT}$  ersetzt. Dies ist vor allem für graphische Auswertungen interessant wie zum Beispiel bei den Bode-Diagrammen. Für die Umrechnung von Differenzgleichungen in Differentialgleichungen ist dieses Verfahren jedoch ungeeignet, da man dort von gebrochen rationalen Funktionen in gebrochen

rationale Funktionen umrechnen möchte. Für den allgemeinen Fall kann man dafür keine geschlossene Lösung angeben. Man betrachte zunächst den Spezialfall einer lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung, in der die erste und zweite Ableitung der Eingangsgröße berücksichtigt wird,

$$\ddot{y} = -\lambda_1 \lambda_2 y + (\lambda_1 + \lambda_2) \dot{y} + b_0 u + b_1 \dot{u} + d\ddot{u}. \quad (4.13)$$

Die Darstellung der Koeffizienten von  $y$  und  $\dot{y}$  durch die Eigenwerte der Matrix  $\mathbf{A}$ ,  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , hat praktische Gründe. Zur allgemeinen Lösung wird das System in den Zustandsraum übertragen.

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_1 \lambda_2 & \lambda_1 + \lambda_2 \end{bmatrix} \vec{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} b_0 + da_0 & b_1 + da_1 \end{bmatrix} \vec{x} + du \\ \vec{x} &= \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Zur Transformation in den diskreten Zustandsraum ist die Differentialgleichung zwischen zwei Meßpunkten im Zeitabstand  $T$  zu lösen.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}} &= e^{AT} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\lambda_2 e^{T\lambda_1} - \lambda_1 e^{T\lambda_2}}{\lambda_2 - \lambda_1} & \frac{e^{T\lambda_2} - e^{T\lambda_1}}{\lambda_2 - \lambda_1} \\ -\frac{\lambda_1 \lambda_2 (e^{T\lambda_2} - e^{T\lambda_1})}{\lambda_2 - \lambda_1} & \frac{-e^{T\lambda_1} \lambda_1 + \lambda_2 e^{T\lambda_2}}{\lambda_2 - \lambda_1} \end{bmatrix} \\ \bar{\mathbf{B}} &= \int_0^T e^{At} B dt \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1 e^{T\lambda_2} - \lambda_2 e^{T\lambda_1}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1)} + \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \\ \frac{e^{T\lambda_2} - e^{T\lambda_1}}{\lambda_2 - \lambda_1} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Es geht die Annahme ein, daß der Systemeingang zwischen zwei Datenpunkten  $\vec{u}_k$  und  $\vec{u}_{k+1}$  konstant auf dem Werte  $\vec{u}_k$  gehalten wird. Dieser Ansatz heißt auch Halten nullter Ordnung. Die Klystronansteuerung im digitalen Regelungssystem ist ein Beispiel für so ein System, da dort das Ansteuerungssignal bis zur nächsten Änderung – in der Regel bis zum nächsten Zeittakt – konstant gehalten wird. Oft reicht diese Näherung auch für Systeme aus, bei denen die Eingangsgröße zwischen den Messungen nicht konstant ist. So kann man sie für die mechanischen Resonatorgleichungen anwenden, obwohl die Eingangsgröße, das Resonatorfeld sicherlich nicht stufenförmig verläuft. Die Trägheit des Systems ist ausreichend, um den dadurch erzeugten Fehler klein zu halten.

Nun soll die Differenzengleichung hergeleitet werden. Dazu bildet die diskrete Zustandsraumbeschreibung den Ausgangspunkt

$$\begin{aligned} \vec{x}_{k+1} &= \bar{\mathbf{A}} \cdot \vec{x}_k + \bar{\mathbf{B}} \cdot u_k \\ y_k &= \bar{\mathbf{C}} \vec{x}_k + d \cdot u, \quad \bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Bei der Umformung zur Differenzgleichung hilft die allgemeine Formel zur Bildung der Übertragungsfunktion eines Systems aus der Zustandsraumbeschreibung,

$$H(s) = C \cdot (s \cdot \mathbf{1} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{D}. \quad (4.17)$$

Damit kann die Differenzgleichung ausgerechnet werden, hier nur für den Spezialfall  $b_1 = d = 0$ ,

$$y_{k+2} = \text{SP}(\bar{\mathbf{A}}) y_{k+1} - \det(\bar{\mathbf{A}}) y_k - \det[\bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{A}}_2] u_k + \bar{\mathbf{C}} \cdot \bar{\mathbf{B}} u_{k+1}.$$

Einsetzen von Gl. 4.15

$$\begin{aligned} y_{k+2} &= (e^{T\lambda_1} + e^{T\lambda_2}) \cdot y_{k+1} - (e^{T\lambda_1} e^{T\lambda_2}) \cdot y_k \\ &+ b \frac{\lambda_2(1 - e^{T\lambda_1}) - \lambda_1(1 - e^{T\lambda_2})}{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} u_{k+1} \\ &+ b \frac{\lambda_2 e^{T\lambda_2}(1 - e^{T\lambda_1}) - \lambda_1 e^{T\lambda_1}(1 - e^{T\lambda_2})}{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} u_k \end{aligned} \quad (4.18)$$

Mit diesem Ergebnis kann man die Koeffizienten der Differentialgleichung und der Differenzgleichung einander direkt gegenüberstellen:

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= -a_0 y - a_1 \dot{y} + bu \\ y_{k+2} &= -\bar{a}_1 y_{k+1} - \bar{a}_0 y_k + \bar{b}_1 u_{k+1} + \bar{b}_2 u_k \\ a_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2) & \quad \bar{a}_1 = -(e^{T\lambda_1} + e^{T\lambda_2}) \\ a_0 = \lambda_1 \lambda_2 & \quad \bar{a}_0 = e^{T\lambda_1} e^{T\lambda_2}, \\ b & \quad \bar{b}_1 = b \frac{\lambda_2(1 - e^{T\lambda_1}) - \lambda_1(1 - e^{T\lambda_2})}{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} \\ & \quad \bar{b}_2 = b \frac{\lambda_2 e^{T\lambda_2}(1 - e^{T\lambda_1}) - \lambda_1 e^{T\lambda_1}(1 - e^{T\lambda_2})}{\lambda_1\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} \\ \lambda_{1,2} &= -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_0} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Also kann man nun den direkten Vergleich zwischen den Koeffizienten ziehen:

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 &= -2e^{-\frac{a_1}{2}T} \cosh\left(T\sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_0}\right) & \bar{a}_0 &= e^{-a_1 T} \\ a_1 &= -\frac{\ln(\bar{a}_2)}{T} & a_0 &= \frac{\ln(2\bar{a}_0)}{4T^2} - \frac{1}{T^2} \ln\left(\frac{\bar{a}_1 + \sqrt{\bar{a}_1^2 - 4\bar{a}_0}}{\sqrt{\bar{a}_0}}\right) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Offensichtlich ist  $\bar{a}_2$  immer positiv. Man kann sich leicht davon überzeugen, daß der Übergang zu negativen Werten von  $\bar{a}_2$  genau dann auftritt, wenn die Eigenfrequenz des Systems über der Nyquist-Frequenz, also der halben Abtastrate, liegt. Oberhalb dieser Frequenz ist eine digitale Signalerfassung nicht sinnvoll durchführbar. Man sieht, daß das Verhältnis  $\bar{b}_1/\bar{b}_2$  fest vorgegeben ist.

$$\frac{\bar{b}_1}{\bar{b}_2} = \frac{\lambda_2(1 - e^{T\lambda_1}) - \lambda_1(1 - e^{T\lambda_2})}{\lambda_2 e^{T\lambda_2}(1 - e^{T\lambda_1}) - \lambda_1 e^{T\lambda_1}(1 - e^{T\lambda_2})}$$

Im Gegensatz zu den Koeffizienten  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\bar{a}_1$  und  $\bar{a}_2$  werden die Koeffizienten  $\bar{b}_1$  und  $\bar{b}_2$  nicht allein durch die Dynamik des Systems bestimmt, sondern hängen auch entscheidend vom Verlauf der Eingangsgröße zwischen zwei Abtastpunkten ab. Daher ist es möglich, daß sich bei einer Anpassung an Meßdaten ein anderer Quotient  $\bar{b}_1/\bar{b}_2$  als der berechnete ergibt, obwohl das eigentliche Modell richtig ist. In so einem Fall besteht die Möglichkeit, mit anderen Annahmen über den Verlauf der Eingangsgröße neue Koeffizienten zu berechnen. Oft muß jedoch das Modell angepasst werden, indem z.B. die Zeitableitungen  $\dot{u}$  und  $\ddot{u}$  mitberücksichtigt werden.

Eine ähnliche Rechnung kann durchgeführt werden, um ein Modell erster Ordnung zu untersuchen. Hier soll neben der Eingangsgröße auch deren erste Zeitableitung berücksichtigt werden,

$$\dot{y} = ay + b_0u + b_1\dot{u}. \quad (4.22)$$

Man kommt auf die Differenzengleichung

$$y_{k+1} = e^{aT}y_k + \frac{b_0}{a}e^{aT}u_k + b_1u_{k+1}. \quad (4.23)$$

Eine Näherungslösung für die Transformation der Übertragungsfunktionen zwischen Z-Raum und Laplace-Raum bietet die Tustin-Näherung, die den Term  $z = e^{sT_t}$  bilinear nähert:

$$\begin{aligned} z &= e^{sT_t} \approx \frac{1 + sT_t/2}{1 - sT_t/2} \\ s &= \frac{\ln z}{T_t} \approx \frac{2}{T_t} \frac{z - 1}{z + 1} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Die Tustin-Näherung gilt sehr gut für kleine Frequenzen bis etwa zur halben Nyquist-Frequenz. Durch die Verwendung dieser Näherung kann man gebrochen rationale Funktionen im Z-Raum auf gebrochen rationale Funktionen im Laplace-Raum transformieren und somit Differenzgleichungen auf Differentialgleichungen und umgekehrt.

## 4.2 Vorgehensweise bei der Identifikation

Um die Dynamik des betrachteten Systems möglichst gut untersuchen zu können, wendet man standardisierte Meßverfahren an. Im allgemeinen Fall ist die Modellbeschreibung ja noch unbekannt, daher ist es am besten, bei der Untersuchung einem bestimmten Schema zu folgen. Gegeben sei ein System mit  $m$  Eingangsgrößen und  $n$  Ausgangsgrößen. Man muß also  $m \times n$  Messreihen vornehmen, um die Wirkung jedes einzelnen Eingangs auf jeden einzelnen Ausgang zu bestimmen. Im Zeitraum wird dazu jeweils ein definierter Sprung auf die Eingangsgröße gegeben und die daraus resultierenden Ausgangssignale gemessen. Auf diese Art und Weise erhält man eine  $m \times n$  Matrix von „Sprungantworten“. Die Analyse wird in sofern vereinfacht, als es nur zwei Werte für die Eingangsgröße gibt, vor und nach dem Sprung. Die weitere Verarbeitung der Daten geschieht notwendigerweise zeitdiskret. Man kann aus den Daten die Differenzgleichungen jedes Teilsystems bestimmen; weiter unten werden einige fertige Modelle vorgestellt, die dazu verwendet werden können.

Eine sehr viel direktere Methode, die Daten zu verwenden, ist es, daraus eine Übertragungsmatrix zu bilden [Lie Dipl]. Dazu wird aus der Sprungantwort ein Spaltenvektor  $(s_1, \dots, s_n)^T$  gebildet, der die Ausgabewerte der Sprungantwort enthält, normiert auf den Betrag des Eingangswertes. Aus diesem Vektor bildet man eine Matrix, indem die Spaltenvektoren nebeneinander gesetzt werden, wobei die Werte jedes Vektors, der der Matrix hinzugefügt wird, um eine Zeile nach unten geschoben werden und der frei werdende Platz durch eine Null aufgefüllt wird. Auf diese Weise erhält man eine Matrix mit Nullen in der rechten oberen Ecke. Vorausgesetzt, das System ist linear und somit Superposition anwendbar, kann man auf diese Weise aus einer gegebenen Folge von Eingangswerten  $E_1 \dots E_n$  sofort die Ausgangswerte  $f_1 \dots f_n$  berechnen.

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ s_n & s_{n-1} & \dots & s_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Diese Schreibweise ist das zeitdiskrete Äquivalent einer Faltung der Impulsantwort des Systems mit der Funktion  $E(t)$  der Eingangsgröße. Dabei ist zu beachten, daß die Sprungantwort eines Systems durch das Integral über die Impulsantwort gegeben ist.

Umgekehrt ist es durch Inversion der Matrix  $S$  möglich, die für eine bestimmte Ausgangsfolge notwendige Eingangsfolge zu berechnen. In der TESLA Test Facility wird auf diese Weise eine adaptive Vorkompensation repetitiver Fehler erreicht. Diese Vorgehensweise wird durch den gepulsten Betrieb begünstigt, da dann die Zahl  $n$  direkt durch die Pulslänge und Taktfrequenz der Regelung vorgegeben wird. Bei einer Pulsdauer von 1.3 ms und einer Abtastrate von 1 MHz ist hier  $n = 1300$ . Bei zeitveränderlichen Systemen müssen die Spaltenvektoren einzeln aufgenommen werden, mit Sprüngen zu verschiedenen Zeiten. Für die Anwendung im Dauerstrichbetrieb muß man die Berücksichtigung älterer Werte begrenzen.

Eine andere Möglichkeit der Identifikation ist die Betrachtung im Frequenzraum. Man nimmt den Frequenzgang des Systems für alle Ein- und Ausgänge auf. Hier ist die Betrachtungsweise zeitkontinuierlich, auch wenn die Aufnahme des Spektrums natürlich diskretisiert erfolgt. Durch eine Fouriertransformation (FFT) erhält man die Impulsantwort des Systems, durch Anpassung im Frequenzraum die Übertragungsfunktion. Aus der Übertragungsfunktion kann man – sofern man eine gebrochen rationale Funktion daran angepasst hat – die Differentialgleichung des Systems herleiten.

## 4.3 Modellbildung

### 4.3.1 Modell-, „Bausätze“

Für lineare Systeme existieren in der Systemidentifikation vorgefertigte Modelle, die für die Modellbildung verwandt werden können. Diese sind in kommerziellen Programmpaketen erhältlich, so daß die Analyse leicht durchgeführt werden kann. Ihre Darstel-

lung ergibt sich aus der Systembeschreibung durch Differenzgleichungen oder deren Z-Transformierten. Betrachtet man zum Beispiel die Differenzgleichung

$$y_{n+k} + a_{k-1}y_{n+k-1} + \dots + a_0y_n = b_ku_{n+k} + \dots + b_0u_n, \quad (4.26)$$

so ist der erste Ansatz, die Koeffizienten  $a_0 \dots a_{k-1}, b_0 \dots b_k$  zu erhalten, die Regressionsrechnung über die vorhandenen Meßwerte, wobei die Meßreihen entsprechend oft verschoben berücksichtigt werden. Als Funktionswert fungiert  $y_{n+k}$ , während die anderen Werte, auch die übrigen  $y$ -Werte, als Eingangsgrößen betrachtet werden. Da hier eine Regressionsrechnung mit derselben Zahlenfolge als Eingabe- und Ausgabegröße durchgeführt wird, heißt das entsprechende Modell *ARX*-Modell für „Auto-Regression with eXtra Input“. Das Meßrauschen wird dabei jeweils dem  $y_{n+k}$ -Wert zugeschlagen. Nennt man das Rauschen  $e$ , so kann man das Modell im Z-Raum durch die Übertragungsfunktion

$$y = \frac{(b_k z^k + \dots + b_0) u + e}{z^k + a_{k-1} z^{k-1} + \dots + a_0} \quad \text{oder kurz} \quad y = \frac{Bu + e}{A} \quad (4.27)$$

darstellen. Andere Modelle unterscheiden sich von diesem durch andere Behandlung der Fehler (siehe Abb. 4.1). Es sind also bei der Modellfindung Betrachtungen über die Fehlerquellen und damit der Dynamik der Fehler notwendig.

### 4.3.2 Physikalisch parametrisierte Modelle

Oft hat man bereits vor der Messung eine Vermutung, welche Differentialgleichung das untersuchte System beschreibt. Oder die Form der Differentialgleichung ist – wie im Fall der Beschreibung des Hochfrequenzfeldes in den Kapiteln (2) und (5) – bereits gesichert und zur vollständigen Analyse fehlen nur noch die Zahlenwerte der Koeffizienten in der Gleichung. In solchen Fällen ist es oft sinnvoll, zeitkontinuierlich zu rechnen und tatsächlich die Ableitungen der Funktionen zu bestimmen. Dabei zeigt sich, daß die numerische Differenzierung das Rauschen auf den Meßsignalen stark überhöht. Man muß also einen Weg finden, das Rauschen zu unterdrücken.

Erste Versuche deuten rasch an, daß es ungünstig ist, die Ableitung durch Differenzbildung und anschliessendem Filtern zu suchen. Das Rauschen auf dem Differenzsignal überdeckt seinen Verlauf, selbst wenn das Rauschen auf dem Ursprungssignal sehr gering ist. Desweiteren zeigt sich, daß es in unserem Fall von Nachteil ist, aus dem Signal für Real- und Imaginärteil zuerst die Phase auszurechnen und das Phasensignal weiter zu verarbeiten. Besonders bei kleinen Signalen wird dadurch ein großer Fehler erzeugt.

Wenn immer in dieser Arbeit eine numerische Ableitung gebildet wird (siehe Kap. 5), geschieht es so, daß in jedem Punkt der Meßkurve ein Regressionspolynom 2. Ordnung aus  $n$  vorhergehenden und  $n$  nachfolgenden Punkten berechnet wird und dessen Ableitung als Ableitung der Meßkurve angesehen wird. Die zeitaufwendigsten Rechenschritte für die einzelnen Polynome bestehen aus Summen. Dabei stellt sich heraus, daß viele der Summen identisch und viele sich für benachbarte Punkte nur in wenigen Summanden unterscheiden. Nutzt man diese Tatsachen aus, kann man die Zahl der für die numerische Ableitung benötigten Rechenschritte minimieren und damit die aufgewandte Rechenzeit reduzieren. Durch die Art der Berechnung liegen in jedem Punkt der Kurve jeweils  $2n + 1$

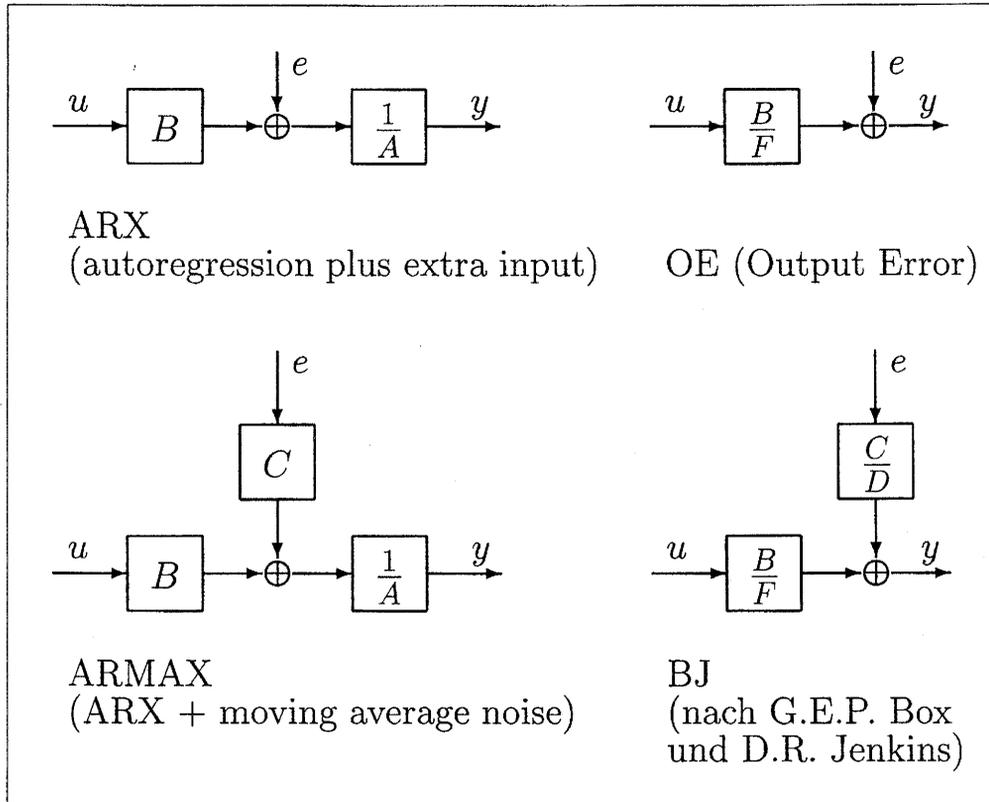


Abbildung 4.1: Verschiedene vorgefertigte Modelle zur Systembeschreibung. Jedes Modell hat den Eingang bzw die Eingänge  $u$ , die Fehlerquelle(n)  $e$ , und den Ausgang/die Ausgänge  $y$ . Die Großbuchstaben  $A, B, C, D, F$  stehen für Polynome in den Übertragungsfunktionen.

Funktionswerte der einzelnen Regressionspolynome vor. Weichen die Werte unmittelbar benachbarter Polynome zu stark voneinander ab, liegt an der betreffenden Stelle vermutlich eine Unstetigkeit in Form eines Knicks oder Sprungs vor. In der Umgebung solcher Stellen wird die Kurve und ihre Ableitung jeweils durch die letzte ungestörte Parabel links von der Unstetigkeitsstelle und der ersten ungestörten rechts davon extrapoliert. Auf diese Weise bildet man numerisch den links- und rechtsseitigen Grenzwert der Kurve und ihrer Ableitung in diesem Punkt. So bleiben scharfe Kanten erhalten, obwohl im sonstigen Kurvenverlauf hohe Frequenzen unterdrückt werden.

Zur Bildung der Amplituden- und Phasenkurven werden zunächst die Kurven für die Real- und Imaginärteile durch die oben beschriebene Ausgleichsrechnung bestimmt. Da aufgrund des Meßprinzips (siehe Kap. 3) die Werte in der Reihenfolge Realteil, Imaginärteil, negativer Realteil, negativer Imaginärteil, ... aufgenommen werden, kann man die vier Kurven zunächst einzeln anpassen und erst danach die Gesamtkurve berechnen. Durch die Berechnung der Ausgleichsparabel in jedem Punkt der Kurve ist es ein Leichtes, die einzelnen Kurven so zu interpolieren, daß für jeden Zeitschritt alle vier Werte zur Verfügung stehen.

Im Betrieb des Beschleunigers stellte sich heraus, daß durch eine bisher unverstandene Unzulänglichkeit der Meßelektronik die ZF-Signale mit einem von der Signalstärke abhängigen Gleichspannungsanteil überlagert sind. Im Regler erzeugt diese Gleichspannung für ein systematisches Störsignal der Frequenz  $250\text{kHz}$  auf den Regelsignalen. Leider stehen dort für die Eliminierung des Signals nicht mehr genügend Rechenzyklen im digitalen Regelsystem zur Verfügung. In den Rechnungen zur Systemidentifikation kann dieser Signalanteil jedoch durch Mittelwertbildung der positiven und negativen Signale herausgefiltert werden. Dabei erweist es sich als Vorteil, daß zu jedem Zeitschritt alle vier Signale zur Verfügung stehen, denn so wird der Einfluß der Kurvensteigung bei der Mittelwertbildung berücksichtigt.

Anschliessend können aus den Kurven für Realteil und Imaginärteil und deren Ableitungen die Kurven für Amplitude und Phase und deren Ableitungen bestimmt werden.

$$\begin{aligned} Re^{i\varphi} &= x + iy \\ R &= \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{\sqrt{|x\Delta x|^2 + |y\Delta y|^2}}{R} \\ \dot{R} &= \frac{x\dot{x} + y\dot{y}}{R} \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{R} &= \sqrt{\frac{|x\Delta\dot{x}|^2 + |\dot{x}\Delta x|^2 + |y\Delta\dot{y}|^2 + |\dot{y}\Delta y|^2}{R^2}} + \frac{\dot{R}^2}{R^4} (|x\Delta x|^2 + |y\Delta y|^2) \\ \varphi &= -i \ln \frac{x + iy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= \frac{\sqrt{|x\Delta x|^2 + |y\Delta y|^2}}{R^2} \\ \dot{\varphi} &= \frac{x\dot{y} - y\dot{x}}{x^2 + y^2} \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\Delta \dot{\varphi} = \frac{1}{R^2} \sqrt{|\dot{y}\Delta x|^2 + |\dot{x}\Delta y|^2 + |x\Delta\dot{y}|^2 + |y\Delta\dot{x}|^2 + 2\dot{\varphi}(|x\Delta x|^2 + |y\Delta y|^2)}$$

## 4.4 Dynamik der Lorentz-Kraft-Verstimmung

Durch den Strahlungsdruck des Hochfrequenzfeldes auf die Resonatorwände werden die Resonatoren während eines Hochfrequenzpulses dynamisch in ihrer Frequenz verstimmt. Im Kapitel 2 wurden zwei Modelle zur Beschreibung der Dynamik der Lorentz-Kraft-Verstimmung vorgestellt. Mit den im letzten Abschnitt beschriebenen Methoden ist es möglich, die Koeffizienten in den entsprechenden Differentialgleichungen auszurechnen. Falls aber die Differentialgleichungen (2.31) und (2.32) nicht die richtige Beschreibungsweise darstellen sollten, bieten die vorgefertigten Modelle die Möglichkeit, auch andere Ansätze zu testen.

In Abbildung 4.2 wird die zeitabhängige Verstimmung der Resonatoren 1,4,5 und 7 im ersten Beschleunigungsmodul bei Beschleunigungsgradienten von 8, 10, 12.5 und 15 MV/m gezeigt. Gleichzeitig wurden die Kurven eingetragen, die sich aus einer Anpassung

der Differentialgleichung erster Ordnung (2.32)

$$\tau_m' \cdot \Delta\dot{\omega}(t) = -(\Delta\omega(t) - \Delta\omega_T) - 2\pi K \cdot E_{bschl}^2(t)$$

an die Daten der Kurve mit der stärksten Verstimmung ergeben. Man sieht eine recht gute Übereinstimmung des Modells mit den Meßdaten, jedoch wird der Verlauf der Verstimmung nicht vollständig richtig wiedergegeben. Vor allem zu Beginn des Hochfrequenzpulses zeigen die simulierten Kurven noch Abweichungen von den gemessenen Kurven.

In Abbildung 4.3 wird ein Versuch gezeigt, die Verstimmungskurven durch ein OE-Modell darzustellen. Das OE-Modell beschreibt die diskrete Übertragungsfunktion des Systems durch ihr Nenner- und Zählerpolynom. Als Rauschquelle wird das Meßgerät angenommen (siehe Abb. 4.1). Als Eingang des Systems wirkt hier das Quadrat der Feldamplitude, welche ein sehr geringes Rauschen hat. Die Parameter des Modells, die in Klammern über jeder Unterabbildung stehen, geben die Ordnung des Zählerpolynoms und des Nennerpolynoms der Übertragungsfunktion, sowie eine Totzeit an. Die Kurven geben die zeitabhängige Verstimmung des Resonators vier aus Abb.4.2 bei 12.5 und 15 MV/m an. Die Umrechnung der diskreten Übertragungsfunktion in eine kontinuierliche Differentialgleichung kann mit Hilfe der im Abschnitt 4.1.3 vorgestellten Rechnungen geschehen. Das Modell OE(1,1,0) entspricht der Differentialgleichung

$$\dot{\Delta\omega} = -\frac{1}{257\mu s} \Delta\omega - 2\pi \frac{0.74\text{Hz}/\text{MV}^2}{257\mu s} \bar{U}_b^2.$$

Das Modell OE(1,2,0) entspricht der Differentialgleichung

$$\ddot{\Delta\omega} = -\frac{1}{135\mu s} \dot{\Delta\omega} - (3608\text{s}^{-1})^2 \Delta\omega - 2\pi(3608\text{s}^{-1})^2 0.64 \frac{\text{Hz}}{\text{MV}^2} \bar{U}_b^2.$$

Das Modell OE(2,1,0) entspricht der Differentialgleichung

$$\dot{\Delta\omega} = -\frac{1}{847\mu s} \Delta\omega - 2\pi \frac{0.56\text{Hz}/\text{MV}^2}{847\mu s} \bar{U}_b^2 - 2.42 \frac{\text{Hz}}{\text{MV}^2} \frac{\partial}{\partial t} \bar{U}_b^2.$$

Das Modell OE(2,2,0) entspricht der Differentialgleichung

$$\begin{aligned} \ddot{\Delta\omega} = & -\frac{1}{15\mu s} \dot{\Delta\omega} - (10210\text{s}^{-1})^2 \Delta\omega \\ & - 2\pi(10210\text{s}^{-1})^2 0.8 \frac{\text{Hz}}{\text{MV}^2} \bar{U}_b^2 - 116050 \frac{\text{Hz}}{\text{MV}^2\text{s}} \frac{\partial}{\partial t} \bar{U}_b^2. \end{aligned}$$

Die letzten beiden Modelle beinhalten einen qualitativ völlig neuen Ansatz, nämlich, daß die Verstimmung der Resonatoren auch von der Ableitung der Feldeinhüllenden abhängt. Es wird noch zu klären sein, ob das physikalisch überhaupt möglich ist. Diese beiden Modelle, besonders das Modell OE(2,1,0) beschreiben jedoch den Verlauf der Verstimmung am besten.

Weiterhin sieht man, daß alle Ansätze auf eine sehr kleine Zeitkonstante kommen, obwohl bei Resonanzmessungen an offenen Resonatoren wesentlich größere Zeitkonstanten erwarten lassen.

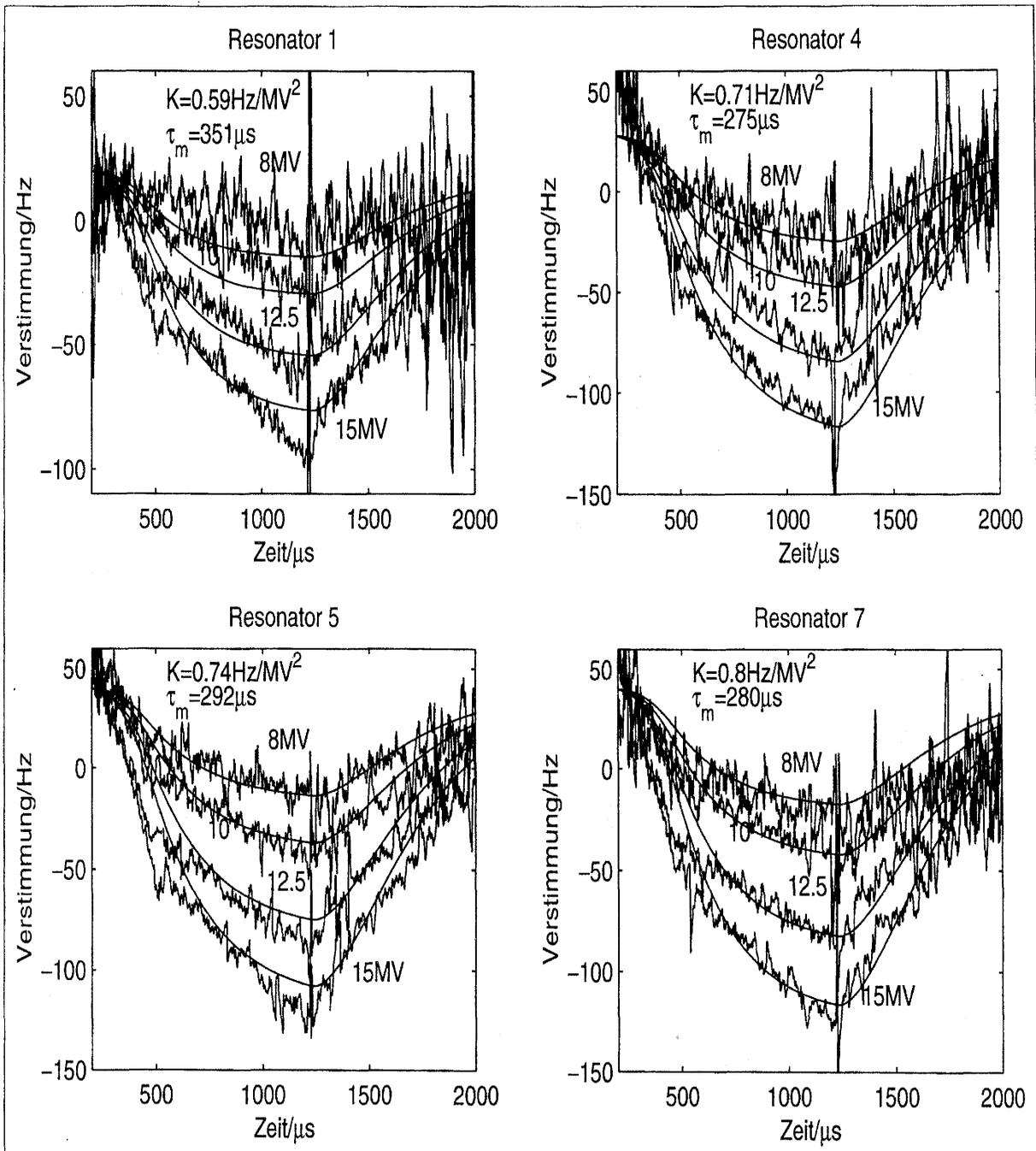


Abbildung 4.2: Vergleich von gemessenen und simulierten Verstimmungskurven bei verschiedenen Gradienten. Es wurde eine Differentialgleichung erster Ordnung (siehe Gl. 2.32) zugrunde gelegt. Die Differentialgleichung wurde an die Daten bei einem Gradienten von 15 MV/m angepasst. Mit Hilfe der so gewonnenen Koeffizienten wurden die Kurven für alle Gradienten simuliert.

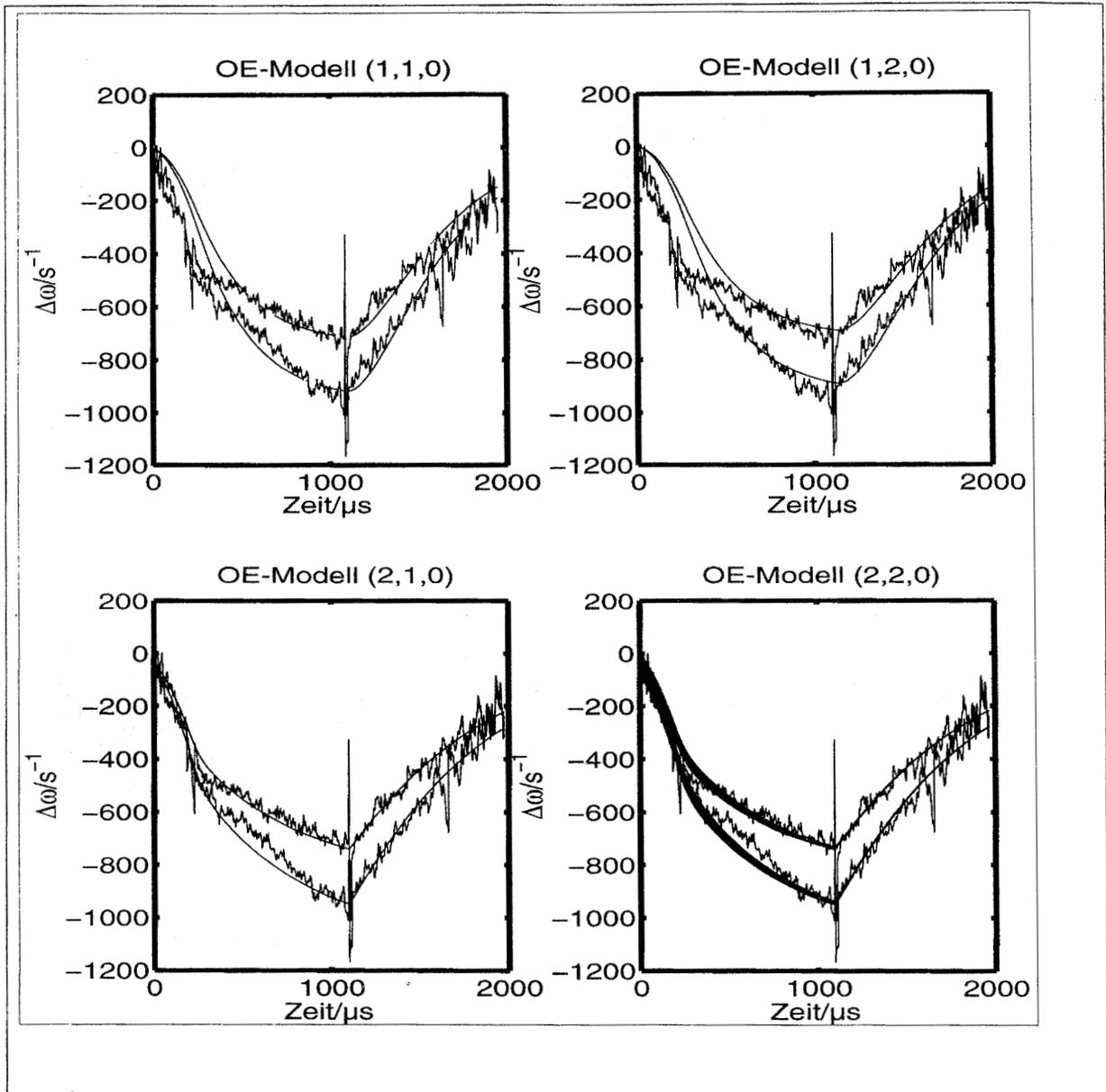


Abbildung 4.3: Beschreibung der Verstimmung durch OE-Modelle, die Parameter des Modells sind die Ordnung des Zählerpolynoms, des Nennerpolynoms, und eine Totzeit.

## 5 Automatische Parametersteuerung

Für den zukünftigen Betrieb des TESLA-Beschleunigers ist es notwendig, die Steuerung der Hochfrequenz weitgehend zu automatisieren. Dazu sind Prozeduren und Programme entwickelt worden, die die Grundlage der automatischen Parametersteuerung bilden werden. Zum jetzigen Zeitpunkt ist das Ziel – die „Ein-Knopf-Maschine“ bei weitem nicht erreicht, aber die wichtigsten Grundlagen sind geschaffen und sollen hier vorgestellt werden.

### 5.1 Hochfrequenzparameter

Unter diesem Oberbegriff werden hier die wichtigsten Eigenschaften der Resonatorfelder zusammengefaßt. Die Rechnungen werden dabei auf die gekoppelte  $\pi$ -Mode der  $TM_{010}$ -Mode der 9-Zell-Resonatoren (1.3GHz) beschränkt, die für die Teilchenbeschleunigung benutzt wird. Durch den Strahl können Moden höherer Ordnung angeregt werden, die durch spezielle Koppler (HOM Coupler - „Higher Order Mode Coupler“) bedämpft werden. Dem Zugriff durch das Kontrollsystem sind sie entzogen. Die der  $\pi$ -Mode nächstliegende gekoppelte Mode, die  $\frac{8}{9}\pi$ -Mode, kann auch durch die Hochfrequenzansteuerung angeregt werden. Dies wird durch den Regelalgorithmus verhindert. Näheres dazu siehe bei [Schilcher].

Für den Betrieb ist vor allem die Strahlphase (siehe Abschnitt 2) wichtig, die im normalen Betrieb mit Hilfe einer Systemidentifizierung bestimmt werden kann. Anhand der gemessenen Amplituden der vorlaufenden, rücklaufenden und transmittierten Leistung an den einzelnen Resonatoren und mit Hilfe der Resonatorgleichungen kann die Strahlphase berechnet werden. Das entsprechende Programm wurde so ausgelegt, daß die Strahlphase vom Steuerungsprogramm gelesen werden kann, ohne den laufenden Betrieb zu stören.

Ferner ist der zeitliche Verlauf der Eigenfrequenzen der Resonatoren interessant. Die bisher verwendeten Methoden erlaubten nur die Messung nach dem Abschalten der Hochfrequenz. Zur Minimierung der Leistungsaufnahme der Beschleunigungsstrukturen ist es notwendig, sie optimal vorzustimmen. Da die Resonatoren durch die Wirkung der Lorentz-Kraft während des Pulses verstimmt werden, ist die optimale Einstellung nicht die, bei der Eigenfrequenz und Betriebsfrequenz am Ende des Pulses übereinstimmen. Zur systematischen Einstellung ist es vorteilhaft, den zeitlichen Verlauf der Resonatoreigenfrequenzen während des Pulses zu kennen. Denn dann kann ein rechnerisches Kriterium zur Minimierung der Leistungsaufnahme angegeben werden.

Neben den obigen gesuchten Größen erhält man durch die Rechnungen auch Aufschluß über die Eigenschaften der Bauelemente im Hochfrequenzsystem, wie die Richtwirkung der verwendeten Richtkoppler, Transformationen durch die eingebauten 3-Stempel-Abstimmer (siehe Kapitel 6) und Nichtlinearitäten des Klystrons und der ihm vorgeschalteten Elemente.

### 5.1.1 Grundgleichung

Ausgangspunkt der Rechnungen ist die Gleichung (2.19) für die Einhüllende des elektromagnetischen Wechselfeldes in den Resonatoren

$$\dot{\hat{U}}_b = -(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)\hat{U}_b + 2R_L\omega_{1/2}\hat{I}_e - R_L\omega_{1/2}\hat{I}_s$$

Man beachte, daß  $\hat{U}_b$ ,  $\hat{I}_e$  und  $\hat{I}_s$  komplexe Größen sind. Der Strahlstrom wird mit einem negativen Vorzeichen versehen, damit der maximale Energiezuwachs des Strahles mit einer Strahlphase 0 erzielt wird. Dann wird die Gleichung zu

$$\dot{\hat{U}}_b = -(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)\hat{U}_b + 2\omega_{1/2}\hat{U}_e - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{Q}\right)\omega_0\hat{I}_s. \quad (5.1)$$

Technisch erhält man sie durch Frequenzkonversion des Hochfrequenzsignals durch einen Mischer. Desweiteren ist die Stetigkeitsbedingung für die Spannungen am Resonatoreingang wichtig, transformiert auf die Resonatorseite des Transformators (siehe 2.2),

$$\hat{U}_b = \hat{U}_e + \hat{U}_a. \quad (5.2)$$

Auch diese Gleichung ist komplex.

Für die Rechnungen ist es vorteilhaft, die Gleichung (5.1) für  $\Delta\omega$  und  $\omega_{1/2}$  zu entkoppeln. Das erreicht man, indem man die Gleichung in Polarkoordinaten schreibt. Dann erhält man zwei Gleichungen, eine für die Feldamplitude und eine für die Phase:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{U}}_b &= -\omega_{1/2}\bar{U}_b + 2\omega_{1/2}\bar{U}_e \cos(\phi_e - \phi_b) - \omega_{1/2}R_L\bar{I}_s \cos(\phi_s - \phi_b) \\ \dot{\phi}_b &= \Delta\omega + 2\omega_{1/2}\frac{\bar{U}_e}{\bar{U}_b} \sin(\phi_e - \phi_b) - \frac{\omega_{1/2}R_L\bar{I}_s}{\bar{U}_b} \sin(\phi_s - \phi_b) \end{aligned} \quad (5.3)$$

### 5.1.2 Messsignale, Fehlerquellen

Für die Bestimmung der Hochfrequenzparameter werden pro Resonator jeweils drei Signale benutzt, die Vektoren der vorlaufenden, rücklaufenden und transmittierten Wellen. Letzterer ist gleichzeitig der Vektor des Resonatorfeldes. Die Vektoren werden durch Vergleich mit einem Referenzoszillator, dem lokalen Oszillator (LO), gebildet (siehe Abschnitt 3.2). Die dazu verwendeten Mischer zeigen im gesamten Messbereich gute Linearität, die verbleibenden Fehler rühren vor allem von der Einstellung des LO-Signals her. Bisher wurden Genauigkeiten von  $5 \cdot 10^{-3}$  in der Amplitudenmessung und  $0.5^\circ$  in der Phasenmessung erreicht (siehe Anhang B).

Jedes dieser Messsignale hat einen konstanten Phasenfehler, der sich aus den verschiedenen Leitungslängen ergibt. Durch Benutzung der Gleichung (5.2) können die Phasenunterschiede zwischen den Signalen jedes individuellen Resonators eliminiert werden. Gleichzeitig behebt man damit etwaige Unstimmigkeiten in den Amplitudenkalibrationen der drei Signale. Da die Bedingung (5.2) zu jeder Zeit während des Pulses erfüllt ist, die Signale aber unterschiedliche Zeitabhängigkeiten sowohl in Amplitude und Phase aufweisen, ist eine gute Bestimmung der komplexen Korrekturkoeffizienten  $f_e$  und  $f_a$  durch lineare Regression möglich.

$$\hat{U}_b = f_e\hat{U}_e + f_a\hat{U}_a \quad (5.4)$$

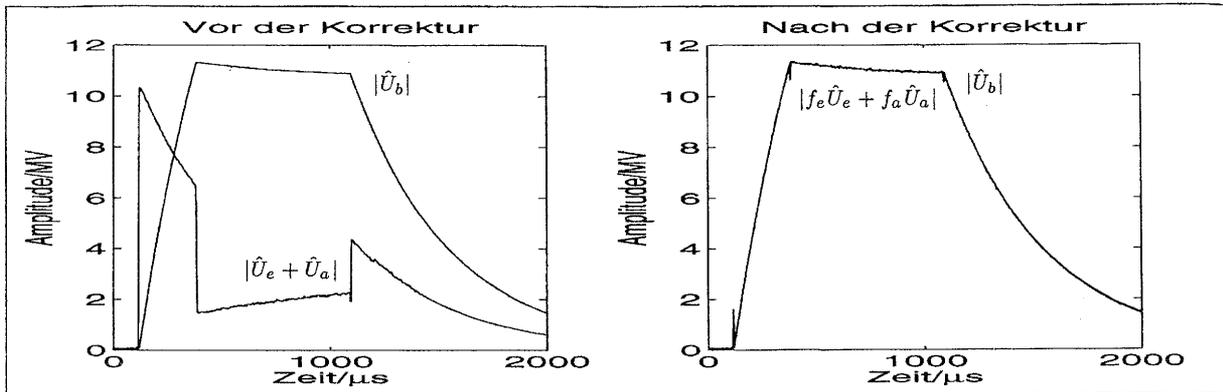


Abbildung 5.1: Phasen- und Amplitudenkalibration – Vergleich der Amplitude des Resonatorfeldes mit der Amplitude der komplexen Summe von einfallender und auslaufender Welle. Im ersten Bild sieht man starke Unterschiede zwischen den Kurven, da die Amplituden und Phasen von  $\hat{U}_e$  und  $\hat{U}_a$  noch falsch kalibriert sind. Im zweiten Bild liegen beide Signale nach der Anpassung der Vorfaktoren  $f_a$  und  $f_e$  aufeinander – bis auf kleine Abweichungen an den Sprungstellen (eine Folge des Glättens).

Die vorlaufenden und rücklaufenden Wellen im Hohlleiter werden über Richtkoppler gemessen. Idealerweise spricht der eine Ausgang des Richtkopplers nur auf die vorlaufende Welle an, der andere nur auf die rücklaufende. In der Praxis gibt es ein Übersprechen mit einer Unterdrückung von etwa 26dB. Das heißt, jeder Ausgang liefert einen Anteil von 5% des unerwünschten Signals. Das Übersprechen erfolgt mit einer festen Phasen- und Amplitudenbeziehung. Man kann also auf die tatsächlichen Vektoren zurückrechnen, indem man einen Anteil  $d_e \hat{U}_a$  von  $\hat{U}_e$  und einen Anteil  $d_a \hat{U}_e$  von  $\hat{U}_a$  abzieht. Die Koeffizienten  $d_e$  und  $d_a$  sind wie die Koeffizienten  $f_e$  und  $f_a$  komplex. Für die Korrekturen ergibt sich also insgesamt (siehe auch Abb. 5.2 und 5.1)

$$\begin{aligned} \hat{U}_b &= f_e (\hat{U}_e - d_e \hat{U}_a) + f_a (\hat{U}_a - d_a \hat{U}_e) \\ &= (f_e - f_a d_a) \hat{U}_e + (f_a - f_e d_e) \hat{U}_a. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten siehe Abschnitt 5.1.5. Da die Eichung der Amplituden mit dieser Gleichung vorgenommen wird, ist es nur natürlich, auch die Amplitude der vorlaufenden und rücklaufenden Wellen in Megavolt zu kalibrieren. Damit ist die Amplitude auf der Resonatorseite des Hauptkopplers (Transformator) gemeint. Eine Welle der Amplitude 1MV kann dann also im eingeschwungenen Zustand eine Spannung von 2MV über dem Resonator anregen<sup>1</sup> Diese Amplituden  $U$  unterscheiden sich durch  $U = n \cdot U^*$  von den Amplituden  $U^*$  im Hohlleiter. Das Transformationsverhältnis  $n$  hängt jedoch von der Einstellung des Hauptkopplers und des 3-Stempel-Abstimmers ab, muß also neu kalibriert werden, wenn an diesen Bauteilen Änderungen vorgenommen wurden.

<sup>1</sup>Im eingeschwungenen Zustand wirkt der Resonator wie ein offenes Ende der Leitung,  $\bar{U}_e$  und  $\bar{U}_a$  addieren sich mit gleichem Vorzeichen.

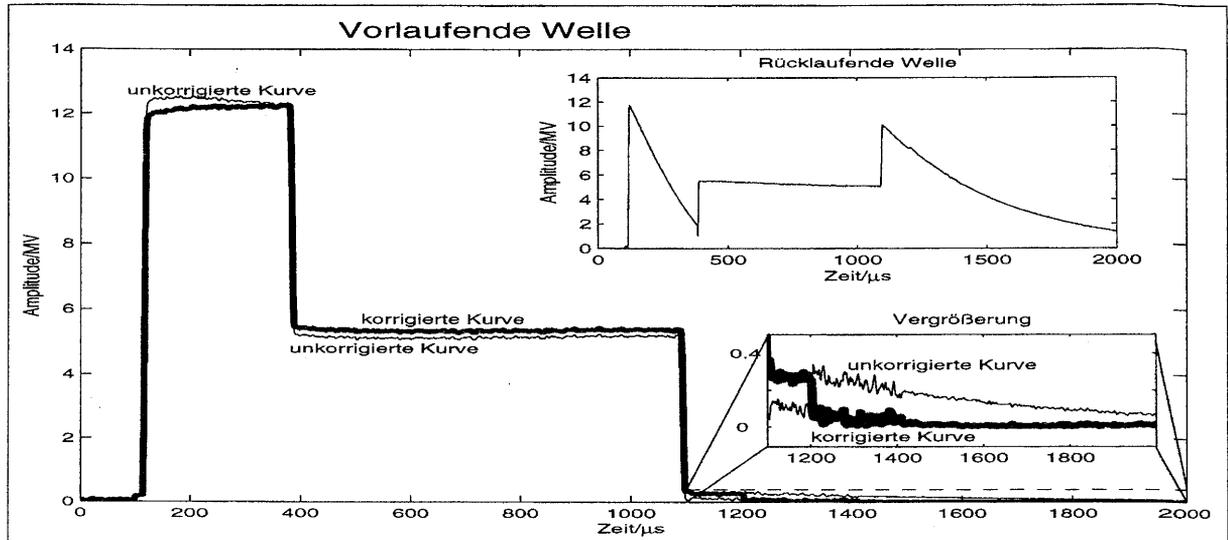


Abbildung 5.2: Auswirkungen der endlichen Direktivität – gemessenes Signal und korrigiertes Signal. Im großen Bild ist die Amplitude der vorlaufenden Welle eingetragen, einmal das durch das Übersprechen verfälscht gemessene und einmal das durch Korrekturrechnung gewonnene Signal. Die HF wird  $100\mu\text{s}$  nach Beginn der Messung eingeschaltet,  $300\mu\text{s}$  später wird die Leistung reduziert, um das Plateau zu halten. Bei  $t = 1100\mu\text{s}$  wird die Ansteuerung des Vektormodulators ausgeschaltet, bei  $t = 1200\mu\text{s}$  wird das Ansteuerungsfenster für die HF geschlossen, bei  $t = 1400\mu\text{s}$  wird die Hochspannung am Klystron abgeschaltet. Das kleine Rechteck zeigt den entsprechenden Bereich vergrößert. Im oberen Bild ist zum Vergleich die rücklaufende Welle aufgetragen.

### 5.1.3 Zeitlicher Verlauf von Eigenfrequenz und Bandbreite der Resonatoren

Da bei supraleitenden Hohlraumresonatoren nur sehr geringe Verluste in den Resonatorwänden auftreten, haben ihre Resonanzen eine hohe Güte und sind daher sehr schmalbandig. Durch die Ankopplung an den Hohlleiter wird die Güte um drei Größenordnungen reduziert, jedoch liegt die Bandbreite bei TESLA-Parametern immer noch im Bereich von einigen 100 Hertz bei einer Resonanzfrequenz von 1.3 GHz. Eine Verformung des Resonators um einige Nanometer kann bereits eine Verstimmung in der Größenordnung der Bandbreite bewirken. Durch die großen Feldstärken, die innerhalb der Resonatoren erzeugt werden, können solche Verformungen leicht hervorgerufen werden. Man erwartet eine quadratische Abhängigkeit der Resonatorverstimmung von der Amplitude des Hochfrequenzfeldes. Unklarheiten bestehen allerdings noch bezüglich des dynamischen Verhaltens (siehe Kapitel 4). Bei TESLA, wo die Resonatoren gepulst betrieben werden, ist natürlich dieses dynamische Verhalten von großem Interesse. Insbesondere für die Optimierung des Betriebs in Hinblick auf minimale Leistungsaufnahme ist es wichtig, den zeitlichen Verlauf der Resonanzfrequenzen der einzelnen Resonatoren zu kennen. Zur Bestimmung des Frequenzverlaufes geht man von Gleichung (5.3) aus, die sich wie folgt

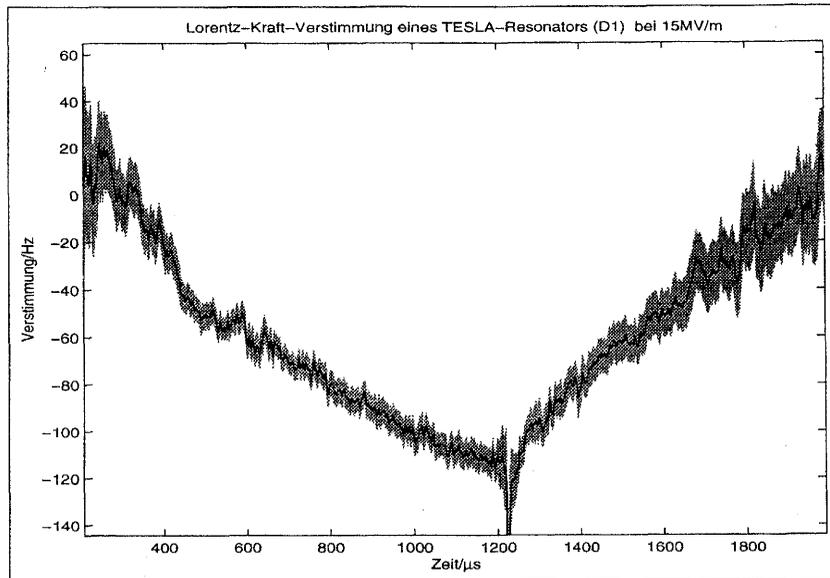


Abbildung 5.3: Verstimmung des Resonators D1 bei einem Gradienten von 15MV/m. Die Kurven zeigen die rekonstruierte Kurve der Verstimmung und jeweils eine Abweichung von einem  $\sigma$  nach oben bzw unten (graues Band). Der größte Fehler stammt aus dem statistischen Rauschen auf der Ableitung der Phase. Andere Fehler, z.B. der systematische Fehler durch das Mischen, sind im Vergleich dazu vernachlässigbar.

umformen läßt

$$\Delta f(t) = \frac{1}{2\pi} \left( \dot{\varphi}_b - 2\omega_{1/2} \frac{\bar{U}_e}{\bar{U}_b} \sin(\phi_e - \varphi_b) + \frac{\omega_{1/2} R_L \bar{I}_s}{\bar{U}_b} \sin(\phi_s - \varphi_b) \right). \quad (5.6)$$

Damit erhält man direkt die Zeitabhängigkeit der Resonanzfrequenzen aller Strukturen, sofern alle Größen, die in die Gleichung eingehen, richtig bestimmt und um bekannte Meßfehler (siehe Abschn. 5.1.5) korrigiert sind.

Solange kein Quench des Resonators vorliegt, ist die unbelastete Güte des Resonators, die nur durch die Verluste in den Hohlraumwänden bestimmt wird, um drei Größenordnungen höher als die belastete Güte. Die belastete Güte wird durch die Verluste durch Auskoppeln bestimmt und ist unabhängig vom Feld oder sonstigen schnell veränderlichen Größen. Innerhalb eines Pulses können also keine Veränderungen der Güte auftreten<sup>2</sup>. Man kann also die Güte des Resonators während des Feldabfalls am Ende des HF- Pulses messen. Gleichung (5.3) vereinfacht sich zu

$$\omega_{1/2} = -\frac{\dot{\bar{U}}_b}{\bar{U}_b} \Leftrightarrow Q_L = -1.3 \text{ GHz} \cdot 2 \frac{\bar{U}_b}{\dot{\bar{U}}_b}. \quad (5.7)$$

Der Bruch kann durch Mittelwertbildung über den Differenzenquotienten gebildet werden oder durch lineare Regression der logarithmischen Feldamplitude im Bereich des Feldab-

<sup>2</sup>es sei denn, die Supraleitung würde zerstört (Quench) und damit die unbelastete Güte extrem erniedrigt

falls. Obwohl die Bandbreite des Resonators somit bestimmt ist, ist es dennoch interessant, die gesamte Gleichung zu betrachten:

$$f_{1/2} = -\frac{\dot{\bar{U}}_b}{2\pi} \left( \bar{U}_b - 2\bar{U}_e \cos(\phi_e - \varphi_b) + R_L \bar{I}_s \cos(\phi_s - \varphi_b) \right)^{-1} \quad (5.8)$$

Unter der oben begründeten Annahme, daß die Bandbreite während des Pulses konstant bleibt, können die Kalibrationskoeffizienten für  $\hat{U}_e$  und  $\hat{I}_s$  bestimmt werden. In dieser Arbeit wird diese Gleichung zur Bestimmung der Direktivität der Richtkoppler benutzt (Abschnitt 5.1.5).

#### 5.1.4 Strahlphase

Eine der wichtigsten Größen, die mit der Identifikation zu ermitteln ist, ist die Strahlphase in jedem Resonator (A.3). Eine wichtige Aufgabe des Steuerprogrammes wird es sein, die Hochfrequenz auf die richtige Phase in Bezug auf den Zeitpunkt des Durchflugs der Elektronenpakete durch die Mitte des Resonators einzustellen. Außerdem soll daß System auch in der Lage sein, die korrekte Phase des Hochfrequenzfeldes auch während des Beschleunigerbetriebes zu überprüfen, wobei der Strahl die Referenz sein muß.

Eine sehr präzise Methode, die Strahlphase zu messen, ist es, den Strahl durch die unregelmäßig beschleunigten Beschleunigungsstrukturen zu schießen und die Änderung der Amplituden- und Phasenkurven des Feldes zu messen. Auf diese Art und Weise wird die Vektorsummenziehung im Hochfrequenzsystem vorgenommen. Es sind Phasenbestimmungen mit einem Fehler kleiner als  $1^\circ$  möglich. Näheres dazu findet man bei [Trans] und [Lie Dipl].

Soll die Messung unter allen erdenklichen Betriebsbedingungen funktionieren, ist es notwendig, neben der Veränderung des Feldes in den Beschleunigungsstrukturen auch die Änderung der einfallenden Leistung zu beachten. Aus Gleichung (5.1) kann man Amplitudenfaktoren und Phasendifferenzen für den Strahlstrom bestimmen. Ist die Kalibration der Hochfrequenz aus vorherigen Messungen bekannt, sind die Ergebnisse für die Einzelmessungen der Strahlphase sehr gut ( $\pm 3^\circ$ ). Die Fehler sind statistischer Natur, können also durch Mehrfachmessungen reduziert werden.

Die Resonatoren haben mechanische Zeitkonstanten von einigen 100 Mikrosekunden. Das heißt Verformungseffekte, wie die Änderung der Resonanzfrequenz durch den Strahlungsdruck, wirken sich ebenfalls mit Zeitkonstanten von einigen Mikrosekunden aus. Daher kann man die Verstimmung des Resonators über den Zeitraum von  $10 \mu s$  als konstant ansehen. Man kann also die Gleichung (5.1) kurz vor und kurz nach dem Beginn des Strahlstromes betrachten und dabei sowohl  $\omega_{1/2}$  als auch  $\Delta\omega$  als konstant ansehen. Man erhält dann

$$(\omega_{1/2} - i\Delta\omega) = \left[ -\frac{\dot{\hat{U}}_b}{\hat{U}_b} + 2\omega_{1/2} \frac{\hat{U}_e}{\hat{U}_b} \right]_{t=t_1} = \left[ -\frac{\dot{\hat{U}}_b}{\hat{U}_b} + 2\omega_{1/2} \frac{\hat{U}_e}{\hat{U}_b} - k_s \omega_{1/2} \frac{R_L \hat{I}_s}{\hat{U}_b} \right]_{t=t_2} \quad (5.9)$$

Der Koeffizient  $k_s$  kann als Kalibrationskoeffizient für den Strahlstrom angesehen werden. Da der Strom als Skalar gemessen wird, ist der Polarwinkel von  $k_s$  gleich der gesuchten Strahlphase. Eine Abweichung  $|k_s| \neq 1$  deutet auf Probleme bei der Messung oder auf Fehler in der Kalibration der Hochfrequenz bzw. der Strommessung hin. Da die genaueste Feldkalibration aber ebenfalls auf strahlinduzierten Feldern basiert, sind mit dieser

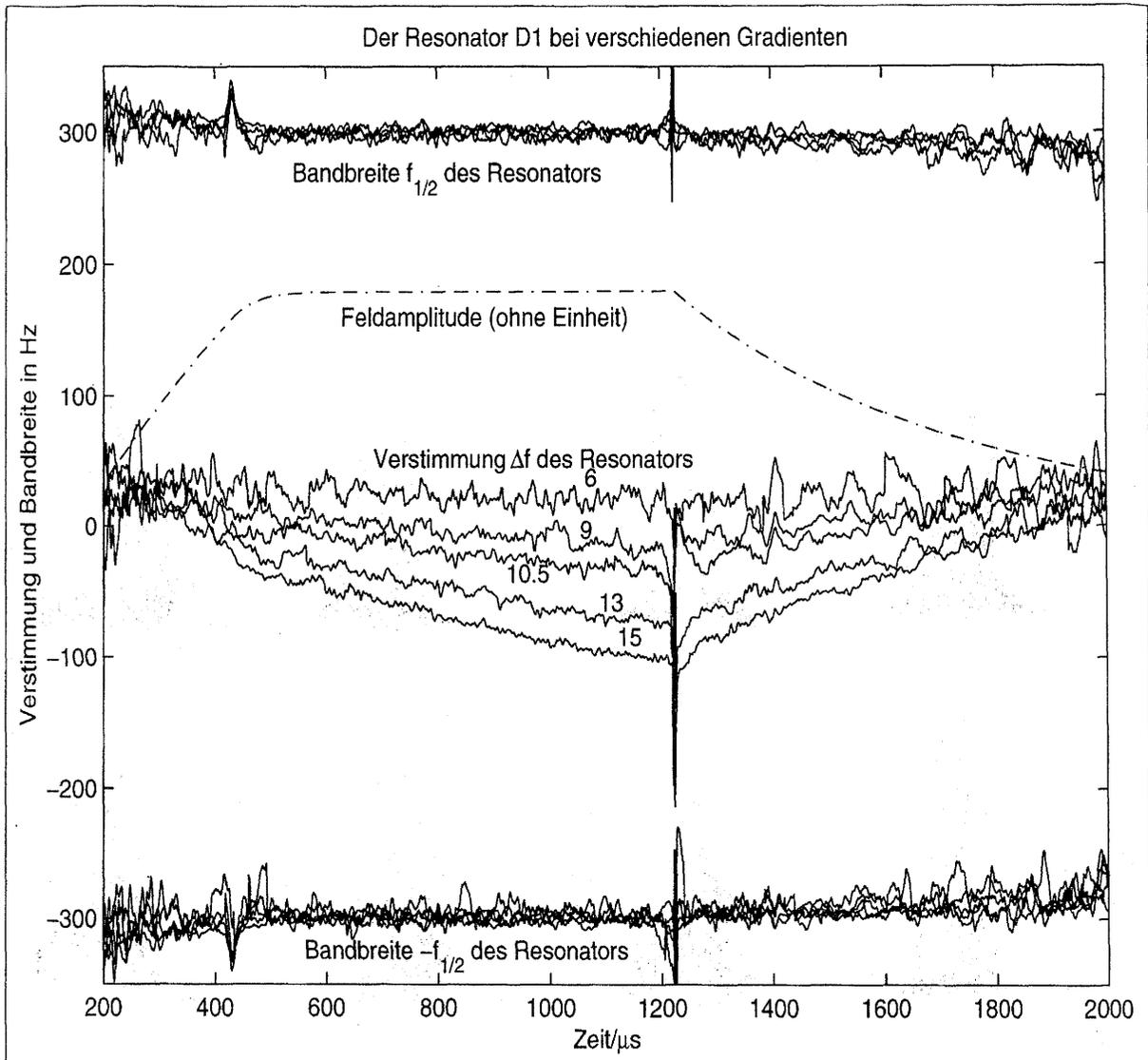


Abbildung 5.4: Der Resonator D1 bei Gradienten von 6MV/m, 9MV/m, 10.5MV/m, 13MV/m und 15MV/m. Aufgetragen sind die verschiedenen Kurven der Verstimmung und der Bandbreite. Der Feldverlauf ist angedeutet. Die Fehlerangaben wurden der Übersicht halber weggelassen, liegen aber im Bereich der in Abb. 5.3 gezeigten. Der Resonator wurde bei einer Bandbreite von 300Hz betrieben, die entsprechende Kurve ist innerhalb der Fehlergrenzen konstant, die verbleibende Steigung der Kurve ist auf minimale Ungenauigkeiten in der Kalibrierung der Vorwärtsleistung zurückzuführen. Zur besseren Deutlichkeit wurde die Bandbreite mit positivem und negativem Vorzeichen gezeichnet. Zum Beginn und Ende des Pulses wird der Fehler sehr groß, da das Feld sehr klein und damit die Messung ungenau wird, an scharfen Übergängen sorgt der Tiefpass der Ausgleichsrechnung trotz Grenzwertbildung für offensichtliche Fehlmessungen. Die Messungen lassen auf eine Vorverstimmung auf  $40 \pm 20$  Hz über der Betriebsfrequenz schliessen.

Bestimmung bestenfalls Drifts in der Kalibration zu entdecken. Weitergehende Aussagen sind damit nicht möglich. Durch Umformung der Gleichung (5.9) erhält man

$$k_s = \frac{\hat{U}_b(t_2)}{\hat{U}_b(t_1)} \cdot \frac{\hat{U}_b(t_1) - 2\omega_{1/2}\hat{U}_e(t_1)}{\omega_{1/2}R_L\hat{I}_s} - \frac{\hat{U}_b(t_2) - 2\omega_{1/2}\hat{U}_e(t_2)}{\omega_{1/2}R_L\hat{I}_s}. \quad (5.10)$$

Analog kann man am Ende des Strahlpulses vorgehen.

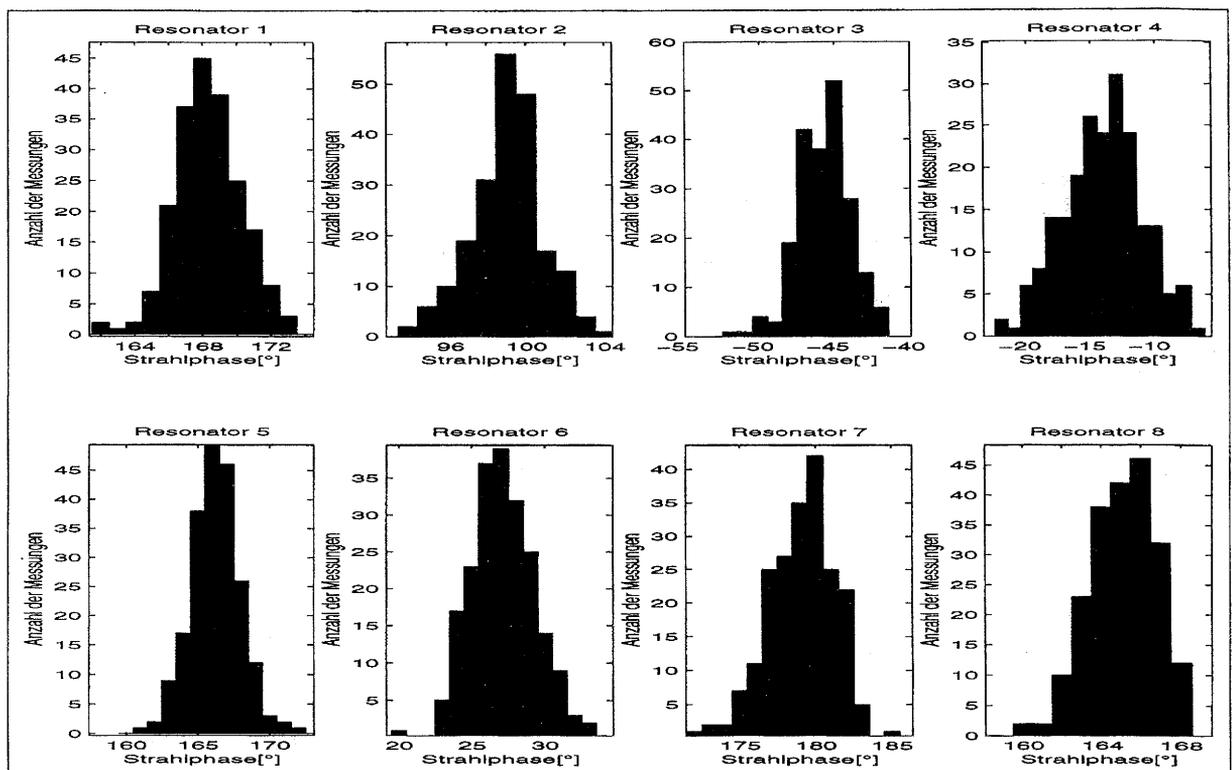


Abbildung 5.5: Messungen der Strahlphase; die einzelnen Bilder zeigen für jeden Resonator jeweils ein Histogramm der gemessenen Strahlphasen. Die Messungen erfolgten mit Kompensation des strahlinduzierten Feldes. Die Strahlphase wird hier relativ zum LO (2) angegeben.

### 5.1.5 Richtwirkung der Richtkoppler

Die endliche Richtwirkung der Richtkoppler hat einen deutlichen Einfluß auf die Qualität der Ergebnisse. Durch das wechselseitige Übersprechen der Signale von einfallender und auslaufender Welle auf das jeweils andere werden vor allem Phasenmessungen beeinträchtigt. In Abbildung 5.7 ist erkennbar, daß der Effekt den Verlauf der gemessenen Kurven verändert.

Die Bestimmung der Direktivität erfordert unterschiedlich großen Aufwand für die zwei Signale. Da das Klystron nach 1.4ms abgeschaltet wird, kann man davon ausgehen,

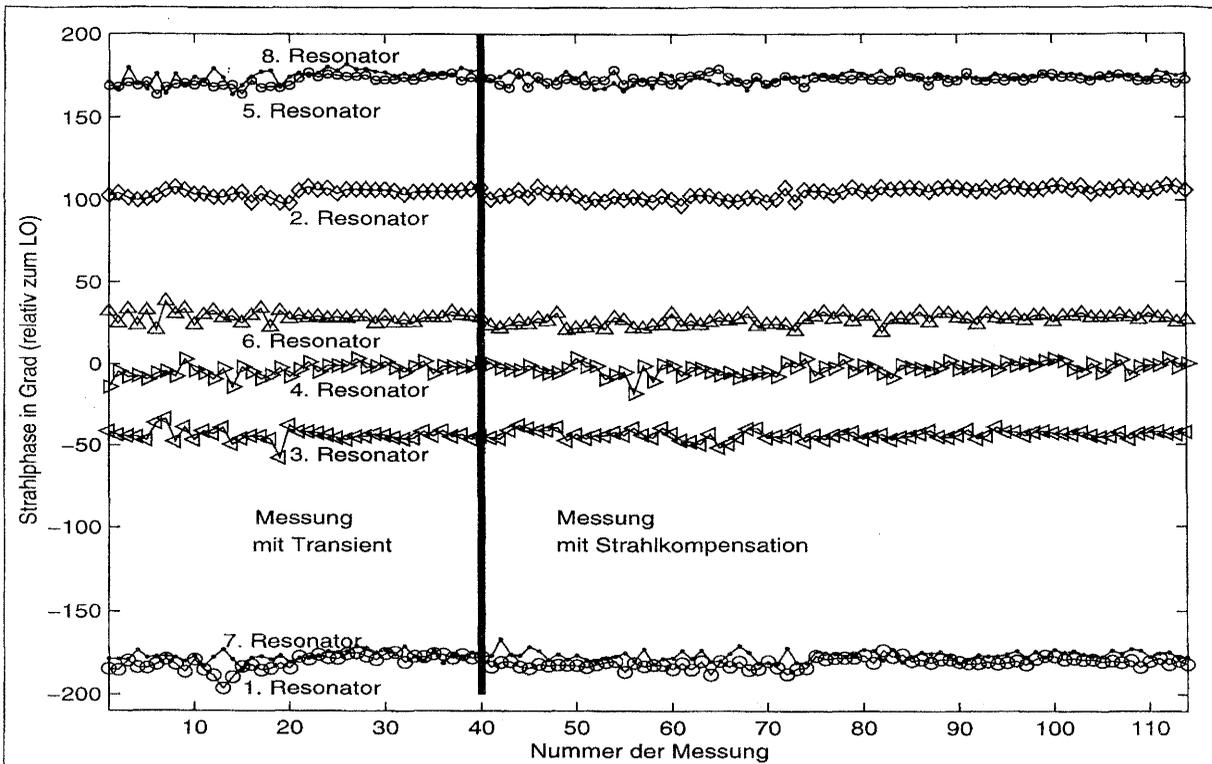


Abbildung 5.6: Bestimmung der Strahlphase; durch Transienteneichung wurden die unterschiedlichen Phasen der Resonatoren relativ zum Strahleinschuss bestimmt, nach Einschalten der Strahlkompensation wurde diese Messung mit Systemidentifikation durchgeführt.

daß Signale, die zu einem späteren Zeitpunkt im Kanal für die Vorwärtsleistung gemessen wird, vom Übersprechen der rücklaufenden Leistung stammen. Daher kann man den Koeffizienten  $d_e$  (siehe 5.5) durch Mittelwertbildung des Quotienten

$$d_e = \left[ \frac{\hat{U}_e(t)}{\hat{U}_a(t)} \right]_{t > 1.4ms} \quad (5.11)$$

finden. Eine etwaige Reflektion am Zirkulator wurde dabei vernachlässigt. Diese liegt um Größenordnungen unter dem Übersprechen des Richtkopplers. Gäbe es jedoch nennenswerte Reflektionen am Zirkulator, wäre obige Meßmethode falsch und man müßte auch nach Abschalten des Klystrons noch mit Vorwärtsleistung rechnen.

Da die Anwesenheit einer vorlaufenden Welle immer auch die Anwesenheit einer reflektierten Welle bedeutet<sup>3</sup>, ist für die Bestimmung der Direktivität des Ausgangs für die rücklaufende Leistung ein anderer Weg einzuschlagen. Dort kann man sich die Verfälschung der Meßergebnisse für die Bandbreite des Resonators zunutze machen.

Mit Hilfe der Gleichung (5.8) ergibt eine Regression, welche Bedingungen an  $\hat{U}_e$  gestellt werden müssen, um eine konstante Bandbreite zu erhalten. Diese Bedingungen bestehen

<sup>3</sup>Es sei denn, es wurde ein perfekter Abschluß der Leitung erreicht, was sehr schwer zu schaffen – und vor allem zu überprüfen – ist.

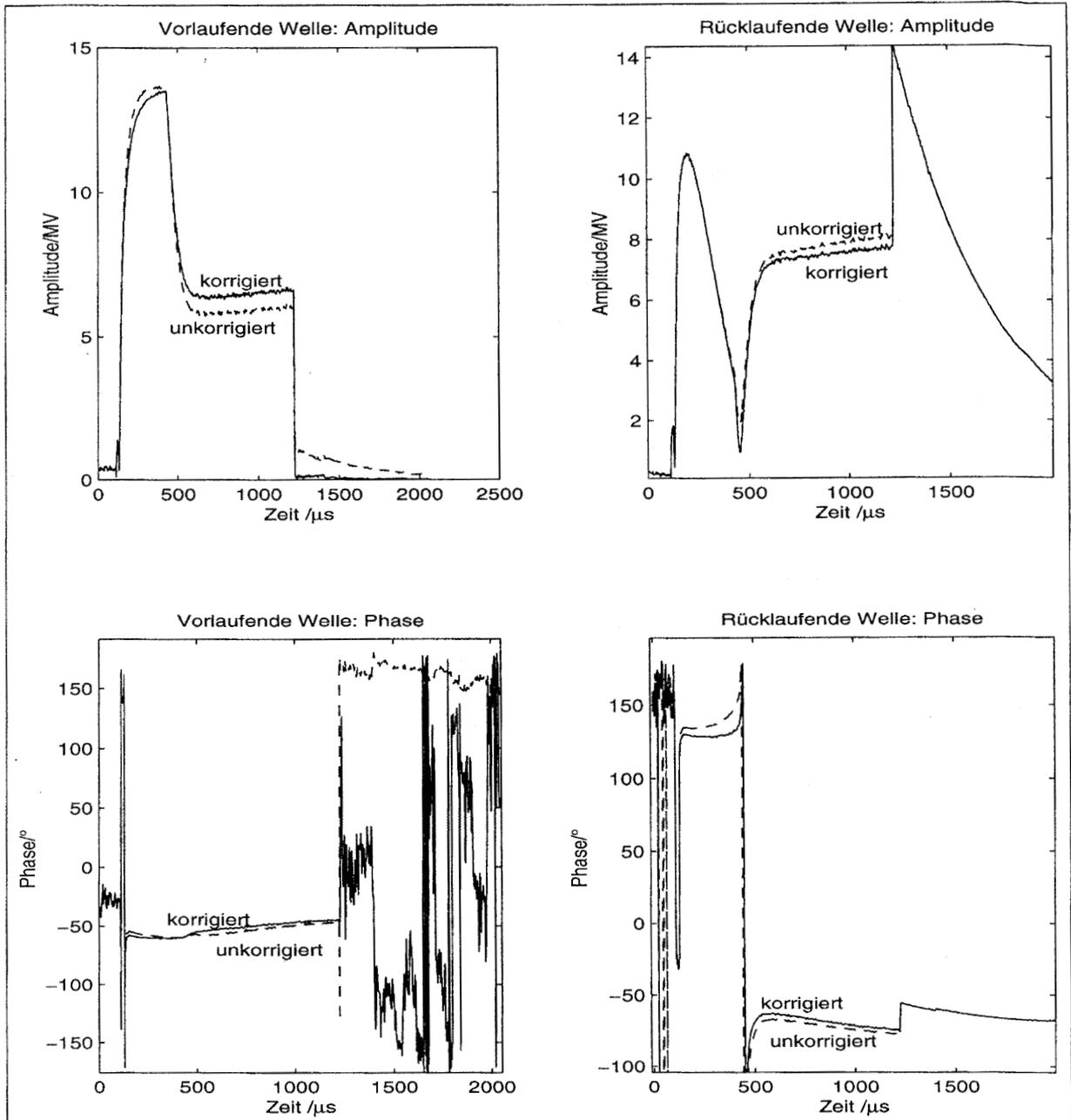


Abbildung 5.7: Der Einfluß der endlichen Direktivität auf die Messignale; gezeigt sind Amplituden- und Phasenkurven für die vorlaufenden und rücklaufenden Wellen, einmal als unkorrigierte Meßkurven und einmal um die Direktivität korrigiert. Man sieht, daß sich die Korrekturen bei der vorlaufenden Welle am stärksten bemerkbar machen.

aus einem komplexen Kalibrationsfaktor  $f_e$ , mit dem die gemessene, direktivitätskorrigierte  $\hat{U}_e$ -Kurve multipliziert werden muß. Gleichzeitig werden unter Verwendung von Gleichung (5.4) zwei Koeffizienten  $f_e^*$  und  $f_a^*$  bestimmt, die die Stetigkeitsbedingung für

die unkorrigierten  $\hat{U}_e^*$  und  $\hat{U}_a^*$  erfüllen. Aus den Gleichungen

$$\begin{aligned}\hat{U}_b &= f_e^* \hat{U}_e^* + f_a^* \hat{U}_a^* \\ &= (f_e - f_a d_a) \hat{U}_e^* + (f_a - f_e d_e) \hat{U}_a^*\end{aligned}\quad (5.12)$$

kann man durch einfache Umformungen die Koeffizienten  $d_a$  und  $f_a$  berechnen

$$d_a = \frac{f_e - f_e^*}{f_a^* + f_e d_e} \quad (5.13)$$

$$f_a = \frac{f_a^* + f_e^* d_e}{1 - d_e d_a}. \quad (5.14)$$

## 5.2 Optimierung der Regelung

In den vorherigen Abschnitten wurden Untersuchungen vorgestellt, die unabhängig von der Regelung der Hochfrequenz sind. In diesem Abschnitt sollen die Parameter der Regelung bestimmt werden, um diese optimieren zu können. Zum Aufbau der Regelung siehe Abschnitt 3.1. Da diese Untersuchungen zum Zeitpunkt des Hochfahrens der Maschine gemacht werden, besteht die Möglichkeit, mit der Methode der Sprungantwort zu arbeiten, ohne Störungen des Strahlbetriebs befürchten zu müssen.

### 5.2.1 Störsignale

Die Feldmessung mittels Abtastung eines 250kHz Signals mit Taktrate 1MHz erzeugt ein deutliches Störsignal von 250kHz auf der gemessenen Vektorsumme. Diese Komponente überragt alle anderen Frequenzkomponenten des Rauschens bei weitem. Um dieses Signal zu unterdrücken, wurde in den Regler ein digitaler Tiefpassfilter eingebaut. Dieser hat den Vorteil, daß er gleichzeitig die Frequenzkomponente der  $\frac{8}{9}\pi$ -Mode unterdrückt, die bei 800 kHz liegt, durch die Abtastung jedoch bei 200 kHz wahrgenommen wird (siehe [Schilcher]). Der Tiefpass hat die Formel

$$y_k = \frac{1}{N} x_k + \left(1 - \frac{1}{N}\right) y_{k-1} \quad ; N = 4, \quad (5.15)$$

seine Eckfrequenz ist

$$\omega_{filt} = -\frac{1}{T_t} \ln \left(1 - \frac{1}{N}\right).$$

Dabei bedeutet  $x_k$  Eingabewert Nummer k und  $y_k$  Ausgabewert Nummer k. Den durch das 250 kHz-Signal verursachten systematischen Fehler kann man weiterhin unterdrücken, indem man ihn in der Setzpunkttable bereits berücksichtigt.

Zur Bestimmung der angepassten Setzpunkttable geht man von einer gemessenen Vektorsumme aus. Diese sollte nahe an den gewünschten Feldverlauf herankommen, muß ihn aber nicht genau treffen, da nur Amplitudenverhältnisse keine Absolutwerte interessieren. Das Verhältnis von 250kHz-Signal zur gemittelten Vektorsumme muß nur noch zur Setzpunkttable dazuaddiert werden und es ergibt sich die optimierte Tabelle. Das Störsignal auf dem Regelsignal wird dadurch nochmals unterdrückt, vor allem, wenn man

den digitalen Filter abschaltet, was die Totzeit des Reglers erniedrigt und damit die maximale Rückkopplungsverstärkung heraufsetzt. Zur Bestimmung der Größen sind folgende Filter geeignet:

$$y_n = \frac{3}{4}x_n + \frac{1}{2}x_{n-2} - \frac{1}{4}x_{n-4} \quad \text{Vektorsumme} \quad (5.16)$$

$$\Delta y_n = \frac{1}{4}x_n - \frac{1}{2}x_{n-2} + \frac{1}{4}x_{n-4} \quad 250\text{kHz} \quad (5.17)$$

Dabei wird der Feldverlauf in erster Ordnung mitberücksichtigt.

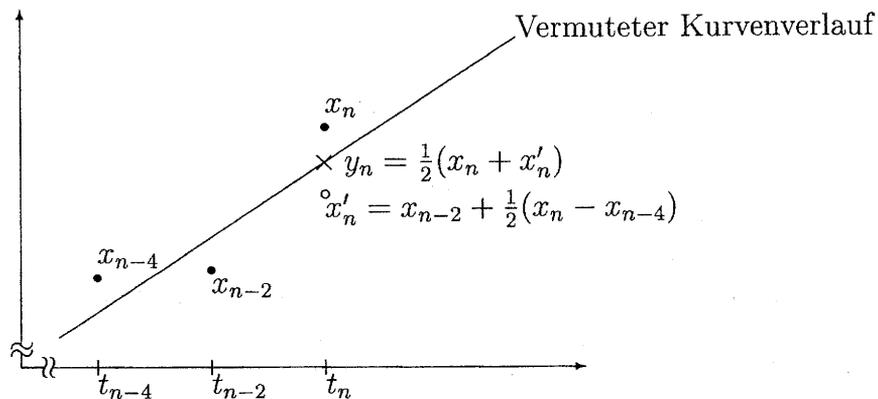


Abbildung 5.8: Digitaler Filter zur Unterdrückung des 250 kHz Störsignals. Der Ausgabewert ist der Mittelwert aus Meßwert  $x_n$  und Schätzwert  $x'_n$

## 5.2.2 Regelschleifenlänge

Für das richtige Funktionieren der Regelung ist es wichtig, daß der Phasenvorschub entlang der Regelschleife für die Betriebsfrequenz ein ganzzahliges Vielfaches von  $2\pi$  ist (siehe 3.4). Zur Bestimmung des Phasenvorschubs ist es ausreichend, die Antwort der Meßstrecke auf einen wohldefinierten Sprung in der Vorausregeltabelle zu betrachten. Dazu wird die Messung mit Sprung mit der Messung ohne Sprung verglichen. Die Differenz ist die Sprungantwort. Der Startwert ihrer Phase ist der gesuchte Phasenvorschub (siehe auch [Lie Dipl]).

## 5.2.3 Regelungsqualität

Durch die Einstellung der Rückkopplungsverstärkung  $K$  nimmt man starken Einfluß auf die Qualität der Regelung, kann aber gleichzeitig Instabilitäten herbeiführen, die im Extremfall sogar zu Schäden an den Installationen führen können. Daher ist es unerlässlich, dem Operateur Kriterien an die Hand zu geben,  $K$  sicher einzustellen.

Hier betrachtet man die Sprungantwort des gesamten Systems inklusive Regler. Daher wird eine Reihe von Sprüngen auf die Setzpunkttablette gegeben und die Antworten auf dem Reglerausgang und auf der Vektorsumme betrachtet. Erstere geben Auskunft über

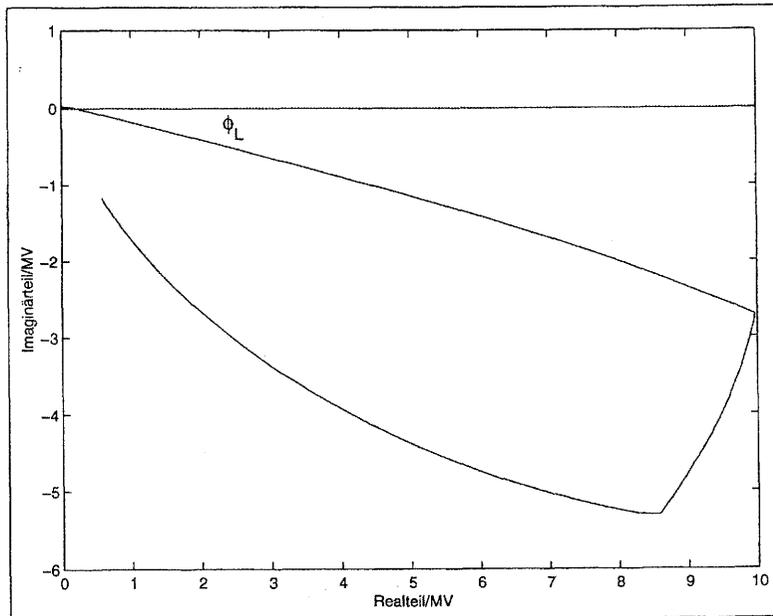


Abbildung 5.9: Zur Bestimmung des Phasenvorschubs über der Regelschleife; Feldverlauf eines Resonators (ungeregelt) in der in der komplexen Ebene. Die Füllkurve startet unter einem Phasenwinkel, der der Regelschleifenlänge entspricht. Die Kurve ist aufgrund statischer und dynamischer Verstimmung des Resonators „aufgeblasen“.

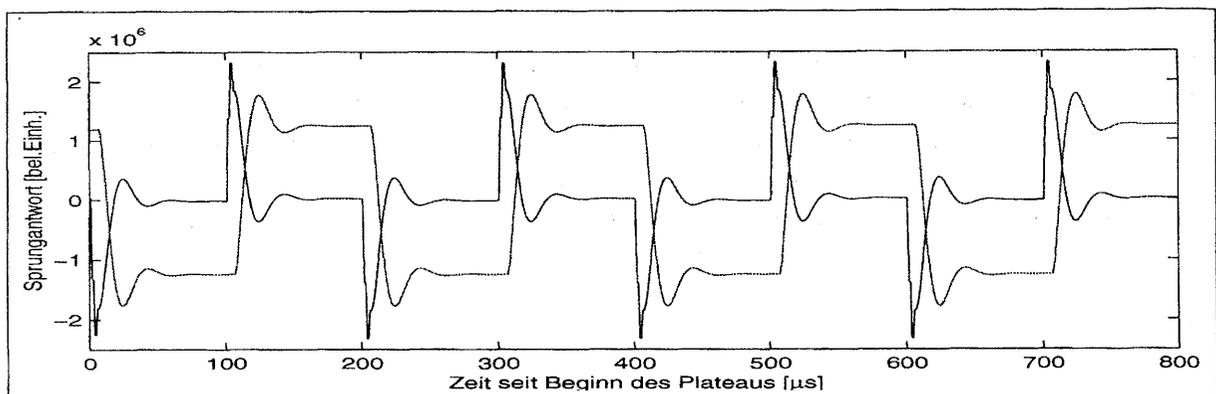


Abbildung 5.10: Sprungantworten des Reglerausgangs und der Vektorsumme auf eine Reihe von Sprüngen auf der Setzpunkttafel

die Stabilität des Systems, letztere über die Qualität der Regelung. Da die Regelung das Ausgangssignal auf den Eingang zurückführt, können durch die Trägheit des Systems Schwingungen entstehen. Bis zu einem gewissen Grad kann man diese Schwingungen akzeptieren, solange sie stark genug gedämpft sind, tun sie der Stabilität keinen Abbruch. Ein gutes Verfahren für das Hochfahren der Verstärkung  $K$  ist es, daß  $K$  so lange erhöht wird, bis das zweite Maximum der Schwingung auf dem Reglerausgang größer einem Drittel des ersten Maximums wird. Das System ist dann immer noch sehr stabil, man

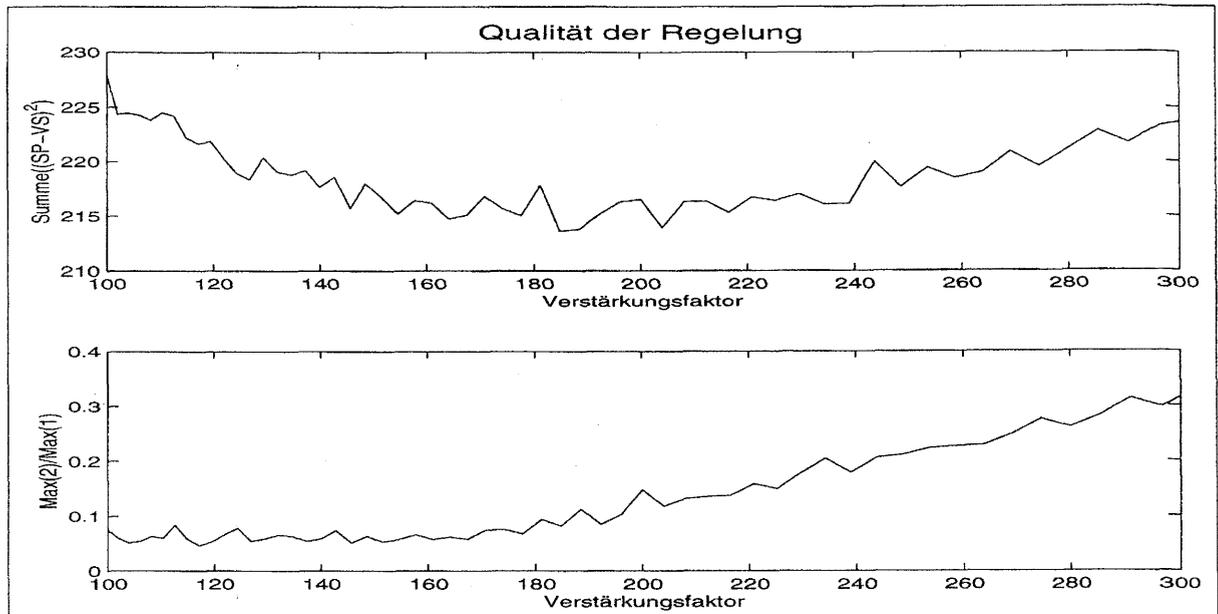


Abbildung 5.11: Qualität der Regelung in Abhängigkeit vom Verstärkungsfaktor  $K$ ; Gezeigt ist die Summe der quadratischen Abweichungen der Vektorsumme von der Setzpunkttabelle über die Dauer des Plateaus. Die Setzpunkttabelle wurde mit alternierenden Sprüngen von 1% Höhe und jeweils 100 Zeitschritten ( $100\mu s$ ) Dauer versehen (siehe Abb. 5.10).

kann aber sicher sein, das Optimum der Einstellungen schon überschritten zu haben. Gleichzeitig wird die mittlere quadratische Abweichung der Vektorsumme vom Sollwert (RMS-Fehler) über den Puls aufsummiert. Die Einstellung, bei der diese Summe minimal wird, ist das Optimum für den Betrieb des Beschleunigers.

Man kann dieses Kriterium noch erweitern, indem man mit einer frei gewählten Wichtung  $R$  (subjektiv) den Leistungsaufwand in diese Summe miteinbezieht:

$$Q = \sum_k \left( |\Delta \hat{U}_b|^2 + R |\Delta \hat{U}_e|^2 \right) \quad (5.18)$$

Dabei gilt es, den Wert von  $Q$  zu minimieren. Dann wird die Summe über die quadratischen Fehler der Vektorsumme  $|\Delta \hat{U}_b|^2$  minimal, ohne daß der Leistungsaufwand  $\sim |\Delta \hat{U}_e|^2$  zu groß wird.

#### 5.2.4 Nichtlinearitäten

Mit Hilfe der korrigierten Kurven für die vorlaufenden Wellen an den Resonatoreingängen kann man Nichtlinearitäten in der Kennlinie des Klystrons und der mit ihm verbundenen Elemente angeben – natürlich nur als Gesamtsystem. Der Vektor der vorlaufenden Welle an jedem Resonator sollte proportional zum Ausgangssignal des Reglers sein. Komplexe Division der beiden Größen ergibt die Verstärkung und den Phasenvorschub des Systems aus Vektormodulator und Klystron. Die Abbildung 5.12 zeigt ihren zeitlichen

Verlauf. Man sieht, daß sich die Verstärkung und der Phasenvorschub während des Hochfrequenzpulses ändern. Damit ändern sich natürlich auch der Phasenvorschub und die Verstärkung der Rückkoppelschleife des Reglers. Mit dieser Methode läßt sich natürlich auch die Regelschleifenlänge bestimmen. In Abbildung 5.12 läuft der zu kompensierende Phasenvorschub von  $-35^\circ$  bis  $-45^\circ$ . Betrachtung der Startphase der Resonatoren ergibt dementsprechend den Phasenvorschub  $-35^\circ$ . Durch Festlegung auf einen Zeitpunkt im Puls und Variieren der Amplitude der Ansteuerung kann die nichtlineare Kennlinie des Klystrons aufgenommen werden.

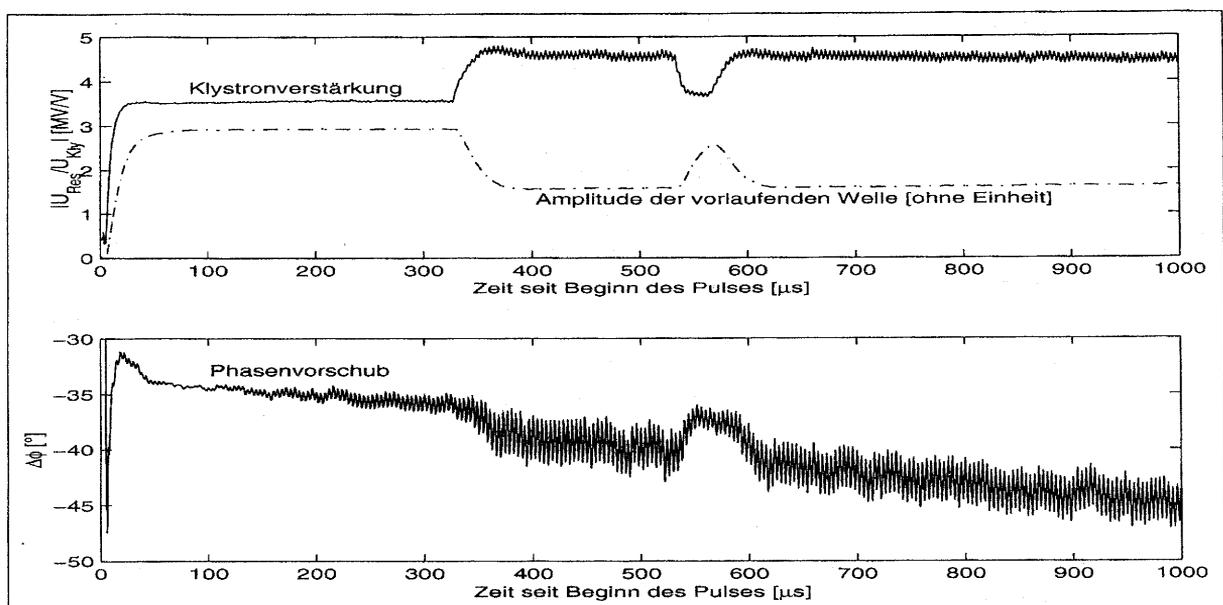


Abbildung 5.12: Verlauf der Verstärkung und des Phasenvorschubs des Systems Vektormodulator-Klystron. Im oberen Bild ist zur besseren Einordnung gestrichelt die Amplitude der vorlaufenden Welle eingetragen. Man sieht deutlich zwei Arten von Fehlern: Die erste ist mit Änderungen des Regelsignals korreliert, ist also höchstwahrscheinlich auf den Vektormodulator zurückzuführen, da das Klystron noch bei Leistungen weit von der Sättigung entfernt betrieben wurde. Die zweite ändert sich im Verlaufe des Pulses, am deutlichsten bei der Phasendrift über die Pulslänge zu erkennen. Diese ist auf eine leichte Abnahme der Klystronhochspannung über die Dauer des Pulses zurückzuführen. Im gleichen Ausmaß ändert sich natürlich auch der Phasenvorschub über die Regelschleife.

## 6 3-Stempel-Abstimmer

In der TESLA Test Facility werden momentan 8, später 16, 24 und sogar 32 Resonatoren mit einem einzigen Klystron betrieben. Dadurch ist es nicht mehr möglich, die Phasen und Amplituden der einzelnen Resonatoren zu regeln, sondern es kann nur noch die Vektorsumme aller Felder geregelt werden. Um dennoch die Möglichkeit zu haben, die Felder der individuellen Resonatoren zu beeinflussen, sind in den Hohlleitern vor den einzelnen Resonatoren sogenannte 3-Stempel-Abstimmer eingebaut. Mit diesen können – je nach Bedarf – die Phasen der einfallenden Wellen geschoben oder die belasteten Güten durch Einführung einer zusätzlichen Transformation verändert werden.

### 6.1 Prinzip des 3-Stempel-Abstimmers

In Abschnitt 2.2 wurde die Differentialgleichung eines supraleitenden Resonators mit Ankopplung an einen Resonator aufgestellt. Eine wichtige Annahme war, daß die rücklaufende Leistung über einen Zirkulator reflektionsfrei in die Last  $Z_0$  abgeleitet wird. An dieser Stelle soll untersucht werden, welche Modifikationen an Gleichung (2.19) vorgenommen werden müssen, wenn man diese Annahme fallen läßt. Ausgangspunkt ist also

$$\dot{\hat{U}}_b = -(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)\hat{U}_b + 2\omega_{1/2}\hat{U}_e - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{Q}\right)\omega_0\hat{I}_s. \quad (2.19)$$

Wie auch bei allen anderen Rechnungen werden alle Größen auf die Resonatorseite des Kopplers transformiert betrachtet. Dann gilt die Stetigkeitsbedingung am Eingang des Resonators

$$\hat{U}_b = \hat{U}_e + \hat{U}_a. \quad (6.1)$$

Damit kann man Gleichung (2.19) umschreiben, indem man auf der rechten Seite nur noch die einlaufende und auslaufende Welle betrachtet

$$\dot{\hat{U}}_b = \omega_{1/2}(\hat{U}_e - \hat{U}_a) + i\Delta\omega(\hat{U}_e + \hat{U}_a) - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{Q}\right)\omega_0\hat{I}_s. \quad (6.2)$$

Das entspricht auch den tatsächlichen physikalischen Vorgängen im Resonator: Der maßgebliche Teil der dissipierten Leistung geht nicht im Resonator, sondern durch die auslaufende Welle verloren, da die belastete Güte sehr viel geringer ist als die unbelastete Güte. Daher ist es nur konsequent, die Änderung des Feldes nur noch durch die ein- und auslaufenden Wellen zu beschreiben.

Die entscheidende Änderung des Resonatorverhaltens findet statt, wenn man eine Reflektionsstelle in der Zuleitung zum Resonator zuläßt. Im TTF-Linearbeschleuniger werden solche Reflektionen durch die 3-Stempel-Abstimmer gezielt erzeugt. Im nächsten Abschnitt wird auf die genaue Funktionsweise dieser Abstimmer noch genauer eingegangen. An dieser Stelle genügt es, sie als Störung im Hohlleiter zu betrachten, die nur einen Anteil  $d$  der einfallenden Welle durchläßt und einen Anteil  $r$  der rücklaufenden Welle zum Resonator zurückleitet. Die Werte von  $d$  und  $r$  seien als komplex angenommen, um eine

mögliche Phasenschiebung beschreiben zu können. In den 3-Stempel-Abstimmern treten keine Verluste auf,

$$|d|^2 + |r|^2 = 1. \quad (6.3)$$

Für schnelle Änderungen der einfallenden Welle verhält sich der Resonator nahezu wie ein Kurzschluß. Betrachtet man nun alle bis zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t$  eingefallene Leistung als durch das Resonatorfeld  $\hat{U}_b(t)$  beschrieben, stellt eine weiterhin einfallende Welle einen Sprung dar, der dem Resonatorfeld überlagert wird. Dann wird die rücklaufende Welle durch eine Überlagerung der reflektierten Welle  $-\hat{U}_e$  und der von der Resonatorseite her transmittierten Welle  $\hat{U}_b$  dargestellt,

$$\hat{U}_a = -\hat{U}_e + \hat{U}_b. \quad (6.4)$$

Was zunächst wie eine reine Umformung der Stetigkeitsbedingung (6.1) aussieht, hat durchaus tiefere physikalische Bedeutung, die sich erschließt, wenn man die Mehrfachreflektionen betrachtet, die zwischen dem Resonator und der Reflektionsstelle im Hohlleiter auftreten. Jede Welle, die auf die Reflektionsstelle auftrifft, wird zum Teil  $r$  reflektiert. Am Resonator wird dieser Teil wiederum reflektiert und trifft mit umgekehrten Vorzeichen wieder auf die Reflektionsstelle. Dieser Vorgang addiert sich auf zu einer geometrischen Reihe

$$U_{ges} = U_1 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (-r)^k = \frac{1}{1+r} U_1, \quad |r| < 1. \quad (6.5)$$

Mit einer Reflektionsstelle im Hohlleiter verändert sich die einfallende Welle zu

$$\hat{U}'_e = \frac{d}{1+r} \hat{U}_e + \frac{r}{1+r} \hat{U}_b, \quad (6.6)$$

während die geänderte Welle

$$\hat{U}'_a = -\frac{d}{1+r} \hat{U}_e + \frac{1}{1+r} \hat{U}_b \quad (6.7)$$

das System verläßt. Trägt man die geänderten Spannungen  $\hat{U}'_e$  und  $\hat{U}'_a$  in Gleichung (6.2) ein, so erhält man

$$\hat{U}_b = \omega_{1/2} \left( \frac{2d}{1+r} \hat{U}_e - \frac{1-r}{1+r} \hat{U}_b \right) + i\Delta\omega \hat{U}_b - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{Q} \right) \omega_0 \hat{I}_s. \quad (6.8)$$

Unter Benutzung der Bedingung (6.3) kann man die Gleichung umschreiben in

$$\hat{U}_b = \omega'_{1/2} (n_3 2\hat{U}_e e^{i\Delta\phi_e} - \hat{U}_b) + i(\Delta\omega - \Delta\omega_3) \hat{U}_b - \frac{1}{2} \left( \frac{r}{Q} \right) \omega_0 \hat{I}_s \quad (6.9)$$

$$n_3 = \left( \sqrt{\Re \left( \frac{1-r}{1+r} \right)} \right)^{-1}$$

$$\omega'_{1/2} = \omega_{1/2} \Re \left( \frac{1-r}{1+r} \right)$$

$$\Delta\omega_3 = \omega_{1/2} \Im \left( \frac{1-r}{1+r} \right)$$

$$\Delta\phi_e = \angle \left( \frac{d}{1+r} \right)$$

Eine Reflektionsstelle in der Zuleitung zum Resonator wirkt also wie ein Transformator, der eine zusätzliche Transformation  $1 : n_3$  bewirkt. Die Spannungsamplitude der einfallenden Welle wird dadurch um den Faktor  $n_3$  vergrößert, der Lastwiderstand und damit die belastete Güte werden um einen Faktor  $n_3^2$  vergrößert, bzw die Bandbreite um einen Faktor  $n_3^2$  erniedrigt. Gleichzeitig bewirkt der Transformator eine Phasenverschiebung der einfallenden Welle um den Winkel  $\Delta\phi_e$ . Ist der Reflektionsfaktor komplex, wird ausserdem die Resonanzfrequenz des Gesamtgebildes aus Resonator und Transformator um  $\Delta\omega_3$  verschoben.

### 6.1.1 Ersatzschaltbild

Der 3-Stempel-Abstimmer besteht aus einem Hohlleitersegment, in das drei Stempel von oben hereinragen. Die Stempel sind jeweils in der Mitte des Hohlleiters angebracht und haben untereinander jeweils einen Abstand von  $8\text{cm}$ , das entspricht einem Viertel der Abschneidewellenlänge  $\lambda_c$ . Für den verwendeten Hohlleiter beträgt die Abschneidewellenlänge

$$\lambda_c = 2a = 32\text{cm} \quad a = 16\text{cm} \quad \text{Breite des Hohlleiters.}$$

Die Eindringtiefe der Stempel kann über eine Mikrometerschraube im Bereich von 0 bis 45 Millimetern eingestellt werden. Für zukünftige Anwendungen ist es vorgesehen, die Stempel zu motorisieren, bisher ist eine Motorsteuerung nur an einem einzigen Tripel installiert.

Für den ungestörten Hohlleiter reicht es aus, den Energietransport nur in der  $H_{10}$ -Welle zu betrachten, da im Frequenzbereich um  $1.3\text{GHz}$  ein Hohlleiter der Breite  $16\text{cm}$  nur in dieser Mode durchlässig ist. An den Stempeln werden – bei  $1.3\text{GHz}$  in diesem Hohlleiter nicht ausbreitungsfähige – Moden höherer Ordnung angeregt. Dieser Effekt kann durch eine der Leitung parallelgeschaltete zusätzliche Kapazität beschrieben werden, da die Stempel vor allem das elektrische Feld beeinflussen, das senkrecht zur Ausbreitungsrichtung verläuft. Die longitudinalen Anteile des lokalen Feldes können durch zwei serielle Kondensatoren vor und hinter dem Stempel beschrieben werden [Marc 58]. Das Ersatzschaltbild für jeden der drei Stempel ist also eine T-Schaltung, wie sie in Abbildung 6.1 gezeigt wird. Die Feldstörungen treten nur in unmittelbarer Umgebung der Stempel auf, weshalb man die Wechselwirkung der Stempel untereinander vernachlässigen kann.

## 6.2 Berechnung

### 6.2.1 S-&T-Matrizen

Zur Vorhersage der Wirkung bestimmter Stempелеinstellungen ist es notwendig, die Durchlaß- und Reflektionskoeffizienten des 3-Stempel-Abstimmers zu berechnen. Da die Stempel als entkoppelt betrachtet werden können, bietet es sich an, die Wirkung eines einzelnen Stempels zu bestimmen und die Gesamtwirkung durch die korrekte Hintereinanderschaltung der drei Stempel zu berechnen.

Für die Charakterisierung beliebiger Bauelemente benutzt man in der Hochfrequenztechnik häufig ihre Streuparameter oder kurz S-Parameter. Für hohe Frequenzen ist es



	$T_s = \frac{1}{2Z_0 Z^*} \begin{bmatrix} QZ_0 - Z_0^2 - D & -Z_0^2 + D \\ Z_0^2 - D & QZ_0 + Z_0^2 + D \end{bmatrix}$ $D = Z^2 + 2ZZ^* \quad Q = 2(Z + Z^*)$
ein T-Glied pro Stempel	
	$T_l = \begin{bmatrix} e^{-\gamma l} & 0 \\ 0 & e^{\gamma l} \end{bmatrix}$ $\gamma = \sqrt{k_c^2 - k^2} \quad k_c = \frac{\pi}{a} \quad k = \frac{\omega}{c}$
ein Hohlleiterstück	
	$T_c = \frac{1}{2n} \begin{bmatrix} n^2 + 1 & n^2 - 1 \\ n^2 - 1 & n^2 + 1 \end{bmatrix}$
Transformator (Koppler)	
	$T_R = \frac{1}{2\sqrt{Z_0 Z_1}} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_0 & Z_1 - Z_0 \\ Z_1 - Z_0 & Z_1 + Z_0 \end{bmatrix}$
Leitungsübergang (Abschluß)	
	$T_Z = \begin{bmatrix} 1 - \frac{Z_0}{2Z} & -\frac{Z_0}{2Z} \\ \frac{Z_0}{2Z} & 1 + \frac{Z_0}{2Z} \end{bmatrix}$
parallele Impedanz	

Tabelle 6.1: Die T-Matrizen für einige ausgewählte Leitungselemente [CAS 92].

ungeeignet. Dort sind die T-Matrizen besser geeignet, die den Vektor  $(b_1, a_1)$  auf den Vektor  $(a_2, b_2)$  transformieren. So wird nämlich der Ausgang eines Zweiters automatisch zum Eingang des nachgeschalteten Zweiters. Zwischen S-Matrizen und T-Matrizen besteht ein umkehrbar eindeutiger Zusammenhang. Die Matrix T einer Kette von n Elementen, die jeweils durch die Matrizen  $T_1, T_2, \dots, T_n$  beschrieben werden, ist

$$T = T_1 \cdot T_2 \cdot \dots \cdot T_n.$$

Daraus läßt sich die S-Matrix des gesamten Systems ohne Probleme berechnen, indem man die T-Matrix des Gesamtsystems transformiert. Für die Umrechnung von S-Matrizen nach T-Matrizen und umgekehrt ergeben sich die folgenden Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} T_{11} &= S_{12} + \frac{S_{11} \cdot S_{22}}{S_{21}} & T_{12} &= \frac{S_{22}}{S_{21}} & T_{21} &= -\frac{S_{22}}{S_{21}} & T_{22} &= \frac{1}{S_{21}} \\ S_{11} &= \frac{T_{12}}{T_{22}} & S_{12} &= T_{11} - \frac{T_{12} \cdot T_{21}}{T_{22}} & S_{21} &= \frac{1}{T_{22}} & S_{22} &= -\frac{T_{21}}{T_{22}} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Offensichtlich wird die T-Matrix divergent, wenn der Wert von  $S_{21}$  zu Null wird. Das macht Sinn, da in diesem Fall das Element undurchlässig ist und damit keine Beziehung zwischen den beiden Eingängen besteht, T mithin undefiniert ist. Der Abschluß einer Leitung mit einem Kurzschluß ist so ein Fall. Umgekehrt divergiert die S-Matrix, wenn der Wert von  $T_{22}$  Null ist. Dieser Fall ist nur bei einem aktiven Bauelement möglich, denn es ist eine Konstellation möglich, in der es zwar auslaufende aber keine einlaufenden Wellen gibt. In so einem Fall sind S-Matrizen natürlich nicht sinnvoll.

Mit diesem Rüstzeug kann jetzt der 3-Stempel-Abstimmer berechnet werden. Mit Hilfe der Gleichung (6.9) kann man die zusätzliche Transformation und den Phasenschub angeben, sobald man die Werte von  $d$  und  $r$  kennt. Diese ergeben sich aus  $S_{22} = r$  und  $S_{21} = d$  des Gesamtsystems.

$$\frac{\omega'_{1/2}}{\omega_{1/2}} = \Re \left( \frac{1 - S_{22}}{1 + S_{22}} \right) \quad \frac{\Delta\omega_3}{\omega_{1/2}} = \Im \left( \frac{1 - S_{22}}{1 + S_{22}} \right) \quad \Delta\phi_e = \angle \left( \frac{S_{21}}{1 + S_{22}} \right) \quad (6.12)$$

Das Gesamtsystem besteht aus je einem T-Glied für jeden Stempel, einer Hohlleiterstrecke der Länge  $\lambda_c/4$  zwischen den Stempeln und einer zunächst unbekanntem Strecke zwischen dem letzten Stempel und dem Resonatoreingang. Diese Weglänge hängt ab von der Position des Abstimmers im Hohlleitersystem und von der Bauweise des Einkopplers am Resonator. Zur Zeit sind in der TESLA Test Facility zwei Typen von Kopplern im Einsatz, die sogenannten DESY-Koppler bzw FERMI-Koppler. Der größte Unterschied in der Weglänge zum Resonator wird durch eine Unterscheidung nach diesen beiden Kopplertypen erklärt. Die Weglänge ist bis auf Vielfache der halben Wellenlänge bestimmt. Die Wirkungsweise des 3-Stempel-Abstimmers bleibt dadurch unbeeinflusst, solange Leitungsverluste und Laufzeiteffekte vernachlässigt werden können.

Für weitere Rechnungen können der Koppler und der Resonator wie in Abschnitt 2.1 eingebaut werden. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten. Die erste ist, den Resonator auf Resonanz durch den Abschluß der Leitung mit einem Widerstand entsprechend der belasteten Güte  $Q_L$  zu beschreiben. Die Änderung der belasteten Güte kann man damit auf zwei Arten bestimmen.

$$Q_L' \approx \frac{1}{|S'_{12}|^2} \quad \left( \frac{r}{Q} \right) Q_L' = Z_0 \frac{1 + |S'_{22}|}{1 - |S'_{22}|}, \quad (6.13)$$

wobei  $Q_L'$  jeweils die geänderte belastete Güte und  $S'$  die S-Matrix des Gesamtsystems inklusive Widerstand darstellt. Die erste Möglichkeit benutzt die Definition der Güte über die dissipierte Leistung, die zweite Möglichkeit berechnet den neuen effektiven Parallelwiderstand aus dem neuen Reflektionskoeffizienten. Beide Bestimmungen liefern Übereinstimmung mit (6.12). Die Berechnung der Phasenänderung mit dieser Methode ist problematisch, da

$$\Delta\phi = \angle(S'_{21})$$

den gesamten Phasenvorschub im eingeschwungenen Zustand darstellt. Dabei ist die Änderung des Verstimmungswinkels miteingerechnet. Die Aufschlüsselung der Berechnung von S- und T-Matrizen ergibt

$$S'_{21} = \frac{S_{21}}{1 - S_{22}}. \quad (6.14)$$

Der Vergleich mit (6.9) zeigt sofort die Diskrepanz im Vorzeichen von  $S_{22}$  im Nenner des Bruchs. Beide Rechnungen sind aber wieder konsistent, wenn man berücksichtigt, daß der Resonator nur im eingeschwungenen Zustand und auf Resonanz durch seinen Parallelwiderstand beschrieben werden kann. In dem Fall wird jedoch  $\dot{U}_b = 0$  und (6.9) (ohne Strahl) zu

$$\frac{2d}{1+r} \hat{U}_e = \frac{1-r}{1+r} \hat{U}_b \quad \Leftrightarrow \quad \hat{U}_b = \frac{2d}{1-r} \hat{U}_e, \quad (6.15)$$

man erhält also Übereinstimmung der Darstellungsweisen. Baut man zusätzlich den Koppler gemäß Abschnitt 2.1 als Transformator in die Schaltung ein und beschreibt den Resonator durch eine frequenzabhängige Impedanz parallel zur Leitung, kann die Resonanzkurve des Resonators mitsamt dem vorgeschalteten 3-Stempel-Abstimmer berechnet werden. Auch hier findet man Übereinstimmung mit allen vorherigen Rechnungen.

### 6.3 Bestimmung der freien Parameter

Aufgrund der komplizierten Geometrie der Stempel ist es einfacher, die Abhängigkeit der Kapazitäten  $C$  und  $C^*$  von der Stempelposition durch Anpassung an Messungen zu ermitteln, als sie zu berechnen. Ebenso wird die elektrische Länge der Koppler und der Weglänge zwischen den Stempeln und den Kopplern am sinnvollsten durch Anpassung an die Messungen bestimmt. Die DESY- und FERMI-Koppler haben eine unterschiedliche elektrische Länge, die in das Modell miteinfließen müssen. Es gibt ausserdem eine kleine Variation der Weglänge von Koppler zu Koppler, die in die Rechnungen einbezogen wurde, aber keinen deutlichen Effekt zeigt.

Die Anpassung ging derart vonstatten, daß versucht wurde, Messungen von  $Q_L$  und  $\Delta\phi_e$  durch die Rechnungen möglichst gut zu beschreiben. Dazu wurden Messungen an verschiedenen Resonatoren durchgeführt, wobei jeweils ein Stempel in den Hohlleiter eingeführt wurde, während die anderen Stempel bündig mit der Hohlleiterwand eingestellt waren [Kre]. Auf diese Weise erhielt ich pro Kopplertyp je drei Kurven für die Abhängigkeit der Güte bzw der Phasenverschiebung von der Stempelposition (=Eindringtiefe), wobei sichergestellt war, daß nur immer ein Stempel wirksam war (siehe Abb. 6.3).

In mehreren Iterationen konnten so für jede Stempelposition die zwei Kapazitäten  $C$  und  $C^*$  bestimmt werden. Diese sind für alle Stempel gleich aber abhängig von der Stempelposition. Gleichzeitig mußte die elektrische Weglänge zum Resonator bestimmt werden. Diese hängt vom Kopplertyp ab, ist aber unabhängig von der Stempelposition. Die Parameter sind demnach genügend entkoppelt, um sie gleichzeitig bestimmen zu können, wenn auch die Bestimmung sich recht mühselig gestaltet. Im letzten Schritt wurden die Kurven der Impedanz  $Z = 1/i\omega C$  und der Admittanz  $Y^* = i\omega C^*$  in Abhängigkeit von

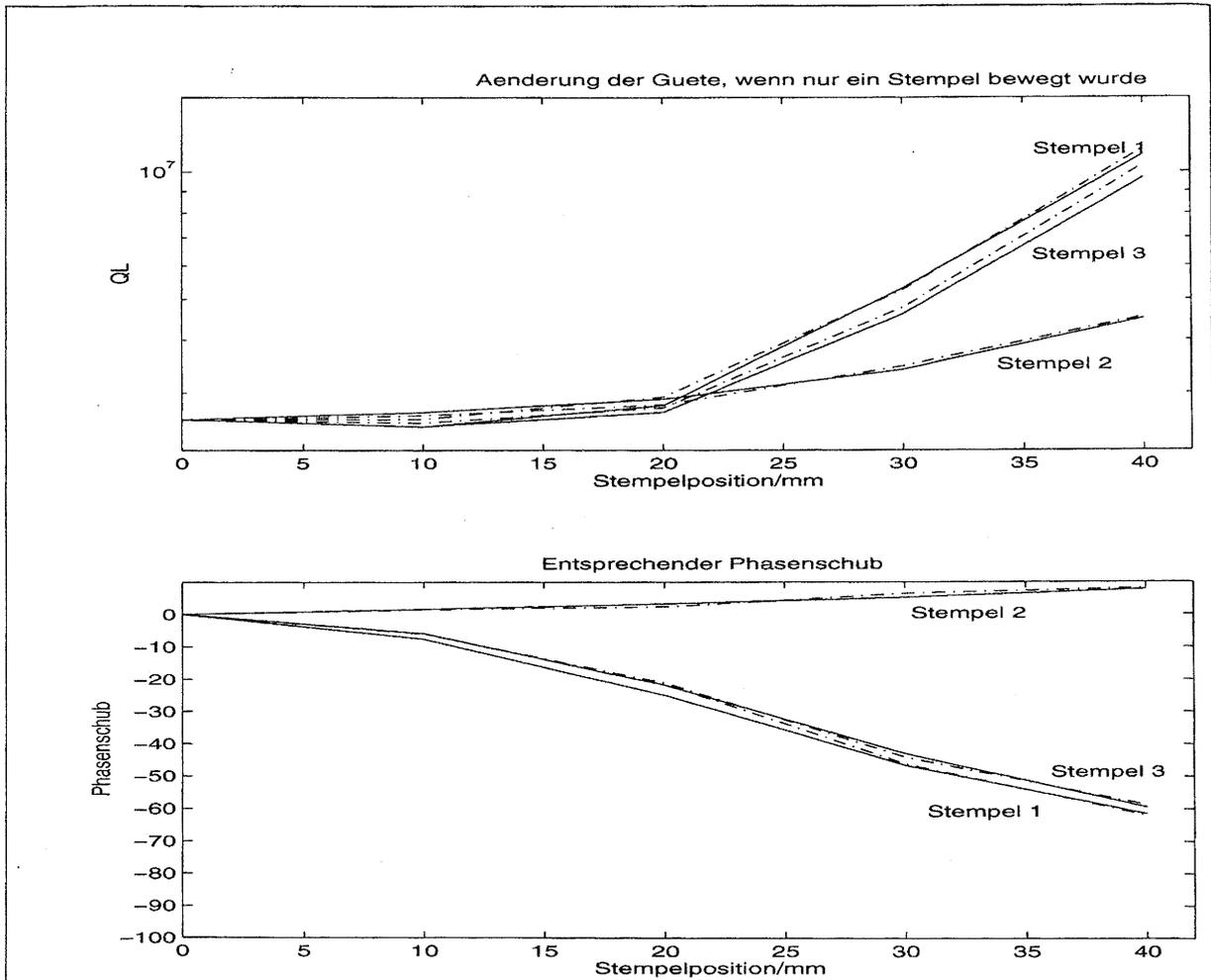


Abbildung 6.3: Die Abhängigkeit von  $Q_L$  und  $\Delta f$  von der Stempelposition (DESY-Koppler), wobei jeweils ein Stempel bewegt wurde während die anderen beiden mit dem Hohlleiter bündig eingestellt waren. Stempel 1 ist am nächsten zum Resonator. Die gestrichelten Linien zeigen berechnete Kurven.

der Stempelposition durch ein Polynom zweiter Ordnung angepasst (siehe Abb. 6.4), um so jeder beliebigen Stempelposition Werte zuordnen zu können.

### 6.3.1 Vergleichsmessungen

Zur Überprüfung des Modells wurden Vergleichsmessungen durchgeführt bzw. Vergleiche zu vorhandenen Meßdaten gezogen. Zunächst wurden die Berechnungen mit einer Meßreihe verglichen, bei der die Stempel symmetrisch, d.h. der erste und der letzte Stempel gleich weit, eingeführt wurden. Der mittlere Stempel wurde so eingestellt, daß keine Reflexion auftraten [Lu]. Der 3-Stempel-Abstimmer wurde also als reiner Phasenschieber benutzt. Gleiches geschah rechnerisch, indem die Position der beiden äußeren Stempel vorgegeben und mit dem mittleren Stempel Nullreflektion eingestellt wurden. Abbildung

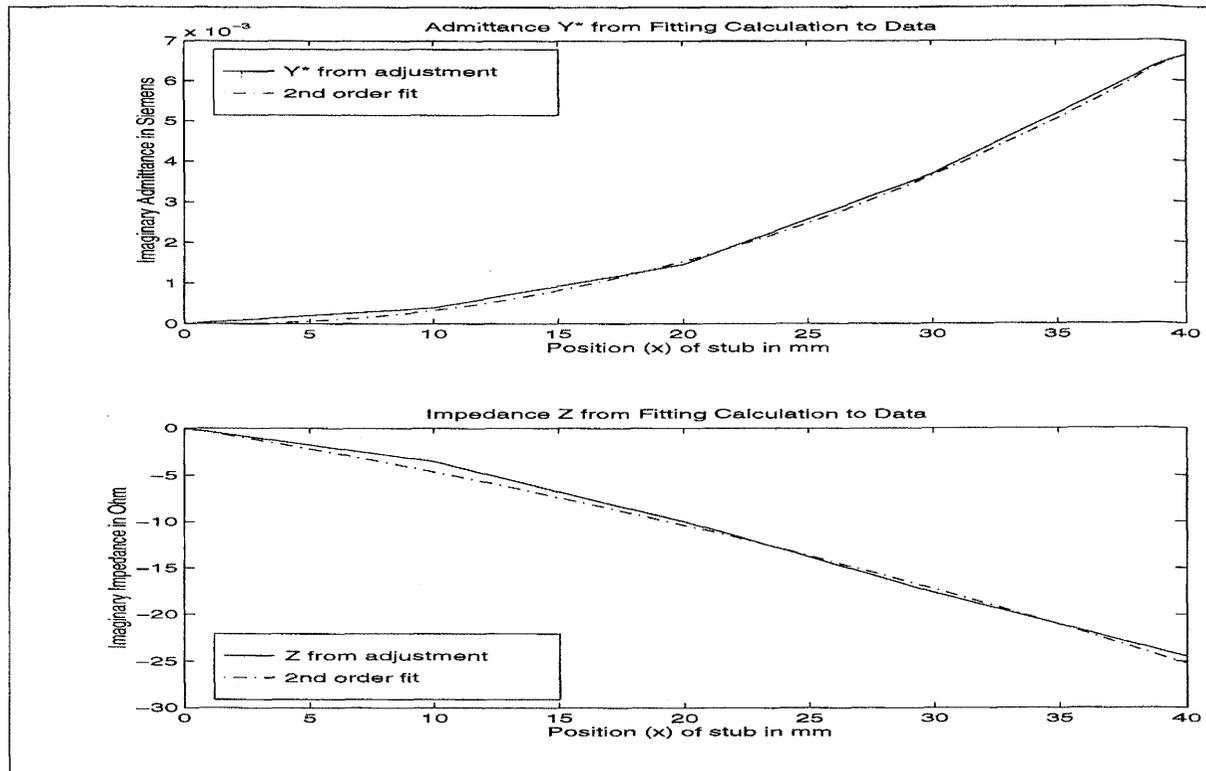


Abbildung 6.4: Die imaginäre Impedanz  $Z$  und Admittanz  $Y^*$  der Stempel in Abhängigkeit von ihrer Eindringtiefe. Es ist vorteilhaft, sie in dieser Form zu benutzen, da so die Nullposition zu  $Z = Y^* = 0$  korrespondiert.

6.5 zeigt das erfreuliche Resultat der Prozedur.

Weitere Messungen wurden auf verschiedene Weisen durchgeführt. Bei verschiedenen Einstellungen der Stempel wurde der Beschleuniger mit Feld in den Resonatoren aber ohne Strahl betrieben. Durch Bestimmung der Zeitkonstante des Feldabfalls am Ende des Hochfrequenzpulses wurden die belasteten Güten der Resonatoren ermittelt, die Verschiebung der Startphasen der Resonatorfelder gab die Phasenverschiebung durch die 3-Stempel-Abstimmer an. Um jede Gefahr für die Einkoppler durch Feldüberhöhung aufgrund Mehrfachreflektionen auszuschliessen, wurde die vorlaufende Leistung so weit wie möglich reduziert und die Pulslänge verkürzt. Dadurch wurde die Meßgenauigkeit zweifach erniedrigt, durch die geringere Feldamplitude erhöhte sich natürlich die Fehleranfälligkeit, und da die Pulslänge nur durch eine Verkürzung der Klystronansteuerung realisiert wurde, sorgte Leistung, die aufgrund einer Fehljustierung des Vektormodulators auch nach dem vermeintlichen Ende des Hochfrequenzpulses vom Klystron noch geliefert wurde, für eine scheinbare Anhebung der Güte. Der Vergleich von Messung und Experiment bestätigt den Trend zur Überschätzung der Güte (Abb. 6.6).

Die zweite Meßreihe wurde mit einem Netzwerkanalysator aufgenommen. Ein Netzwerkanalysator mißt die komplexen S-Parameter, die Elemente der S-Matrix. Indem man diese Messung frequenzabhängig durchführt, kann man die Bandbreite des Resonators und damit seine Güte bestimmen. Schon während der Messung zeigten sich erhebliche

Abweichungen der hier gemessenen Güten von den Messungen aus dem Feldabfall, die deutlich den angenommenen Fehler überschreiten. Dieser Effekt ist schon bei früheren Messungen bemerkt worden, bisher existiert noch keine Erklärung dafür.

Insgesamt ist eine recht gute Übereinstimmung zwischen Voraussage und Messung zu sehen. Die verbleibenden Abweichungen sind aber nicht allein durch systematische oder selbstverursachte Meßfehler zu erklären. Für die Praxis reicht die Genauigkeit der Berechnung jedoch aus, da durch das Durchlaufen mehrerer Iterationen die gewünschte Einstellung beliebig genau erreicht werden kann.

In Abbildung 6.5 wird die Anwendung des 3-Stempel-Abstimmers als Phasenschieber demonstriert. Den Messungen lag die Annahme zugrunde, daß nur bei symmetrischer Einstellung der Stempel die Reflektionen verschwinden, so daß der Abstimmer als reiner Phasenschieber wirkt. In der Tat wurde bisher keine asymmetrische Einstellung ohne Reflektion gefunden. Es gibt nach Gleichung (6.9) jedoch die Möglichkeit, eine Phasentransformation ohne Gütenänderung zu erreichen, ohne daß die Reflektion an den Stempeln

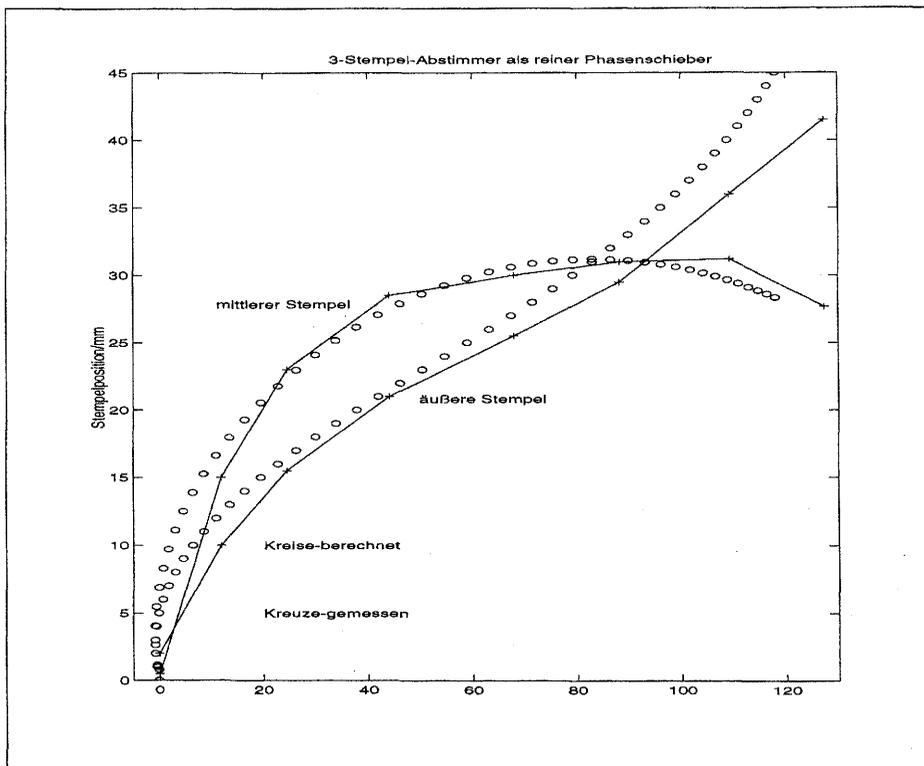


Abbildung 6.5: Die Benutzung des 3-Stempel-Abstimmers als reinen Phasenschiebers – Vergleich von Messung und Rechnung. Die Kreise zeigen berechnete, die Kreuze gemessene Werte (Fehlerangaben sind leider nicht verfügbar, liegen aber in der Größenordnung von einigen Grad) von Stempelposition gegen Phasenvorschub. Das Diagramm ist so zu lesen, daß, um einen bestimmten Phasenschub zu erreichen, die Stempel gemäß den Y-Koordinaten der Kurven zu den entsprechenden X-Koordinaten eingestellt werden müssen.

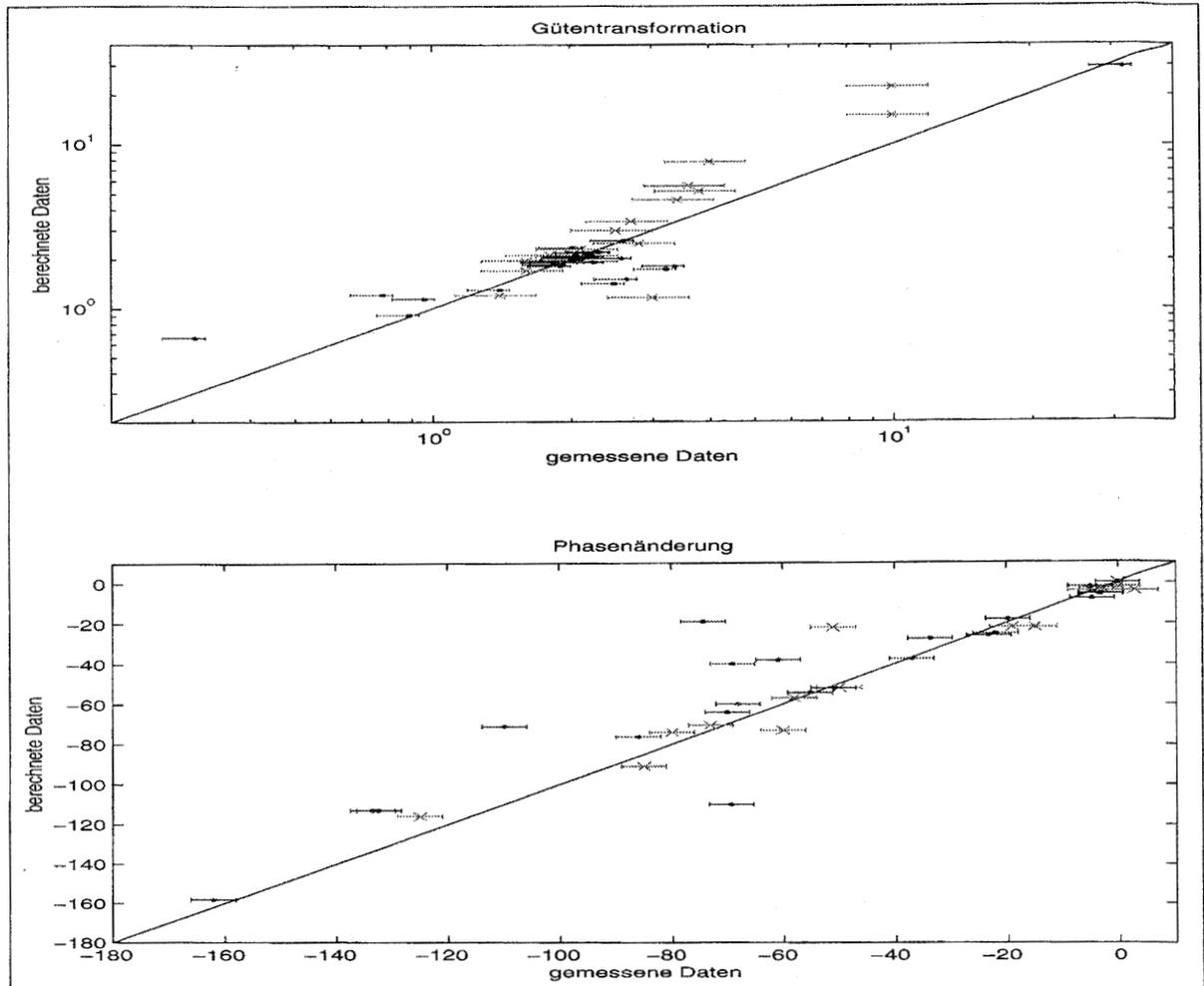


Abbildung 6.6: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Daten von Phasenänderung und Güteänderung. Im oberen Bild ist der Quotient aus geänderter Güte durch ursprünglicher Güte aufgetragen und zwar vorausgesagter Quotient gegen gemessenen Quotienten. Die Linie repräsentiert das Verhältnis 1:1. Die Achsen wurden logarithmisch gewählt, da der Wertebereich mehr als 2 Größenordnungen überstreicht. Im unteren Bild ist der berechnete Phasenvorschub gegen den gemessenen aufgetragen. Hier bedeutet die Linie die Differenz 0. Punkte stammen aus Messungen des Resonatorfeldes, Kreuze vom Netzwerkanalysator.

Null sein muß.

$$\frac{\omega'_{1/2}}{\omega_{1/2}} = \Re\left(\frac{1-r}{1+r}\right) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad |r| = 0 \vee \cos(\angle(r)) = -|r| \quad (6.16)$$

Solche Einstellungen lassen sich für das jeweilige System finden. Es wurden Messungen mit entsprechenden Voraussagen verglichen und sehr gute Übereinstimmung gefunden (in 6.6 mitberücksichtigt).

## 6.4 Voraussagen

### 6.4.1 Einstellbereich von Güte und Phase

Die Effizienz der 3-Stempel-Abstimmer ändert sich mit ihrem Abstand vom Resonator. Mit einer Unsicherheit von  $n \cdot \lambda/2$  ergab sich ein Abstand von  $15.5\text{cm}$  bei Resonatoren mit einem DESY-Koppler und ein Abstand von  $21.7\text{cm}$  bei einem FERMI-Koppler. Die individuellen Abweichungen der einzelnen Systeme vom Mittelwert liegen im Bereich von  $2\text{mm}$ .

Zur Berechnung des Einstellbereichs von Güte und Phase wurden für beide Kopplertypen eine Karte gezeichnet, auf der für verschiedenen Stempelstellungen die Güten-Transformation gegen die Phasenänderung aufgetragen ist. Das Vorgehen war dabei so, daß jeweils zwei Stempel festgehalten werden, während der jeweils dritte Stempel in Schritten von einem Millimeter alle Positionen von  $0\text{mm}$  bis  $45\text{mm}$  einnimmt. Verbindungspunkte der so erhaltenen Linien liegen jeweils bei Vielfachen von  $15\text{mm}$ .

Führt man das mit allen Kombinationsmöglichkeiten durch, erhält man ein Netz in der  $(Q - \phi)$ -Ebene, das den gesamten Einstellbereich des 3-Stempel-Abstimmers in Zusammenwirken mit dem jeweiligen Koppler überdeckt. Man erwartet keine Unstetigkeiten, da keiner der Rechenschritte bei den vorhandenen Parametern Singularitäten oder Sprungstellen erzeugen kann. Da außerdem in den Abbildungen 6.8 und 6.9 benachbarte Kurven in gleicher Weise verlaufen, sind keine Lücken im eingegrenzten Bereich zu erwarten.

### 6.4.2 Einfluß auf die Resonanzfrequenz

Wie bereits auf Seite 64 erwähnt, kann das komplette System aus 3-Stempel-Abstimmer, Hohlleiter, Koppler und Resonator durch T-Matrizen und durch eine kurze Umrechnung auch durch S-Matrizen dargestellt werden. Dabei wird der Koppler durch einen idealen Transformator mit Transformationsverhältnis  $n = \sqrt{Z_0 / \left(\frac{r}{Q}\right) Q_L}$  repräsentiert, der Resonator wird durch einen parallelen Schwingkreis, d.h. eine frequenzabhängige Impedanz, die der Leitung parallelgeschaltet ist, beschrieben. Die Werte der Impedanzen sind durch

$$Z_C = -i \frac{R}{Q_0} \cdot \frac{\omega_0}{\omega} \Rightarrow \frac{R}{Z_C} = i Q_0 \frac{\omega}{\omega_0} \quad \text{bzw} \quad \frac{R}{Z_L} = i Q_0 \frac{\omega_0}{\omega} \quad (6.17)$$

gegeben, abhängig von der Frequenz  $\omega$ , die betrachtet werden soll. Alle anderen Bauteile sind breitbandig, so daß deren Frequenzabhängigkeit nicht ins Gewicht fällt. Nach diesen Anpassungen konnte die Resonanzkurve eines Resonators durchgeföhren werden. Abbildung 6.7 zeigt das Ergebnis, wenn jeweils ein Stempel nach und nach in den Hohlleiter eingeföhrt wird. Dabei wurden nur zwei Stempel untersucht, da der Einfluß der beiden äußeren Stempel gleich ist.

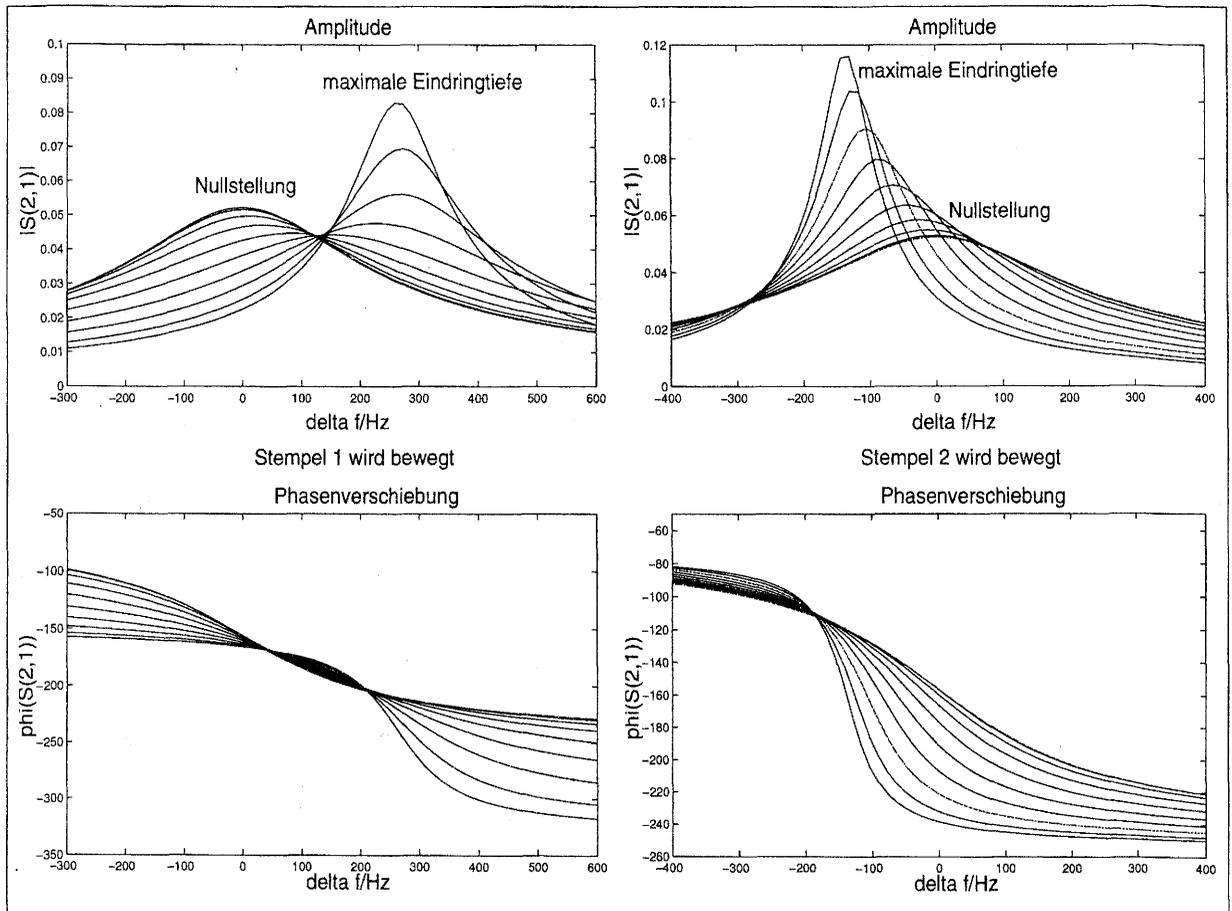


Abbildung 6.7: Resonanzkurve für unterschiedliche Stempelpositionen. Die Stempelposition wird in  $5\text{mm}$ -Schritten variiert, während die anderen Stempel in Nullposition sind

### 6.4.3 Leistungsbilanz

Der 3-Stempel-Abstimmer wirkt durch die Einführung von Mehrfachreflektionen. Dadurch wird eine Spannungsüberhöhung oder -Erniedrigung bewirkt. Da die Koppler nur eine bestimmte maximale Leistung schadlos überstehen, ist es wichtig, Abschätzungen über die reaktive Leistung zwischen den Kopplern zu erhalten. Dabei soll für die einlaufende bzw. auslaufende Leistung getrennt vorgegangen werden. Nach Gleichung (6.9) wird die einfallende Spannung um den Faktor  $n_3 = \left( \sqrt{\Re\left(\frac{1-r}{1+r}\right)} \right)^{-1}$  skaliert. Da die Leistung quadratisch mit der Spannung, die Güte gleichzeitig quadratisch mit  $n_3$  geht, bleibt bei gleichbleibender Eingangsleistung

$$\frac{P'_e}{P_e} = \frac{\omega'_{1/2}}{\omega_{1/2}} = \frac{Q_L}{Q'_L}. \quad (6.18)$$

Die Welle, die aus dem Resonator ausgekoppelt wird, wird um den Faktor  $\frac{1-r}{1+r}$  verstärkt. Dessen Realteil bestimmt die Gütenänderung, sein Imaginärteil die Frequenzänderung. Die reaktive Leistung ergibt sich aus der Spannung über  $P_r = R \cdot \bar{U}_b^2$ , also beträgt die reaktive Leistung

$$\begin{aligned} P_r &= \left| \frac{1-r}{1+r} \right|^2 \frac{\bar{U}_b^2}{R_L} \\ &= \left[ \left( \frac{\omega'_{1/2}}{\omega_{1/2}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta\omega_3}{\omega_{1/2}} \right)^2 \right] \frac{\bar{U}_b^2}{R_L} \end{aligned} \quad (6.19)$$

$\Leftrightarrow$

$$P_r = \frac{\omega_0}{Q_L} \left[ \left( \frac{\omega'_{1/2}}{\omega_{1/2}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta\omega_3}{\omega_{1/2}} \right)^2 \right] W \quad ; W: \text{gespeicherte Energie.} \quad (6.20)$$

Die tatsächliche Leistungsbelastung des Kopplers ergibt sich aus der phasenrichtigen Überlagerung der ein- und auslaufenden Welle. Dabei ergibt sich, daß die Leistungsbelastung des Kopplers bei einem bestimmten Feldverlauf mit wirksamen 3-Stempel-Abstimmer identisch ist mit der Belastung bei gleichem Feldverlauf ohne 3-Stempel-Abstimmer. Die Eingangsleistung am Resonator bleibt gleich, obwohl die Eingangsleistung vor dem 3-Stempel-Abstimmer völlig unterschiedlich aussehen kann. Im Kapitel 7 werden in Simulationen die Leistungsbelastung der Koppler berücksichtigt.

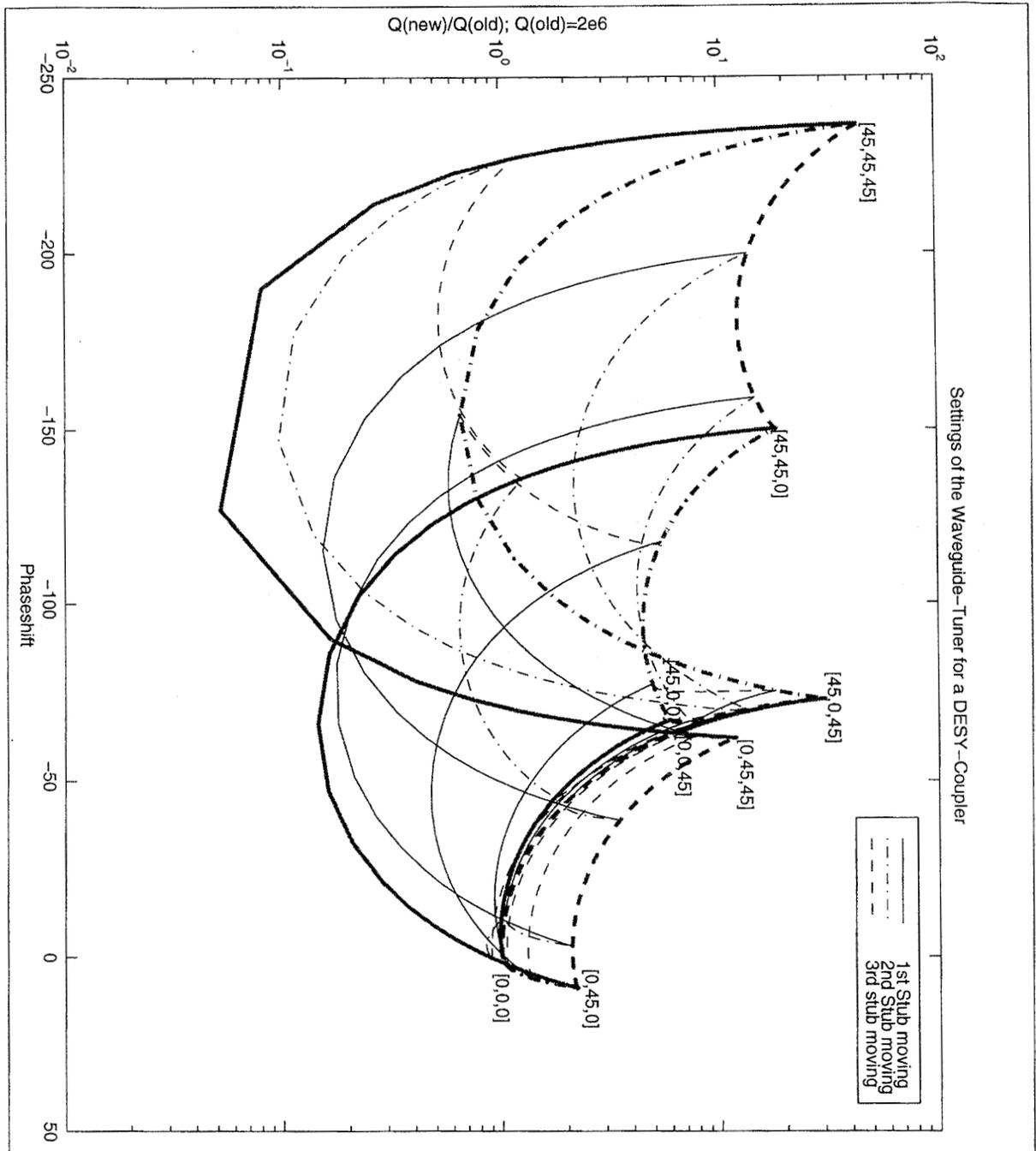


Abbildung 6.8: Der Einstellbereich von Güteumformung und Phasenänderung bei  $l = 15.5\text{cm}$  (DESY-Koppler). Die Berechnungen wurden so durchgeführt, daß jeweils die Position eines Stempels von 0mm bis 45mm variiert wurde, während die anderen beiden Stempel nicht verändert werden. Die Kurven sind je nach bewegtem Stempel gekennzeichnet. Die dicken Linien zeigen an, daß die zwei nichtbewegten Stempel sich in einer Endposition (0mm oder 45mm) befinden. Die dünneren Linien wurden für Mittelpositionen (15mm und 30mm) ausgerechnet. Die Punkte, an denen ein Endpunkt erreicht wird, sind durch die drei Stempelpositionen  $[S_1, S_2, S_3]$  markiert.

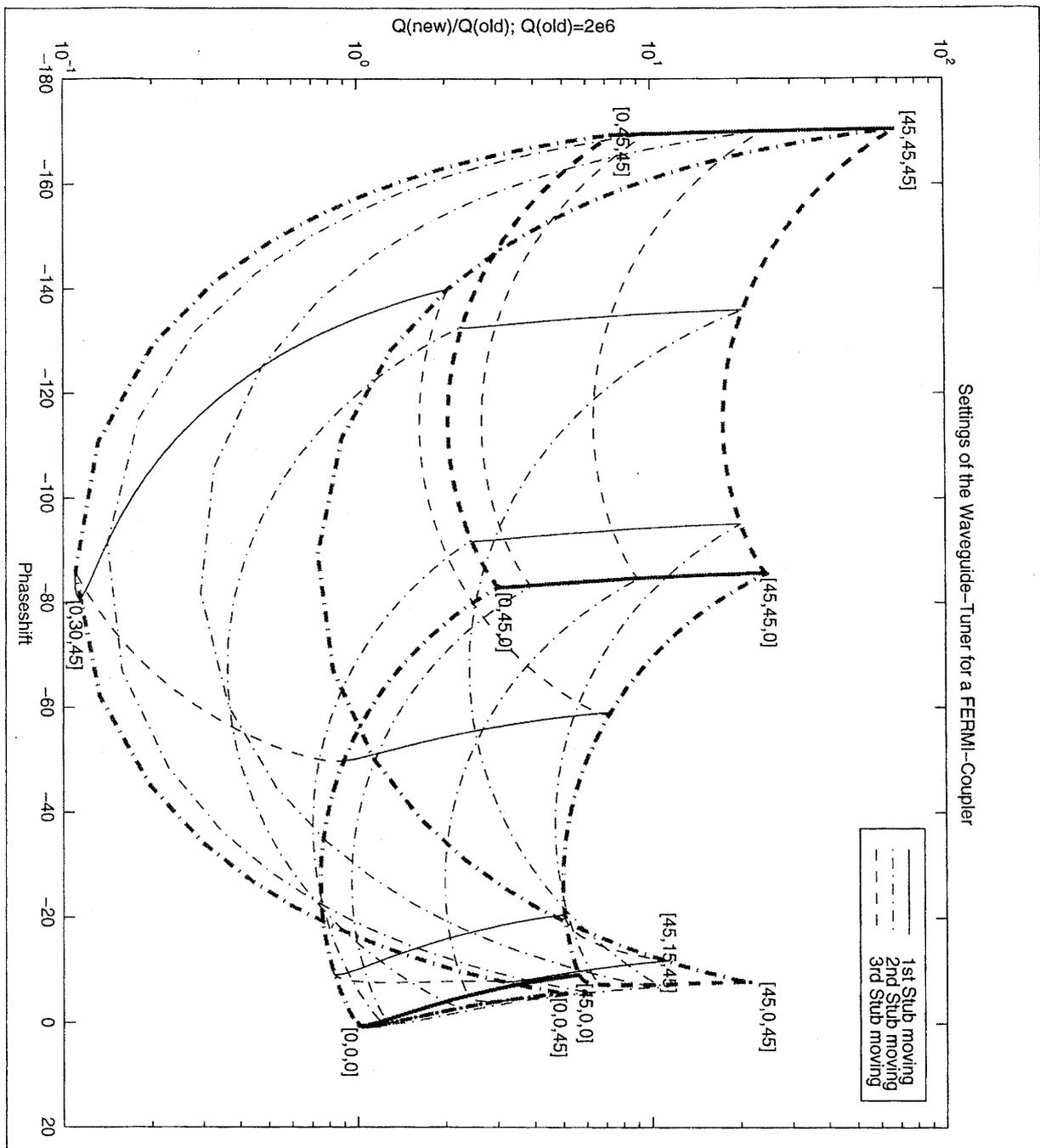


Abbildung 6.9: Der Einstellbereich von Güte-Transformation und Phasenänderung bei  $l = 21.5\text{cm}$  (FERMI-Koppler). Die Berechnungen wurden so durchgeführt, daß jeweils die Position eines Stempels von 0mm bis 45mm variiert wurde, während die anderen beiden Stempel nicht verändert werden. Die Kurven sind je nach bewegtem Stempel gekennzeichnet. Die dicken Linien zeigen an, daß die zwei nichtbewegten Stempel sich in einer Endposition (0mm oder 45mm) befinden. Die dünneren Linien wurden für Mittelpositionen (15mm und 30mm) ausgerechnet. Die Punkte, an denen ein Endpunkt erreicht wird, sind durch die drei Stempelpositionen  $[S1, S2, S3]$  markiert.

## 7 Erweiterte Möglichkeiten

Für den zukünftigen Betrieb des TESLA Test Facility Beschleunigers kommen neue Herausforderungen auf die Hochfrequenzregelung zu, die über die bloße Regelung der Vektorsumme von gleichartigen Resonatoren hinausgehen. Die ersten acht TESLA-Resonatoren im ersten Kryomodul haben eine stark unterschiedliche Leistungsfähigkeit, die maximalen Gradienten variieren von Resonator zu Resonator zwischen  $11 - 23 MV$ . Daher ist es sinnvoll, die Resonatoren bei verschiedenen Gradienten zu betreiben. Obwohl die Resonatoren von nur einem Klystron gespeist werden, ist das möglich, wenn man die belasteten Güten der Resonatoren anpasst. Dabei stehen zwei Optionen offen, man kann die Gradienten allein durch Änderung der Güten erreichen, oder man ändert zusätzlich die Leistungsverteilung zu den einzelnen Resonatoren. Der Betrieb der ersten drei Beschleunigungsmodule stellt ähnliche Anforderungen an das Regelungssystem. Durch die stetige Zunahme der Leistungsfähigkeit der Resonatoren kommt es zu der Situation, daß jedes Beschleunigungsmodul bei einem anderen Gradienten betrieben werden soll.

Außerdem soll mit den ersten drei Beschleunigungsmodulen die erste Ausbaustufe eines Freie-Elektronen-Lasers betrieben werden. Dazu wird zwischen dem ersten und dem zweiten Modul zur Verkürzung der Elektronenpakete magnetisch der Strahlorbit parallel versetzt („Bunchkompressor“). Für die optimale Wirksamkeit des Bunchkompressors ist es notwendig, daß der Strahl im ersten Modul mit einer Phasendifferenz von  $13^\circ$  zwischen Strahleinschuß und Beschleunigungsfeld ( $13^\circ$  „Off-Crest-Beschleunigung“) beschleunigt wird, während die Gesamtvektorsumme weiterhin konstant bleibt. Somit sind 4 Größen zu regeln, die Amplitude und Phase der Vektorsumme im ersten Beschleunigungsmodul und die Amplitude und Phase der Gesamtvektorsumme. Die Bedingungen sind unter Einsatz von zwei Hochleistungsklystrons leicht zu erfüllen. Es stellt sich aber die Frage, ob es nicht auch andere Möglichkeiten für den Betrieb gibt, die ohne ein zusätzliches Hochleistungsklystron auskommen.

Für die Länge des Strahlpulses wurde immer ein Wert von  $800\mu s$  angenommen. Das entspricht dem Designwert für den TESLA-Beschleuniger. Insbesondere für die ersten FEL-Experimente sind kürzere Pulsdauern denkbar und – wie man weiter unten sehen wird – wünschenswert. Die hier vorgestellten Rechnungen stellen keinen Anspruch auf Vollständigkeit und können nur einen ersten Überblick über die auftretenden Probleme liefern. Daher erscheint es sinnvoll, sich bei den Rechnungen auf eine Pulslänge zu beschränken.

### 7.1 Simulation des HF-Pulses

Bevor man Einstellungen am tatsächlichen Hochfrequenzsystem verändert, möchte man im Simulationsbetrieb testen, ob die Einstellungen auf diese Art tatsächlich die gewünschte Wirkung haben. Zu diesem Zweck wurde ein Programm geschrieben, daß ausgehend von Gleichung (2.16) das Verhalten der einzelnen Resonatoren berechnet. Da die Hochfrequenzregelung als digitales System realisiert wurde, kann man davon ausgehen, daß das Regelsignal zwischen zwei Zeitschritten konstant ist. Die Änderung des Resonatorfeldes

vom Zeitpunkt  $t_k$  bis zum Zeitpunkt  $t_{k+1}$  ergibt sich aus

$$\dot{\hat{U}}_b = -(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)\hat{U}_b + R_L\omega_{1/2}2\hat{I}_e - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{Q}\right)\omega_0\hat{I}_s \quad (7.1)$$

zu

$$V_{k+1} = \left(V_k - \frac{2\hat{U}_e - R_L\hat{I}_s}{1 - i \tan \psi}\right) e^{-(\omega_{1/2} - i\Delta\omega)\Delta t} + \frac{2\hat{U}_e - R_L\hat{I}_s}{1 - i \tan \psi} \quad ; \Delta t = 1\mu s. \quad (7.2)$$

Auf Zeitskalen, die kleiner sind als Mikrosekunden, gilt Gleichung (2.16) nicht mehr, da sie ausdrücklich als Beschreibung der Einhüllenden des Resonatorfeldes hergeleitet wurde. Vorgänge innerhalb einer Hochfrequenzperiode, insbesondere die Wirkung des Strahlstromes, werden falsch dargestellt. Mit  $I_s$  wird die Hochfrequenzkomponente des Strahlstromes bei 1.3GHz dargestellt, genauer gesagt stellt  $I_s$  einen mittleren Hochfrequenzstrom dar. Erst nach Durchlaufen des vollen Bunchabstandes des Strahlstromes ist die Wirkung des mittleren Stromes gleich der des tatsächlichen. Im derzeitigen Aufbau beträgt diese Zeit  $1/216\mu s$ , später  $1\mu s$ .

Ähnlich war auch das Vorgehen bei der Berechnung der dynamischen Verstimmung des Resonators, wobei von der Gleichung erster Ordnung (2.32) ausgegangen wurde. Obwohl die Eingangsgröße  $\bar{U}_b$  nicht konstant ist, kann man aufgrund der großen mechanischen Zeitkonstante  $\tau_m$  in guter Näherung von einem konstanten Feld ausgehen. Der dadurch verursachte Fehler ist sicherlich kleiner als der, der durch die Verwendung dieser Gleichung überhaupt entsteht.

## 7.2 Betrieb bei verschiedenen Gradienten

### 7.2.1 Optimierung der Güten

Je nach belasteter Güte kann mit gleicher Eingangsleistung ein anderer Gradient erreicht bzw. gehalten werden. Vernachlässigt man zunächst die Verstimmung des Resonators, wird nach einer Füllzeit  $t_f$  die Resonatorspannung

$$\bar{U}_b = \sqrt{8R_L P_{ein}} \left(1 - e^{-\frac{\omega_0 t_f}{2Q_L}}\right) \quad (7.3)$$

erreicht, bei gegebenem Strahlstrom  $I_s$  ist die zum Halten des Gradienten  $\bar{U}_b$  notwendige Leistung

$$P_{ein}^+ = \frac{1}{8R_L} (\bar{U}_b + 2R_L I_{s0})^2. \quad (7.4)$$

Je nach Leistungsverteilung können die einzelnen Resonatoren mit verschiedener Eingangsleistung betrieben werden. Das Verhältnis  $P_{ein}^+/P_{ein}$  ist jedoch für alle Resonatoren gleich. Unter der Annahme, daß die Resonatoren mit einer konstanten Leistung gefüllt werden und daß das Plateau ebenfalls mit einer konstanten Leistung gehalten werden

kann (ohne Verstimmung ist das möglich), hängt  $P_{ein}^+/P_{ein}$  von der belasteten Güte  $Q_L$ , von der Füllzeit  $t_f$  und vom gewünschten Gradienten  $\bar{U}_b$  ab,

$$\sqrt{\frac{P_{ein}^+}{P_{ein}}} = \left(1 - e^{-\frac{\omega_0 t_f}{2Q_L}}\right) \left(1 + \frac{2R_L I_{s0}}{\bar{U}_b}\right). \quad (7.5)$$

In Abbildung (7.3) ist dieses Verhältnis gegen die belastete Güte der Resonatoren aufgetragen. Aus der Abbildung oder durch numerische Rechnungen läßt sich ablesen, welche Einstellung der Güte bei einer bestimmten Füllzeit gewählt werden muß, um in den acht Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls die gewünschten Gradienten einstellen zu können. Da das Verhältnis  $\bar{U}_e^+/\bar{U}_e$  für alle Resonatoren gleich ist, muß man Einstellungen suchen, die in der Abbildung auf ein und derselben horizontalen Linie liegen. Die fünf Kurven wurden für die fünf Gradienten 11, 13, 15, 19, 23 MV/m berechnet<sup>1</sup>, wobei die oberste Kurve für den niedrigsten Gradienten steht. Nur bei einer Füllzeit von  $300\mu s$  sind Einstellungen möglich, die im Bereich der optimalen Güten liegen (siehe Tabelle 2.1), bei längeren Füllzeiten muß für die niedrigeren Gradienten bereits zu kleineren Güten hin ausgewichen werden, was aber beim Betrieb auch Vorteile mit sich bringt (s.u.). Die aufgetragenen Güten sind mit dem 3-Stempel-Abstimmer erreichbar. Hat man eine bestimmte Einstellung gewählt, kann man aus den Güten und der Fülldauer die nötige Leistungsverteilung berechnen.

Möchte man am Hohlleitersystem nichts verändern, muß man sich auf solche Einstellungen beschränken, die zusätzlich jeweils denselben Leistungsbedarf ergeben. Diese Bedingung wird um so schwerer erfüllbar, umso mehr verschiedene Gradienten erreicht werden sollen und um so genauer das Plateau gehalten werden soll. Um hier geeignete Einstellungen zu finden, betrachte man Abbildung (7.4). Die Leistung zum Halten des Plateaus wurde gegen das Verhältnis  $\bar{U}_e^+/\bar{U}_e$  bei entsprechender belasteter Güte aufgetragen. Es wurden also die Abbildungen (7.2) und (7.3) kombiniert. Wie in Abbildung (7.2) korrespondiert die Kurve zum höchsten Gradienten, die für kleine Güten die höchste Leistung anzeigt. Eine Einstellung, die alle Anforderungen strikt erfüllt, d.h. das gewünschte Plateau wird für alle Resonatoren genau gehalten, ist erreicht, wenn sich alle Kurven in einem einzigen Punkt schneiden. Offensichtlich ist das in dem in der Abbildung gezeigten Bereich niemals erfüllt. Faßt man die Bedingungen aber etwas weniger streng, läßt man also Abweichungen vom Idealgradienten oder vom ideal flachen Plateau zu, sind durchaus Lösungen möglich. Dabei ist anzumerken, daß bei Änderung der belasteten Güte mit dem 3-Stempel-Abstimmer nicht notwendigerweise alle Eingangsleistung auch tatsächlich den Einkoppler belastet (siehe Kapitel 6), dieser hat in den meisten Fällen eine Obergrenze in der Leistung, die schadlos eingekoppelt werden kann. Im ersten Beschleunigungsmodul der TESLA Test Facility liegt diese Grenze bei einigen Kopplern bei  $120kW$ , das ist die Nominalleistung für einen Betrieb bei  $15MV/m$  Gradient und  $8mA$  Strahlstrom. Glücklicherweise sind diese Einkoppler an Resonatoren montiert, die gar nicht bei so hohem Gradienten betrieben werden können, dort wird die Leistungsbelastung entsprechend niedriger sein. Die zusätzliche Leistung muß natürlich dennoch aufgebracht werden, was eventuell beim Betrieb von 3 Beschleunigungsmodulen mit einem Klystron zu Problemen mit der Leistungsfähigkeit des Klystrons führen kann.

<sup>1</sup>Diese Gradienten sind für das erste Beschleunigungsmodul interessant.

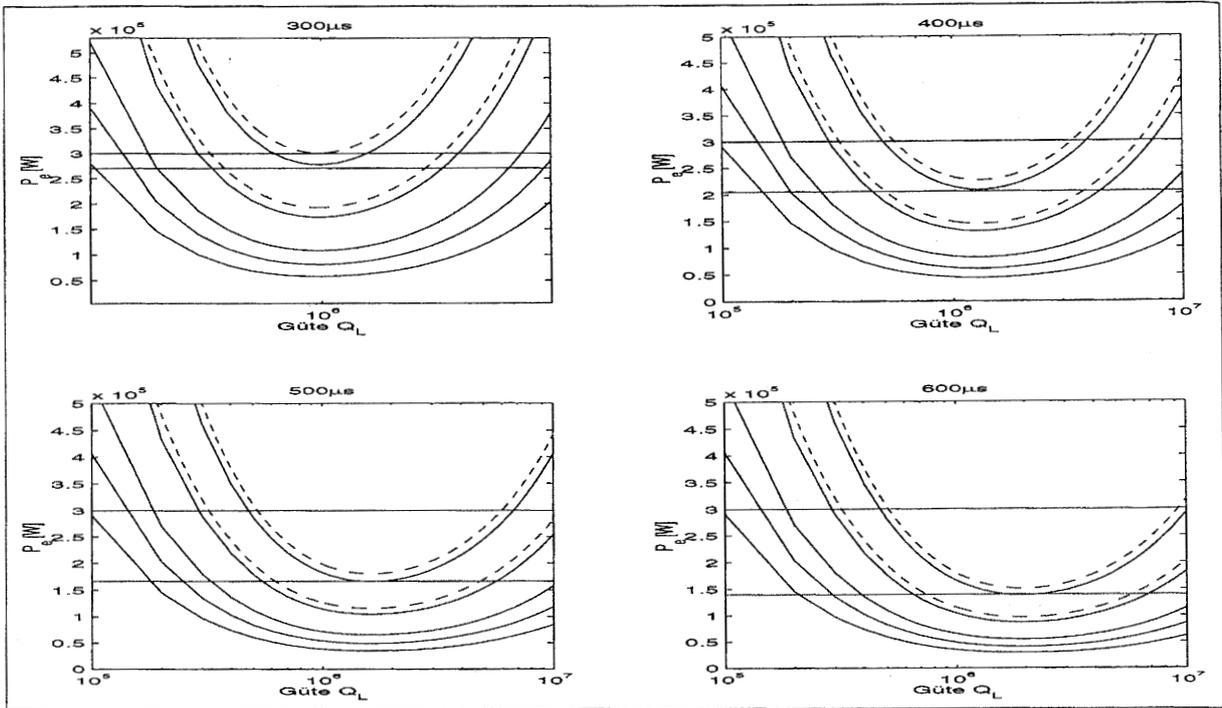


Abbildung 7.1: Die zum Füllen des Resonators benötigte Leistung bei verschiedenen Füllzeiten. Die verschiedenen Kurven wurden für 11,13,15,19,23 MV/m berechnet. Die gestrichelten Kurven wurden für 20 bzw 25MV/m berechnet.

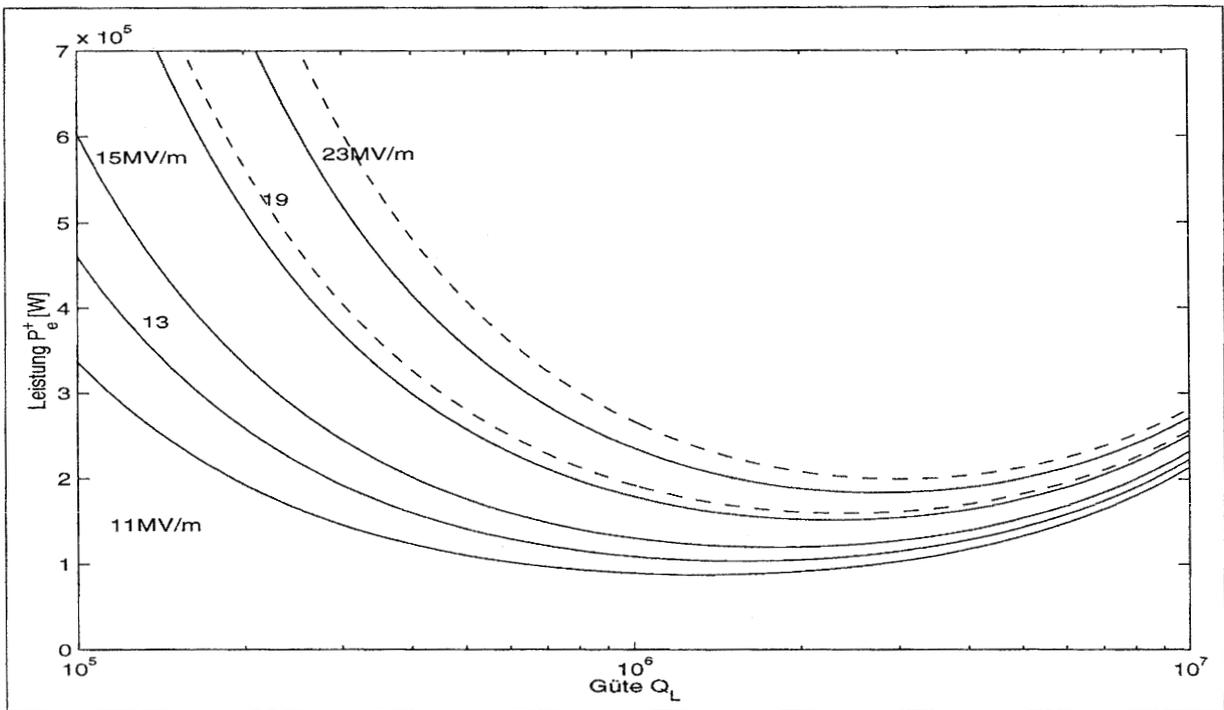


Abbildung 7.2: Die zum Halten des Plateaus benötigte Leistung für verschiedene Gradienten

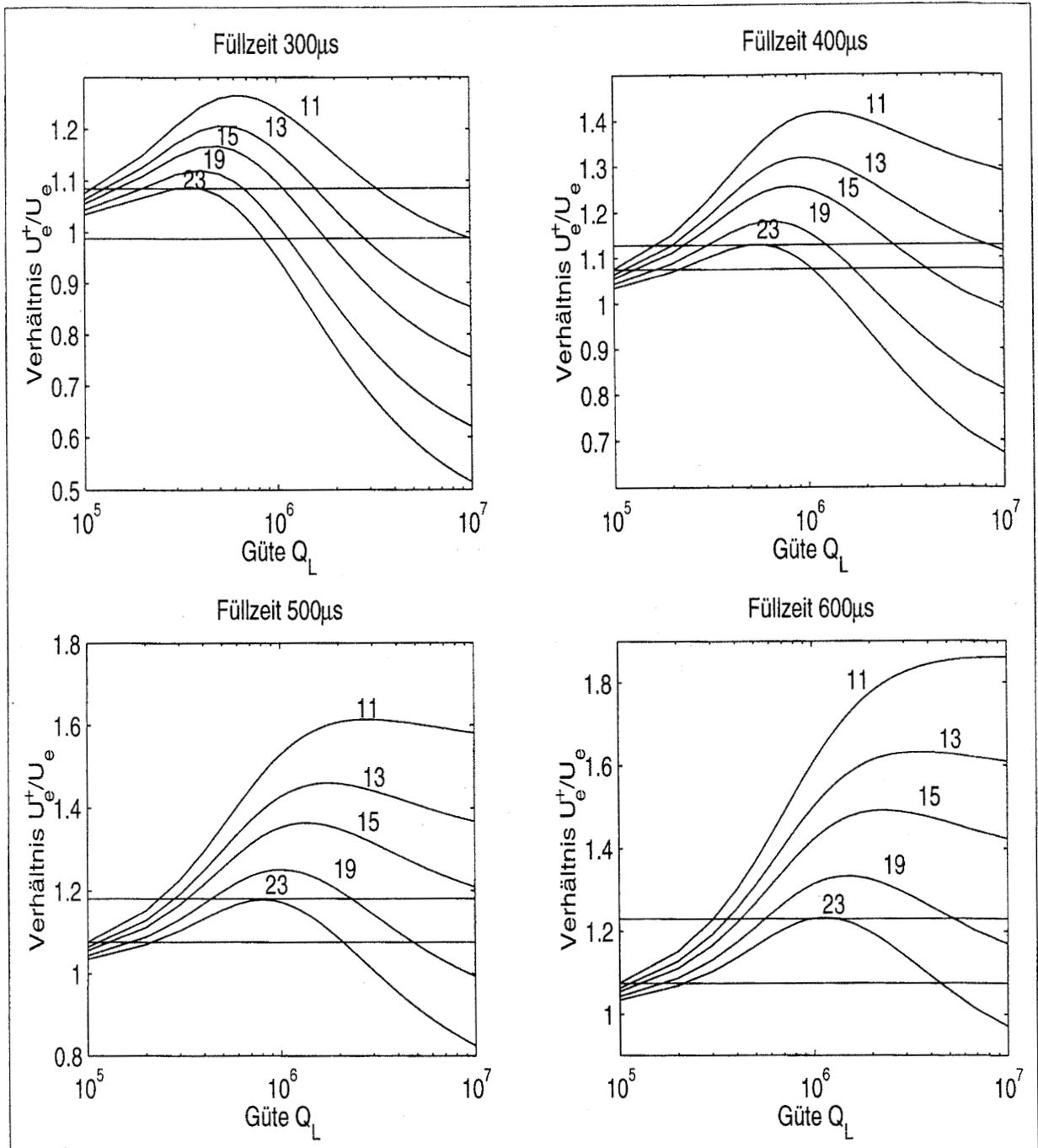


Abbildung 7.3: Das Verhältnis aus den Amplituden der vorlaufenden Welle während des Plateaus und während des Füllens. Auch hier wurden fünf verschiedene Gradienten (11,13,15,19,23 MV/m) berechnet, die oberste Kurve zeigt die 11MV/m. Die waagerechten Linien markieren den für den Betrieb relevanten Bereich, der sich dadurch ergibt, daß alle fünf Kurven mindestens einen Punkt auf jeder Horizontalen in diesem Bereich haben müssen.

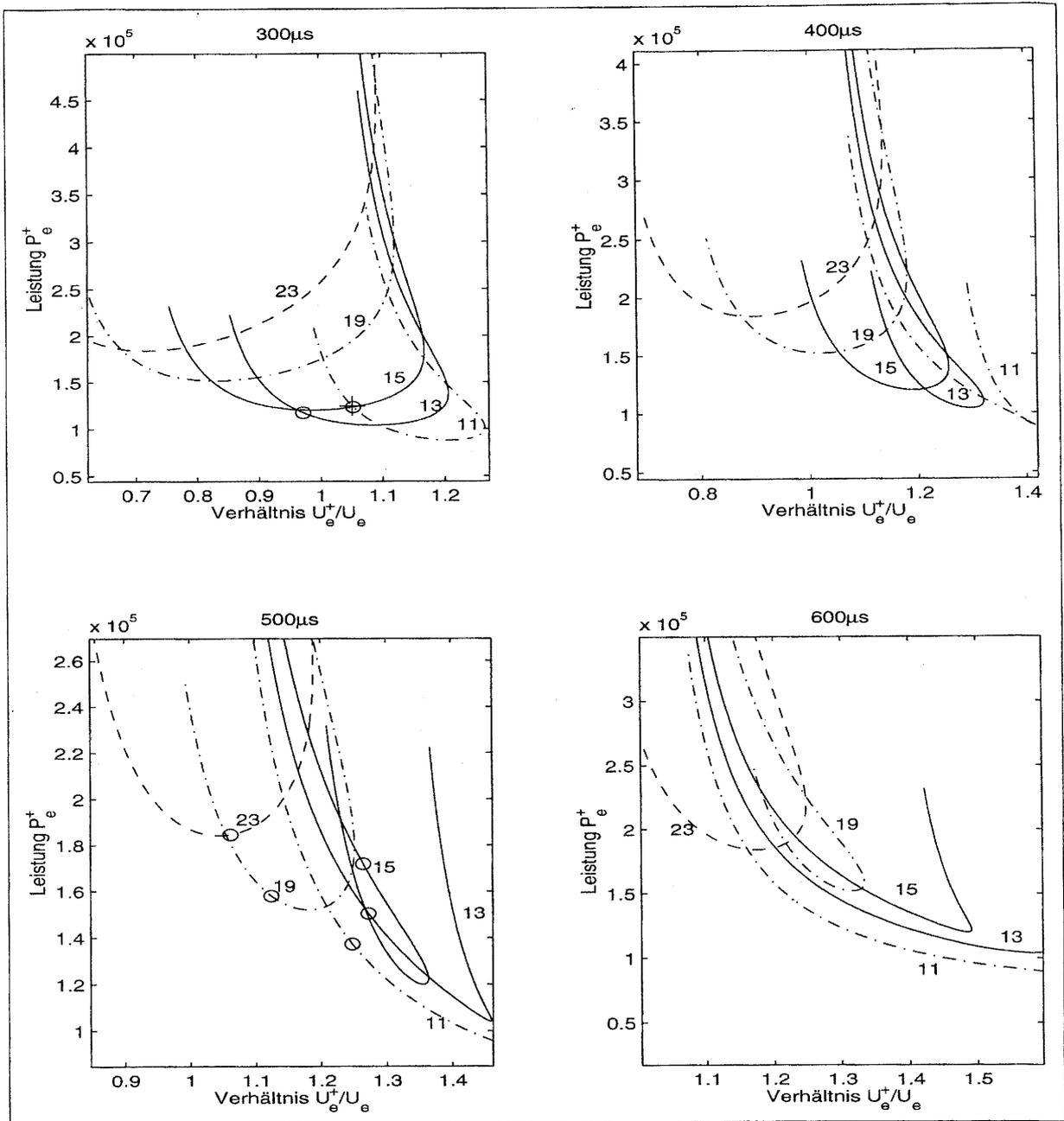


Abbildung 7.4: Zur Suche nach Einstellungen, die Resonatoren bei unterschiedlichen Gradienten aber gleichmäßiger Leistungsverteilung betreiben zu können. Gezeigt ist eine Kombination der Abbildungen (7.2) und (7.3). In jeder der vier Unterabbildungen sind jeweils fünf Kurven für die fünf verschiedenen Gradienten gezeichnet. Entlang der Kurven ändert sich die Güte von  $10^5$  nach  $10^7$ . Eine perfekte Einstellung wäre eine solche, bei der sich alle Kurven in einem einzigen Punkt schneiden. An den entsprechenden Stellen wurden die für Abb. 7.7 bzw. Abb. 7.8 benutzten Werte durch Kreise gekennzeichnet.

### 7.2.2 Simulierter Betrieb von Beschleunigungsmodul 1

Resonator	1	2	3	4	5	6	7	8
Abb. 7.5 Güte/ $10^6$	8.15	8.15	2.62	0.84	1.07	1.68	1.68	8.15
Verteilung	0.87	0.87	0.78	1.0	0.87	0.6	0.78	0.87
Abb. 7.6 Güte/ $10^6$	0.32	0.32	0.37	0.92	0.60	0.45	0.45	0.32
Verteilung	0.76	0.76	0.83	1.0	0.97	0.88	0.88	0.76
Abb. 7.7 Güte/ $10^6$	0.33	0.33	0.45	2.50	3.40	0.52	0.52	0.33
Abb. 7.8 Güte/ $10^6$	4.50	4.50	3.20	1.30	1.30	1.30	1.30	4.50

Tabelle 7.1: Die Parameter für die Simulationen in den Abbildungen (7.5), (7.6), (7.7) und (7.8). Die Werte für die Verteilung sind als Abschwächung einer gleichverteilten Leistung zu lesen.

An dieser Stelle werden vier Szenarien für den Betrieb des ersten Beschleunigungsmoduls bei verschiedenen Gradienten vorgestellt. Es wurde jeweils der Betrieb von acht Resonatoren inklusive des derzeitigen Regelsystems simuliert, wobei Nichtlinearitäten wie Klystronsättigung vernachlässigt wurden. Es wurde angenommen, daß die Hauptkoppler aller Resonatoren auf eine externe Güte von  $1.8 \cdot 10^6$  eingestellt sind und daß jede Gütenänderung durch den 3-Stempel-Abstimmer erreicht wird. Für die Lorentz-Kraft-Verstimmung wurde eine Gleichung erster Ordnung mit einer Lorentz-Kraft-Konstante  $K = 1Hz/MVm$  angenommen (siehe Abschnitt 2.4). Als obere Grenze des Feldes wurde

- für die Resonatoren 1,2 und 8 ein Gradient von  $11MV/m$ ,
- für den Resonator 3 ein Gradient von  $13MV/m$ ,
- für die Resonatoren 6 und 7 ein Gradient von  $15MV/m$ ,
- für den Resonator 5 ein Gradient von  $19MV/m$  und
- für den Resonator 4 ein Gradient von  $24MV/m$

angenommen. Das entspricht der tatsächlichen Leistungsfähigkeit der entsprechenden Resonatoren im Beschleuniger. In den Abbildungen sind in den meisten Fällen nur fünf Kurven zu erkennen, da die Unterschiede der Resonatoren mit ähnlichem Feld nicht aufgelöst werden können. Die Rechnungen wurden jeweils einmal mit einem Strahlstrom von  $8mA$  und einmal ohne Strahl durchgeführt. Wurden relativ hohe ( $> 10^6$ ) Güten verwandt, sieht man bei Strahlausfall einen zu starken Anstieg der unteren Gradienten. In diesem Fall sind nämlich die Güten so verteilt, daß bei hoher Güte ein niedriger Gradient erreicht wird, deshalb steigt nach Wegfall des Stromes die Feldamplitude. Um im Falle des Strahlverlustes bzw -Ausfalls einen Quench der entsprechenden Resonatoren zu verhindern, muß ein

Interlocksystem aufgebaut werden, das zum Beispiel den Hochfrequenzpuls kürzt, sobald das Feld des schwächsten Resonators einen gewissen Grenzwert überschreitet.

Die Abbildungen (7.5) und (7.6) zeigen zwei Einstellungen, die mit einer Änderung der Leistungsverteilung erreicht wurden. Von allen vier hier vorgestellten Möglichkeiten bieten diese zwei die größte Gesamtbeschleunigung, nämlich  $118MV$ , was einem Durchschnittsgradienten von  $14.8MV/m$  entspricht. Diese zwei Beispiele wurden ausgewählt, da sie zwei gegensätzliche Ansätze darstellen. Im ersten Beispiel wurde eine kurze Fülldauer gewählt, weil das die Verwendung hoher Güten ermöglicht. Die Einkoppler der Resonatoren 4 und 5 werden mit einer Maximalleistung von bis zu  $500kW$  belastet, da ihre Güten ungefähr halbiert werden müssen. Die Durchschnittsbelastung liegt im Bereich von  $200kW$ , was den hohen Gradienten entspricht. Diese Resonatoren sind mit den sogenannten FERMI-Kopplern bestückt, die einer solchen Belastung durchaus standhalten.

In jedem Bild ist die mittlere Leistung eingezeichnet, die jeweils  $1/8$  der Klystronleistung darstellt, bzw der Leistung, die auf die Resonatoren verteilt wird. Die anderen Kurven zeigen die Leistung, die an den Kopplern, also hinter den 3-Stempel-Abstimmern, einläuft. Man sieht deutlich, daß diese Kurven einen anderen Verlauf als die einfallende Leistung haben und teilweise deutlich höher liegen. Dieser Effekt rührt von Mehrfachreflektionen und Überlagerungen der einfallenden und aus dem Resonator ausgekoppelten Welle an den Stempeln her (siehe Kapitel 6), und letztlich ist es diese Änderung der Leistungskurven, die zu einer Änderung der belasteten Güte führt.

Im Bild 7.6 sieht man die Auswirkungen der Spannungsüberhöhung noch deutlicher. Hier ist eine Einstellung mit relativ niedrigen belasteten Güten gewählt worden. Aus Abbildung 7.3 ist zu erkennen, daß sich damit die Reihenfolge umkehrt, die Resonatoren mit den niedrigsten Gradienten haben auch die niedrigsten Güten. Es wurde eine lange Fülldauer von  $600\mu s$  gewählt, um die Leistungsbelastung der Koppler möglichst gering zu halten, aber dennoch sieht man eine Eingangsleistung über  $400kW$  zu Beginn des Pulses. Die Feldverteilung entspricht zu diesem Zeitpunkt einem Kurzschluß, so daß die empfindlichsten Bereiche des Kopplers in einem Spannungsknoten liegen, aber dennoch könnte die Belastung schon zu groß sein, da hier gerade die schwächsten Koppler am stärksten belastet werden. Strahlverlust wäre bei dieser Einstellung kein Problem.

Die nächsten beiden Abbildungen, 7.7 und 7.8, zeigen Simulationen, die ohne Änderung der Leistungsverteilung durchgeführt wurden. Dabei erwies es sich als schwierig, Einstellungen zu finden, die alle Anforderungen erfüllen. Insbesondere lassen sich die höchsten Gradienten unter Beibehaltung der Obergrenzen für die anderen Resonatoren nur schwer erreichen. Daher nutzen diese Einstellungen den leistungsfähigsten Resonator nicht ganz aus. Das reduziert die Beschleunigungsspannung im ersten Beispiel auf  $110MV$  und im zweiten Beispiel auf  $106MV$ . Im zweiten Beispiel wurde auch auf den zweithöchsten Gradienten verzichtet, mit dem Gewinn, daß dadurch zu höheren Güten ausgewichen werden konnte, was die Belastung der Koppler reduziert. Das Klystron stellt in allen diesen Beispielen noch kein Limit dar, da seine maximale Ausgangsleistung von  $5MW$  die Anforderungen bei weitem übersteigt.

Wird das System auf 3 Beschleunigungsmodule und somit auf 24 Resonatoren erweitert, treten im Prinzip dieselben Probleme auf, wie sie auch im ersten Modul schon anzutreffen waren. Da das zweite Modul bei  $20MV/m$  und das dritte bei  $25MV/m$  betrieben werden sollen, kann man für diese die Einstellungen von Resonator 4 und 5 des ersten

Beschleunigungsmoduls mit einer leichten Korrektur nach oben übernehmen. Bei einer Füllzeit von  $300\mu s$  liegt die maximal benötigte Leistung bei  $1.6MW$  für Modul 1 und 2 und bei  $2.4MW$  für Modul 3 (siehe Abb. 7.2 und 7.1), was zu einer Gesamtleistung von  $5.6MW$  führt. Es wurden die Einstellungen aus Beispiel 7.5 zugrunde gelegt, denn aus oben ersichtlichen Gründen ist nur diese praktikabel. Diese Lösung hat gleichzeitig den Vorteil, daß die Resonatoren mit dem höchsten Gradienten mit der niedrigsten belasteten Güte betrieben werden. Dadurch sind gerade die Resonatoren, bei denen die stärkste Lorentz-Kraft-Verstimmung zu erwarten ist, am wenigsten empfindlich auf Frequenzänderungen.

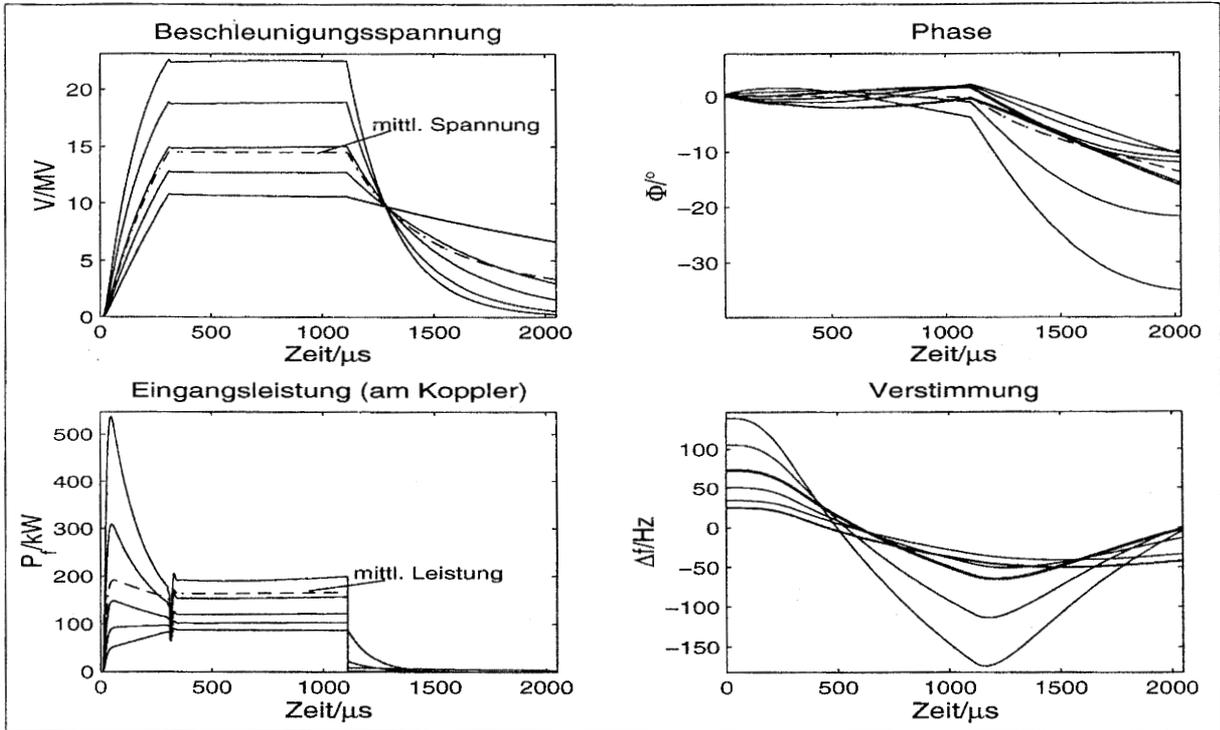
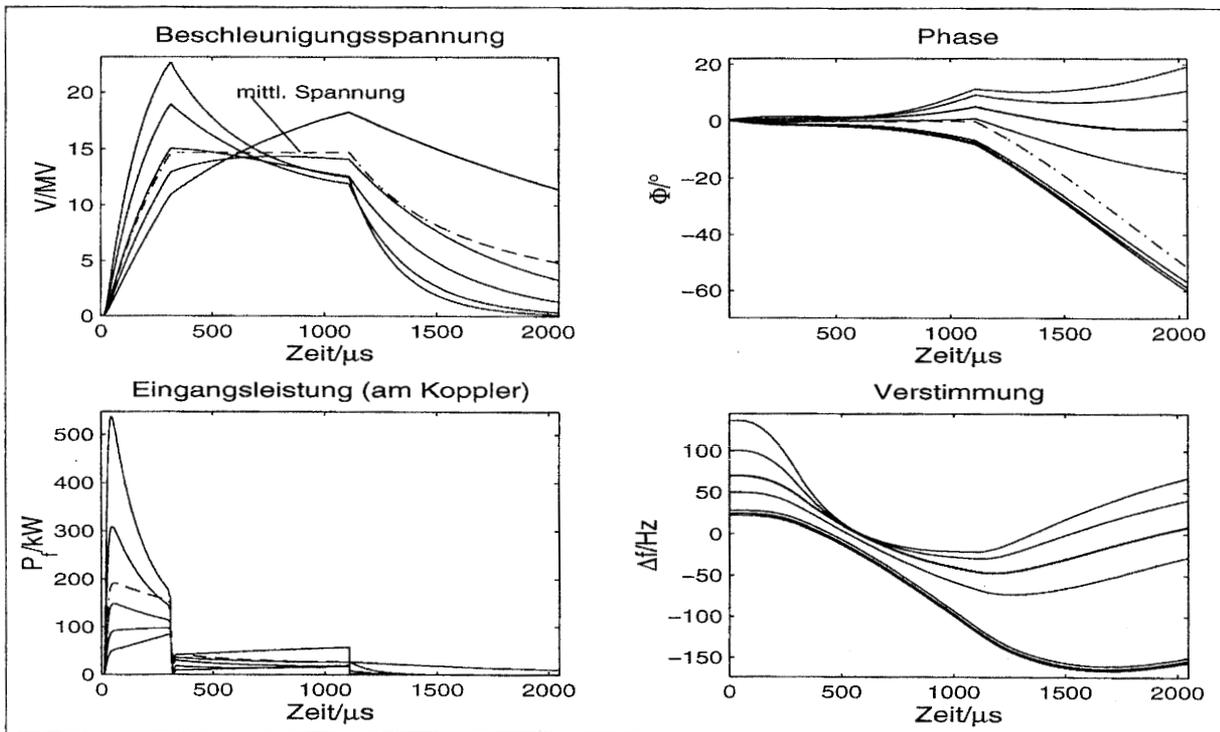


Abbildung 7.5: Zum Betrieb bei unterschiedlichen Gradienten. Gezeigt ist der Betrieb bei verschiedenen Gradienten mit Strahl (oben) und ohne Strahl (unten). Es wurde eine Füllzeit von  $300\mu\text{s}$  angesetzt, da dort noch relativ hohe belastete Güten möglich sind.



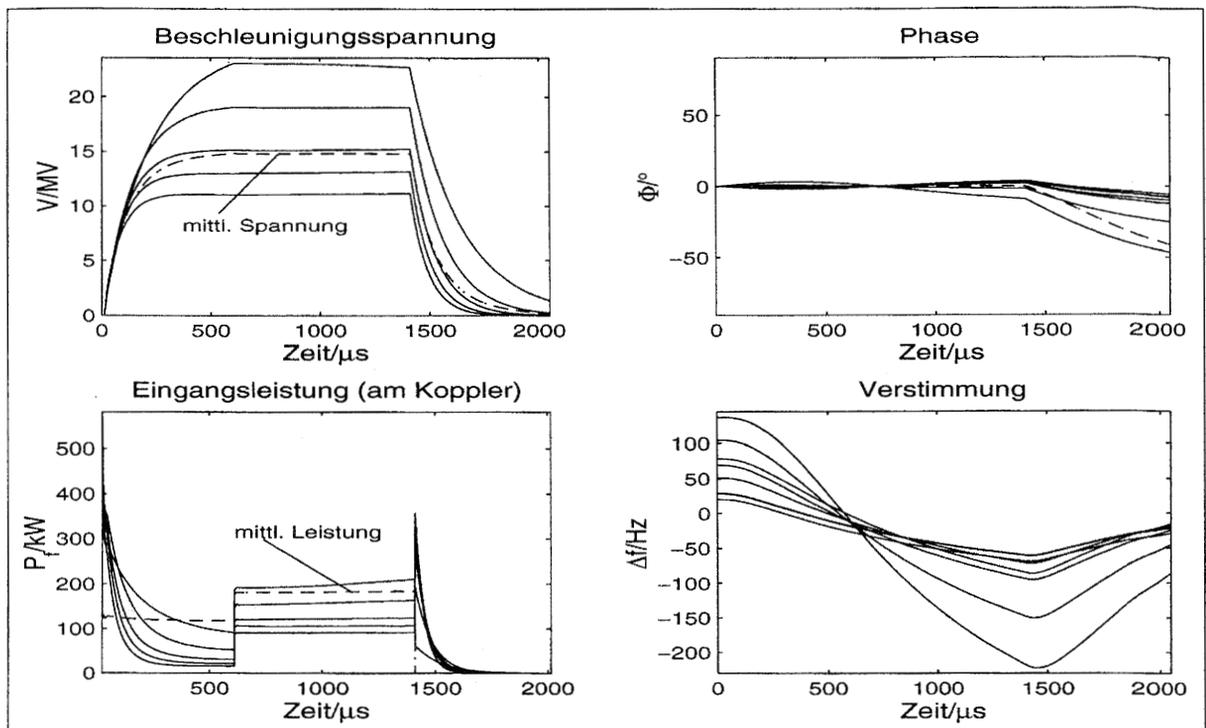
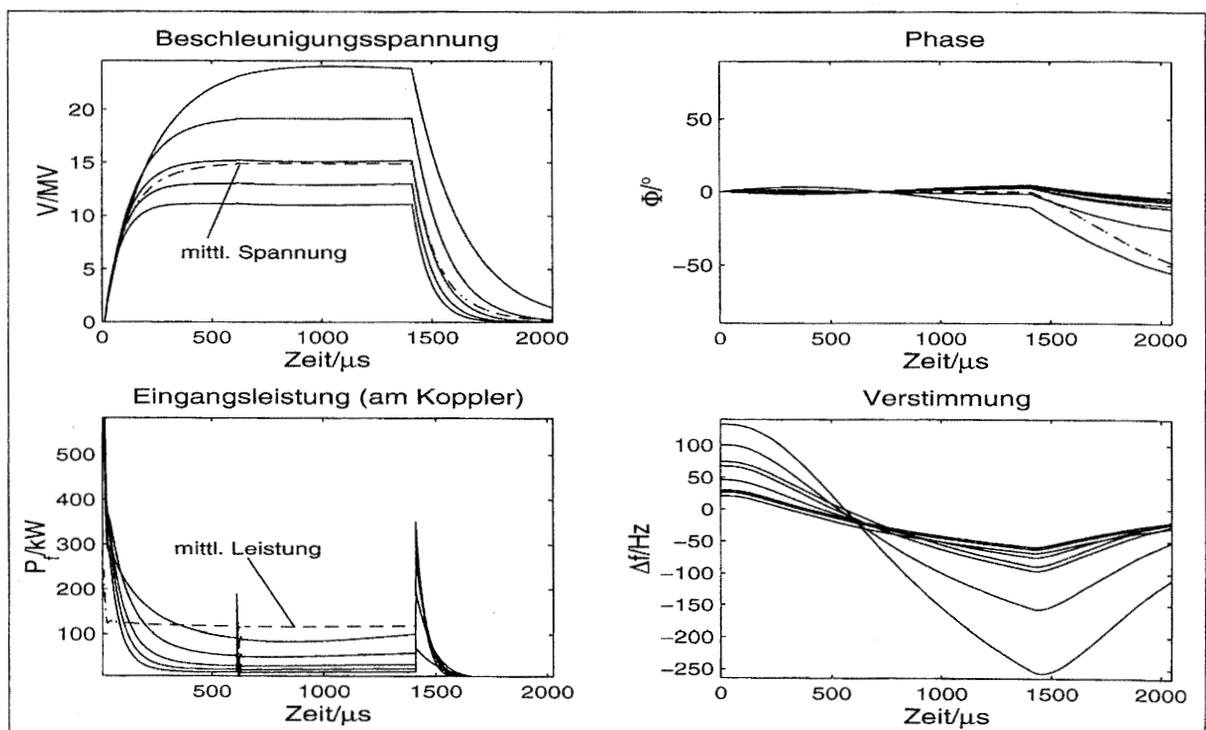


Abbildung 7.6: Zum Betrieb bei unterschiedlichen Gradienten. Gezeigt ist der Betrieb bei verschiedenen Gradienten mit Strahl (oben) und ohne Strahl (unten). Hier wurde eine Füllzeit von  $600\mu\text{s}$  angesetzt. Die Güten mussten drastisch herabgesetzt werden, was einerseits zu Leistungsüberhöhungen am Beginn und ende des Pulses führt, andererseits aber die Wirkung eines Strahlausfalls verringert.



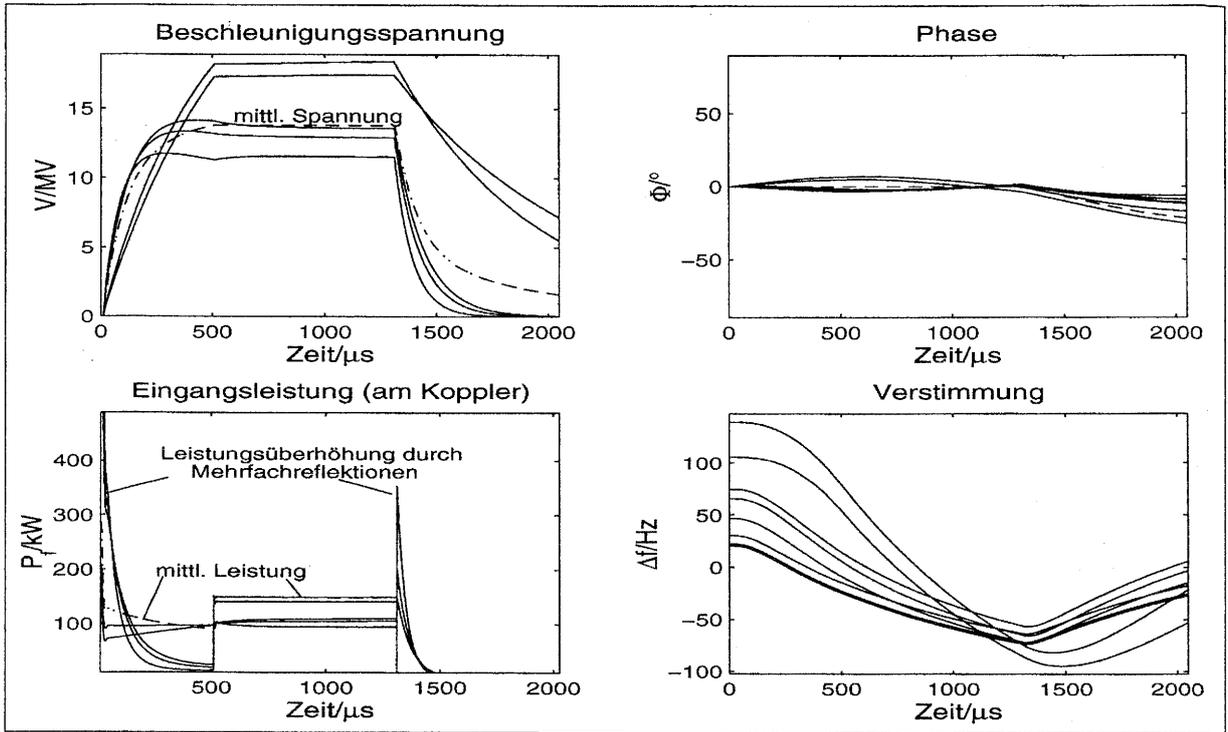
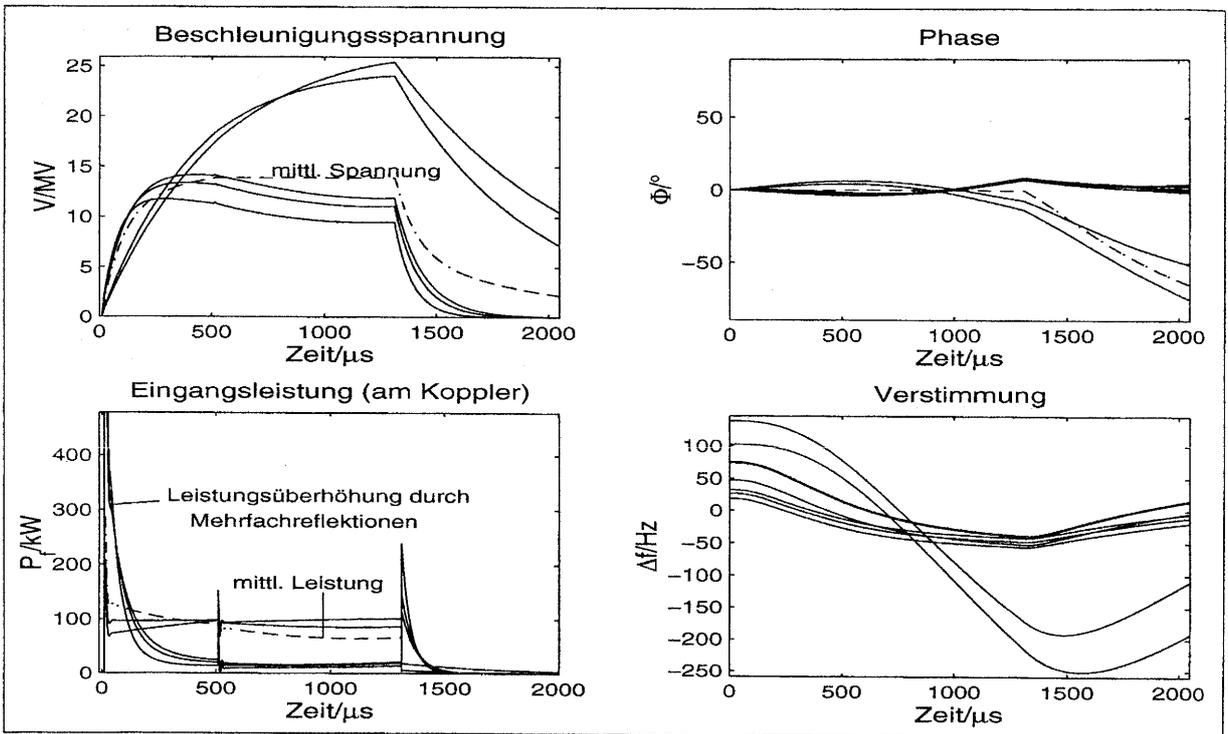


Abbildung 7.7: Zum Betrieb bei unterschiedlichen Gradienten. Gezeigt ist der Betrieb bei verschiedenen Gradienten mit Strahl (oben) und ohne Strahl (unten). Hier wurde auf eine Änderung der Leistungsverteilung verzichtet.



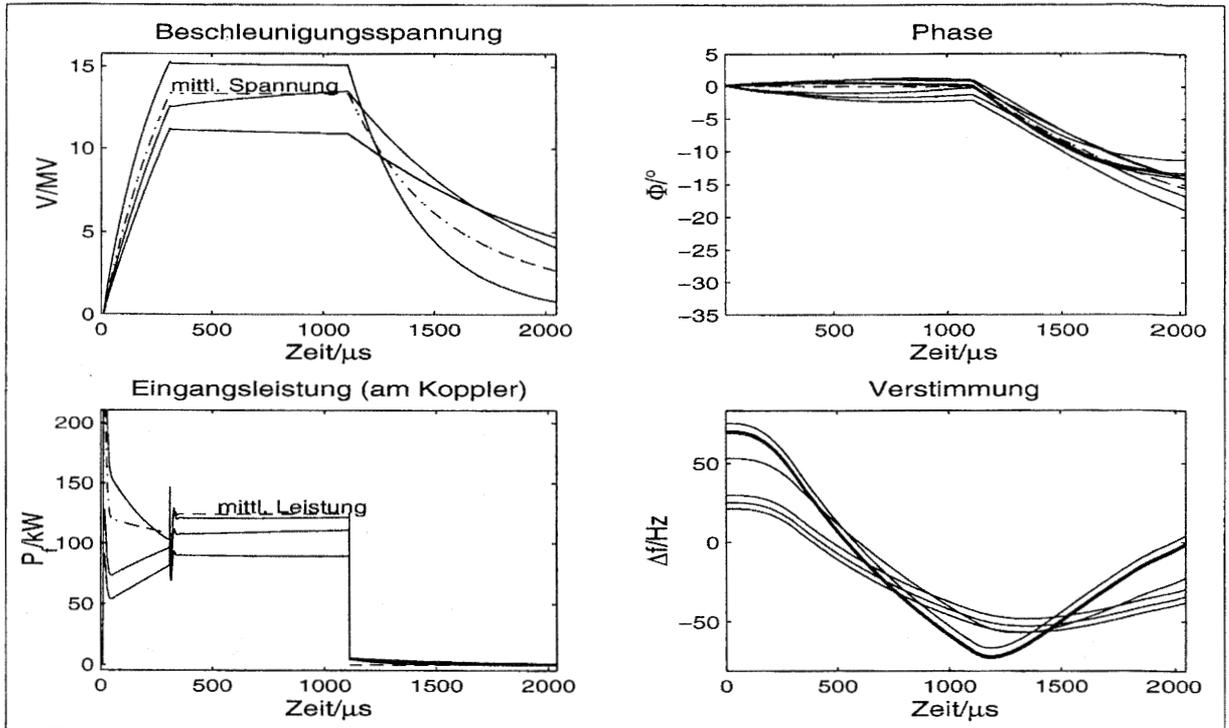
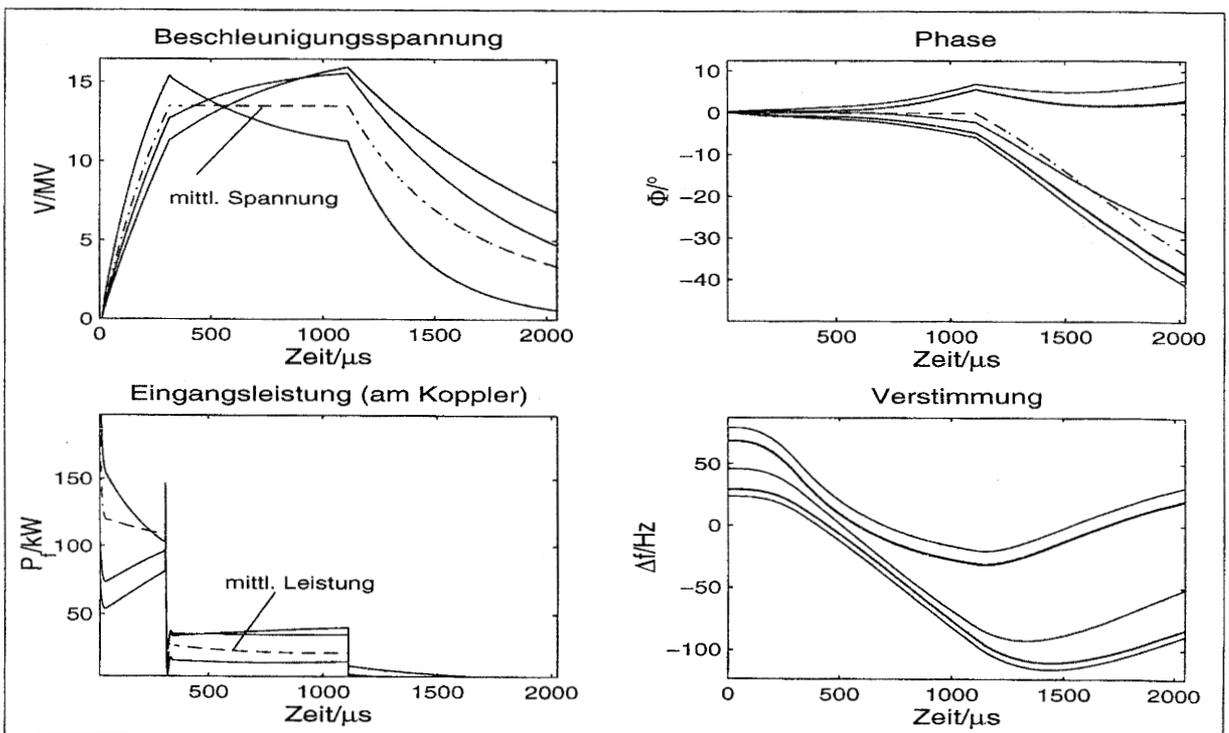


Abbildung 7.8: Zum Betrieb bei unterschiedlichen Gradienten. Gezeigt ist der Betrieb bei verschiedenen Gradienten mit Strahl (oben) und ohne Strahl (unten). Hier wurde die Gradientenverteilung auf drei Gradienten beschränkt, dadurch wurde es möglich, das Ergebnis bei höheren Güten zu erzielen, dadurch verringerte sich die Belastung der Einkoppler.



## 7.3 Betrieb mit 4 Randbedingungen

### 7.3.1 FEL-Betrieb

Nachdem das dritte Beschleunigungsmodul installiert ist, soll außerdem ein Undulator aufgebaut werden, mit dem ein Freie-Elektronen-LASER (FEL) betrieben werden kann. In der TESLA Test Facility soll eine besondere Art des FEL zum Einsatz kommen, der SASE-FEL („Self-Amplified-Spontaneous-Emission-Free-Electron-LASER“). Bei diesem LASER-Verfahren wird kein optischer Resonator aufgebaut, in dem die LASER-Strahlung mehrmals das aktive Medium durchläuft, sondern es wird die Synchrotronstrahlung, die im ersten Teil des Undulators entsteht, im weiteren Verlauf des Undulators kohärent verstärkt (Details siehe [CDR 500]). In Folge dessen benötigt der SASE-FEL zum Funktionieren einen sehr großen Maximalstrom, dazu müssen die Elektronenpakete („Bunches“) so stark wie möglich longitudinal komprimiert werden. Damit wird unter Beibehaltung des mittleren Strahlstromes der Maximalstrom erhöht. Zur Kompression der Elektronenpakete wird hinter dem ersten Beschleunigungsmodul ein sogenannter Bunchkompressor aufgebaut. Er besteht aus einer magnetischen Wegverlängerung im Strahlweg, durch vier Dipolmagnete wird der Strahl zunächst gegen den ursprünglichen Orbit versetzt und anschließend wieder darauf zurückgeführt. Da die Ablenkung eines Teilchens in Dipolmagneten vom Impuls des Teilchens abhängt, wird eine zusätzliche Dispersion eingeführt, d.h. der Strahlweg und mithin die Weglänge ist abhängig von der Energie der Elektronen. Diese Dispersion wird ausgenutzt, indem die Elektronen im ersten Beschleunigungsmodul „Off-Crest“, also phasenverschoben, beschleunigt werden. Dadurch durchlaufen die Elektronenpakete die Mitte jeder Resonatorzelle nicht während des Feldmaximums, sondern in diesem Falle  $13^\circ$  früher [CDR 500], die Phase des Feldes ist zu dem Zeitpunkt noch entsprechend weit vom Nulldurchgang entfernt. Das bewirkt eine Energiemodulation innerhalb der Elektronenpakete, die vorderen Elektronen gewinnen weniger Energie als die hinteren. Aufgrund der Dispersion im Bunchkompressor wird das Elektronenpaket beim Durchlaufen dieser Strecke komprimiert. In den nächsten Beschleunigungsmodulen wird der Strahl – in der ersten Ausbaustufe des FEL – wieder „On-Crest“ beschleunigt.

### 7.3.2 Simulierter Betrieb

Für die Hochfrequenzregelung bedeutet der FEL-Betrieb, daß nun 4 Randbedingungen einzuhalten sind, die zwei Komponenten der Vektorsumme des ersten Beschleunigungsmoduls allein und die zwei Komponenten der Gesamtvektorsumme. Für die Fehler sind jeweils weniger als 0.1% in der Amplitude und weniger als  $1^\circ$  in der Phase tolerabel. Außerdem bedeutet die unterschiedliche Strahlphase eine unterschiedliche Belastung der Resonatoren. Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, ob es möglich ist, die 24 Resonatoren trotzdem mit einem einzigen Klystron zu betreiben.

Die Rechnungen in diesem Abschnitt zeigen verschiedene Möglichkeiten des Betriebs. Die Abbildung 7.10 und 7.9 zeigen die beiden einfachsten Einstellungen. Alle 24 Resonatoren werden beim gleichen Gradienten betrieben. Dabei muß man sich selbstverständlich nach dem schwächsten Glied in der Kette richten, so daß der Gradient auf  $11\text{MV}/\text{m}$  reduziert werden muß. Dadurch wird im Bunchkompressor eine Energie von  $10\text{MV} + 88\text{MV}$ .

$\cos 13^\circ = 96MV$  vom ersten Modul plus Einfangresonator erreicht. Am Ende von Modul 3 wird eine Energie von  $96MV + 16 \cdot 11MV = 274MV$  erreicht. Um die Auswirkungen der Mikrophonie so klein wie möglich zu halten, wurden die Bandbreiten der Resonatoren stark heruntersgesetzt. Im ersten Beispiel (7.10 oben) wurden die belasteten Güten der Resonatoren auf  $3 \cdot 10^5$  reduziert, das ist am Limit der 3-Stempel-Abstimmer, sorgt bereits für erhebliche Leistungsüberhöhungen am Einkoppler. Im zweiten Beispiel (7.10 unten) reicht eine Reduzierung auf  $8 \cdot 10^5$  aus, um ein deutlich besseres Ergebnis zu erzielen. Die Belastung der Einkoppler verringert sich dabei um einen Faktor 3. Es wurde normalverteilte Mikrophonie mit einer Standardabweichung von  $5Hz$  angenommen [Schilcher], über 5000 Simulationen wurde jeweils die Vektorsumme der Felder der acht Resonatoren des ersten Beschleunigungsmoduls betrachtet. Um Aussagen über die Stabilität der Vektorsumme von Puls zu Puls zu erhalten, wurde jeweils der Mittelwert der Amplitude und Phase aufgetragen (linke Felder). Über die Stabilität der Vektorsumme während des Strahlpulses geben die rechten Felder Auskunft, dort wurde der Abstand vom Maximalwert zum Minimalwert während des Plateaus aufgetragen. Im oberen Bild zeigt das entsprechende Phasenhistogramm durch die Betragsbildung nur ein halbes Gaußprofil.

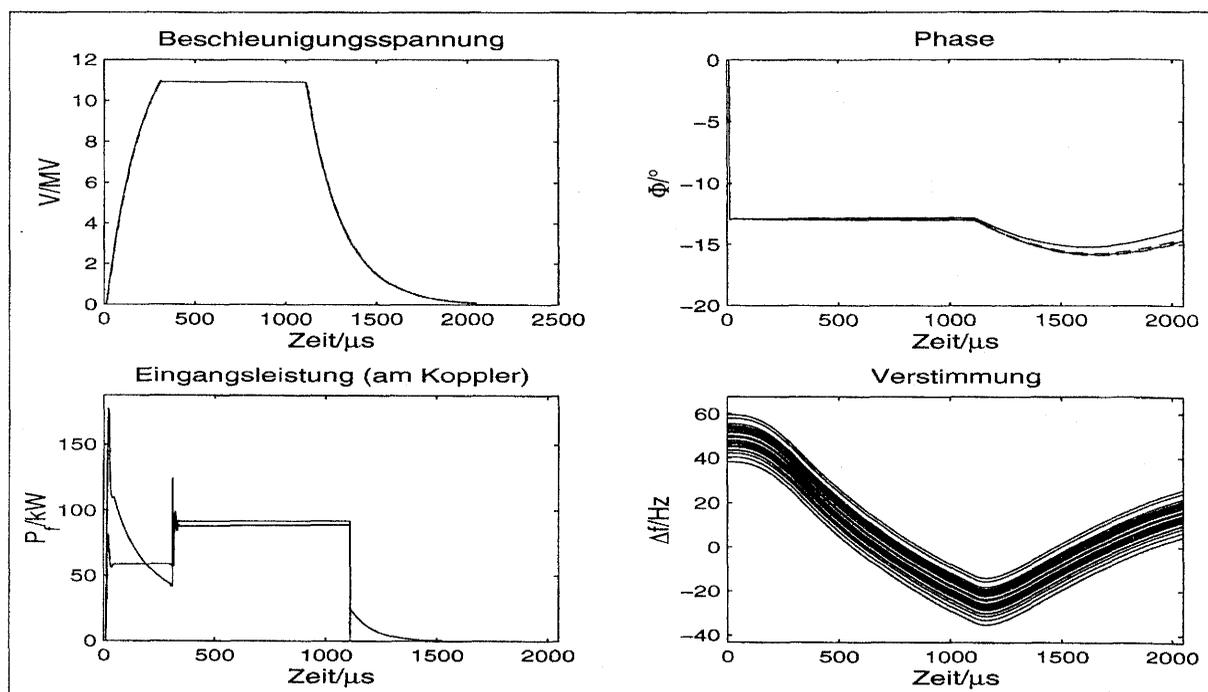


Abbildung 7.9: Simulation zum FEL-Betrieb mit 24 Resonatoren an einem Klystron. Feldverlauf während eines Hochfrequenzpulses, Betrieb mit allen Resonatoren „Off-Crest“. Die Güten der Resonatoren wurden mittels 3-Stempel-Abstimmer stark herabgesetzt, daher entsteht zu Beginn des Pulses eine Leistungsüberhöhung am Einkoppler.

Die Abbildung 7.11 zeigt die Situation, wenn durch Änderung von Güten und Leistungsverteilung in den Modulen 2&3 ein Gradient von  $20MV$  erreicht wird, die Gesamtspannung steigt damit auf  $406MV$ . Auch hier wurden Einstellungen mit kleiner belasteter Güte der Resonatoren gewählt, um die Mikrophonie und hier insbesondere

den unterschiedlichen Einfluß der Lorentz-Kraft-Verstimmung zu unterdrücken. Wie man deutlich sieht, gelingt das nur zum Teil. Die unterschiedliche Wirkung des Strahls in den Resonatoren und die stark unterschiedliche Lorentz-Kraft-Verstimmung machen es unmöglich, die Amplituden und Phasen ausreichen stabil zu halten. Die hier gezeigten Werte  $\Delta V = 0.8MV$  und  $\Delta\phi = 4.3^\circ$  sind das Optimum, das erreicht werden konnte.

Der FEL-Betrieb ist also mit einem Klystron nur dann möglich, wenn alle Resonatoren mit gleicher Phase und Amplitude betrieben werden. Dabei verschenkt man allerdings einen enormen Anteil der nominell möglichen Gesamtenergie.

Neben dem Einsatz eines zweiten Hochleistungsklystrons für das erste Beschleunigungsmodul gibt es die Möglichkeit, sieben Resonatoren gemeinsam mit den Modulen 2&3 anzusteuern und einen Resonator mit einem eigenen, kleineren Klystron – oder anderen Hochfrequenzverstärkern – zu betreiben. Dieser Resonator muß dann die Schwankungen der Vektorsumme der anderen sieben ausgleichen. Wie in Abbildung 7.11 zu sehen ist, beträgt die Phasenänderung im Betrieb bei verschiedenen Gradienten während des Strahlpulses ca.  $4.5^\circ$ . Um dies bei einem Vektorsummenbetrags der übrigen 7 Resonatoren von  $77MV$  auszugleichen, muß im achten Resonator eine Änderung der Beschleunigungsspannung um  $6MV$  erreicht werden, also  $\pm 3MV$ . Die Mindestanforderungen an die Eingangsleistung des achten Resonators lauten also:

- Ausgleich der strahlinduzierten Spannung bei  $I_{s0} = 8mA$  Strahlstrom,
- Halten einer Beschleunigungsspannung von mindestens  $\bar{U}_b^{min} = 3MV$ ,
- Erreichen einer Spannungsänderung von  $\dot{U}_b^{min} = 6MV/800\mu s$ .

Die minimale Leistung, die für die Ansteuerung des einzelnen Resonators zur Verfügung stehen muß, ist mit diesen Werten abhängig von der belasteten Güte des Resonators

$$P_{ein}^{min} = \frac{1}{2}R_L \left( I_{s0} + \frac{\bar{U}_b^{min}}{2R_L} + \frac{\dot{U}_b^{min}}{2\left(\frac{r}{Q}\right)\omega_0} \right)^2. \quad (7.6)$$

Das Minimum findet man bei  $Ql = 3 \cdot 10^5$  mit  $27kW$ . Beschränkt man sich jedoch nicht auf die Minimalanforderungen, sondern nutzt die Leistungsfähigkeit der vorhandenen Resonatoren voll aus, ist zwar ein entsprechend leistungsfähiges Klystron samt Modulator notwendig, aber man kann die Beschleunigungsspannung über das erste Modul noch einmal deutlich steigern. Die Abbildung 7.12 stellt so eine Möglichkeit vor. Sieben Resonatoren werden wie im letzten Beispiel vom Hochleistungsklystron gespeist, ein Resonator hat ein eigenes  $300kW$ -Klystron. Der Einzelresonator wird auf die Vektorsumme aller acht geregelt, die Stabilität der Vektorsumme wird somit gewährleistet. Durch Auswahl eines leistungsfähigen Resonators und ein entsprechend leistungsfähiges Klystron kann die Beschleunigungsspannung über das erste Modul deutlich gesteigert werden.

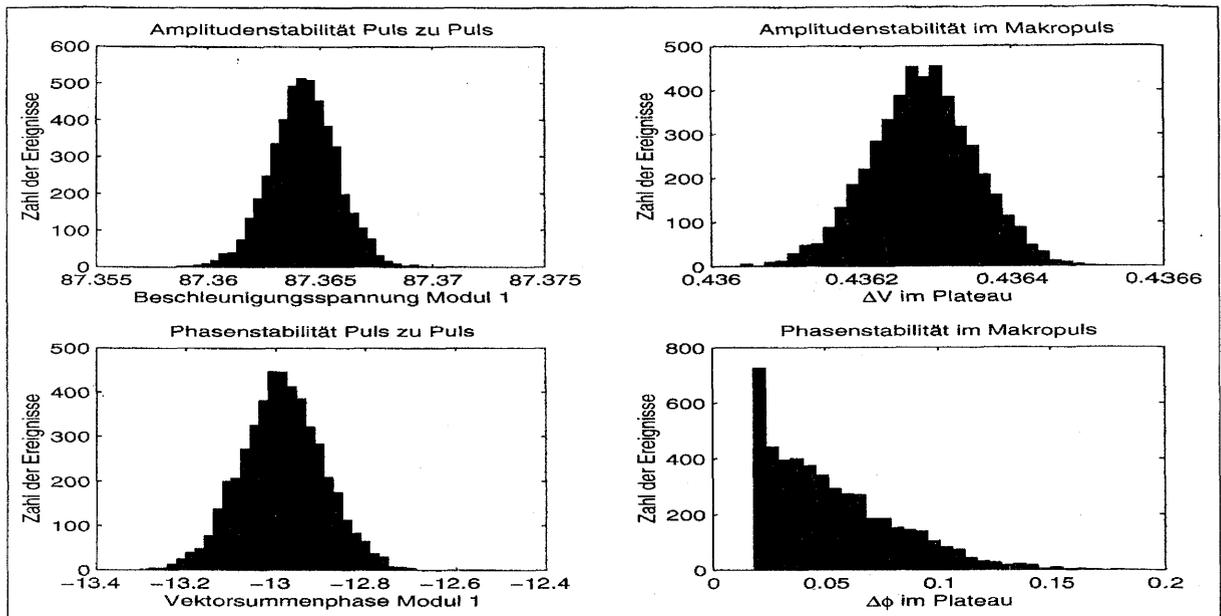
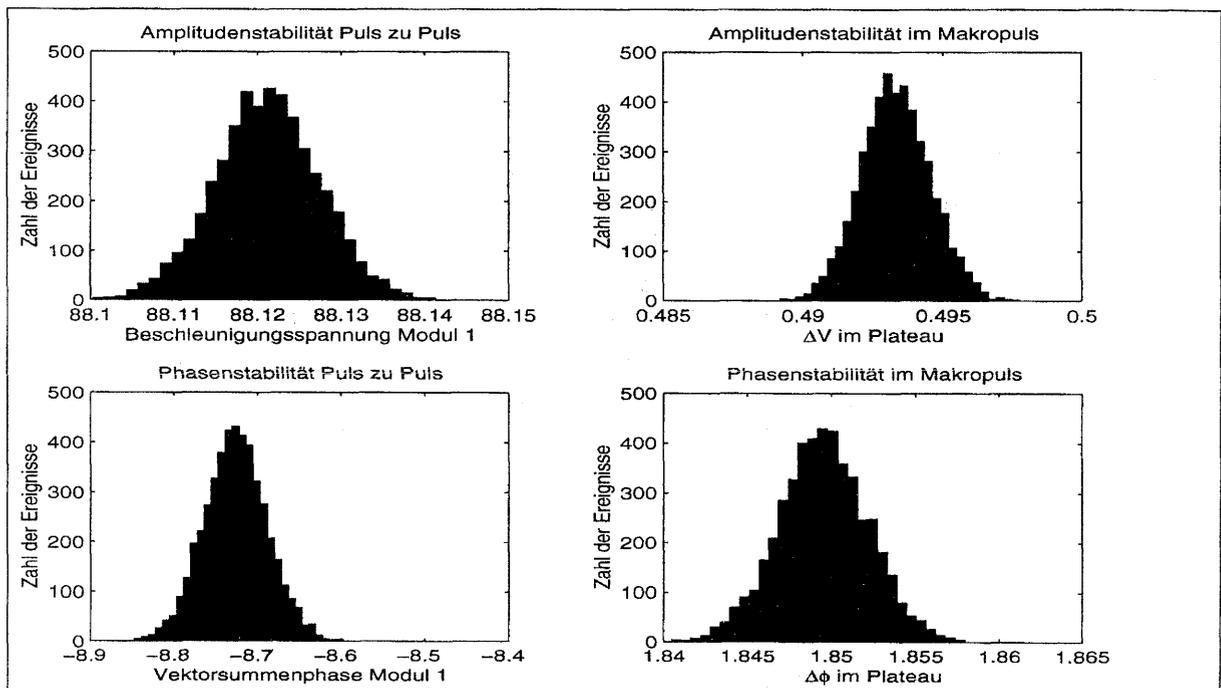


Abbildung 7.10: Simulation zum FEL-Betrieb mit 24 Resonatoren an einem Klystron. Die Resonatoren werden alle mit 11MV/m betrieben, geregelt wird auf die Vektorsumme der Felder aller 24 Resonatoren. Im oberen Bild werden alle 24 Resonatoren  $13^\circ$  phasenverschoben betrieben, im unteren Bild gleichen die letzten 16 Resonatoren die Phase der Vektorsumme zu Null aus. Die Abbildungen zeigen die Stabilität der Amplitude und Phase der Vektorsumme aus den ersten acht Resonatoren, links den Mittelwert, rechts die Differenz von Maximalwert-Minimalwert während eines Bunchzuges. Diese Auftragung impliziert eine Betragsbildung was in der oberen Abbildung zu einer harten Grenze für die Phasendifferenz führt.



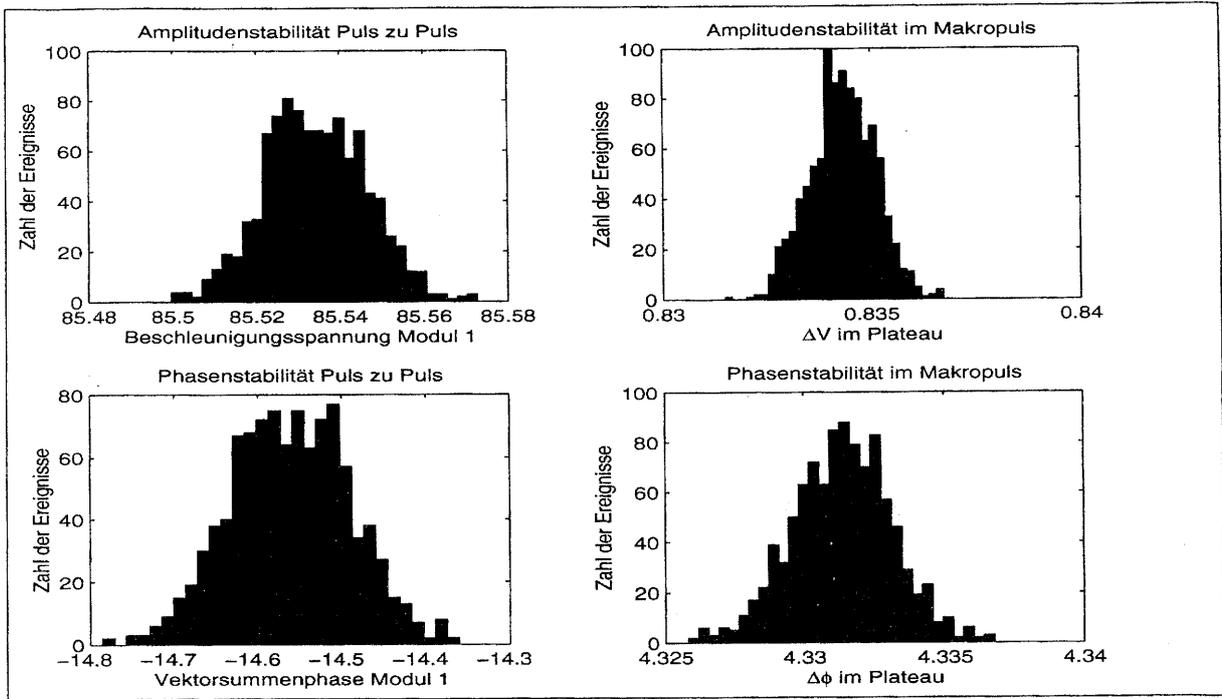
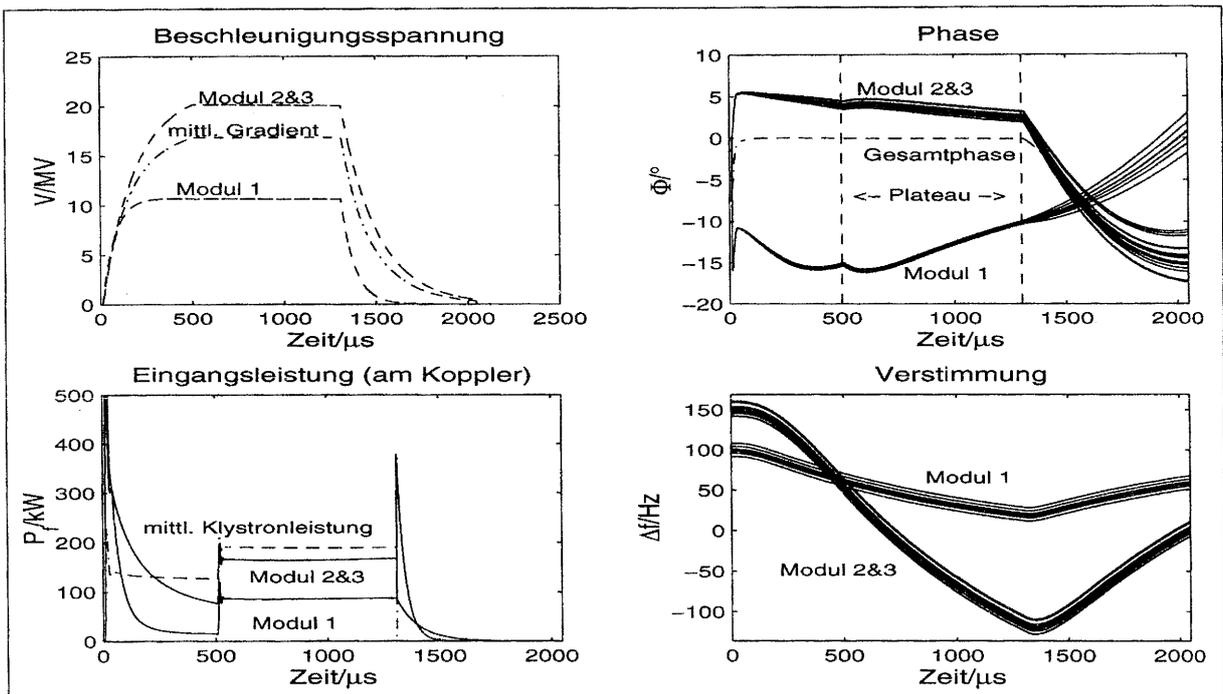


Abbildung 7.11: Simulation zum FEL-Betrieb mit 24 Resonatoren an einem Klystron. Die ersten acht Resonatoren laufen mit 11MV/m,  $-13^\circ$ , die anderen 16 mit 20MV/m. Geregelt wird auf die Vektorsumme der Felder aller 24 Resonatoren, so daß die Gesamtphase  $0^\circ$  ist. Die Abbildungen zeigen die Stabilität der Amplitude und Phase der Vektorsumme aus den ersten acht Resonatoren, links den Mittelwert, rechts die Differenz von Maximalwert-Minimalwert während eines Bunchzuges.



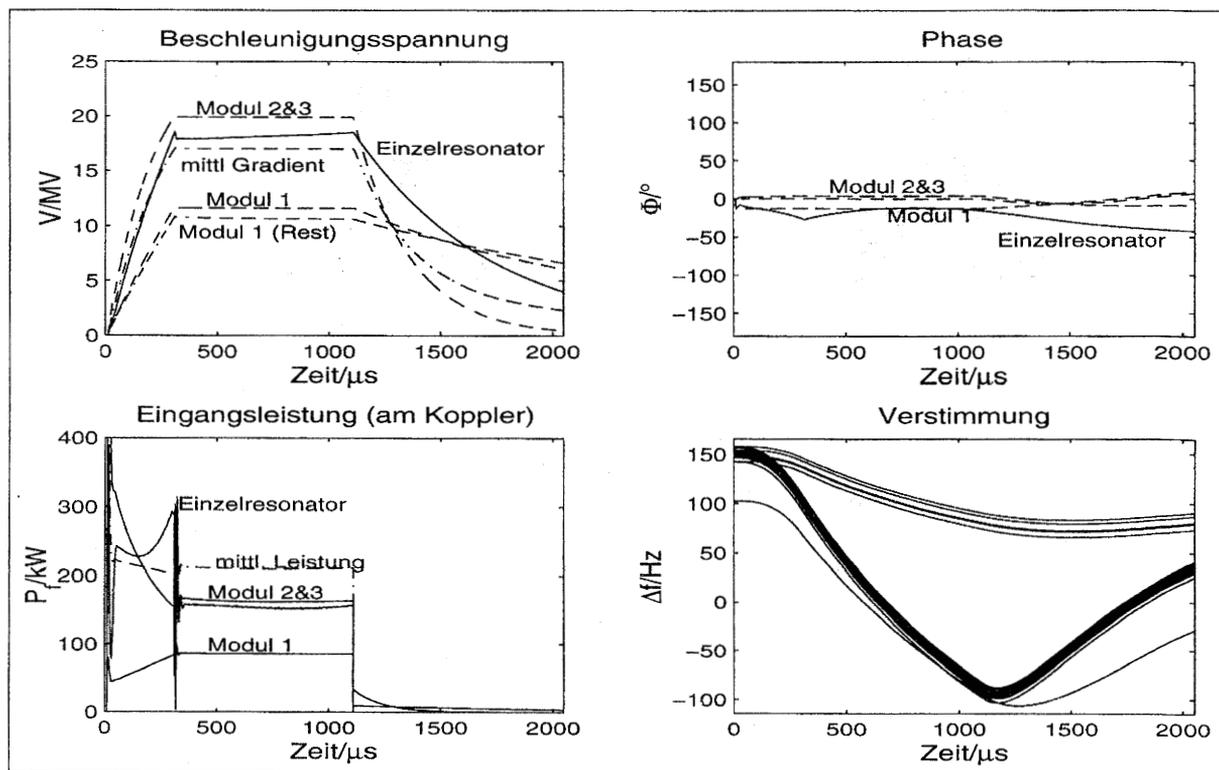


Abbildung 7.12: Simulation zum FEL-Betrieb mit 23 Resonatoren an einem Klystron. Ein einzelner Resonator im ersten Beschleunigungsmodul wird mit einem separaten Klystron betrieben. In diesem Beispiel beträgt die Gesamtspannung über das erste Beschleunigungsmodul 93MV.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Die Einhüllende des elektromagnetischen Feldes in einem supraleitenden Resonator kann durch eine Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben werden. Durch Anpassung dieser Gleichung an die Meßdaten des Hochfrequenzfeldes, der Vorlaufleistung und des Strahlstromes können für den Beschleunigerbetrieb wichtige Informationen gewonnen werden. Auf diese Weise ist es möglich, die Strahlphase unabhängig von den Einstellungen der Hochfrequenzregelung auf  $\pm 3^\circ$  genau zu bestimmen. Ebenso kann die zeitabhängige Verstimmung der Resonatoren über den gesamten Hochfrequenzpuls gemessen werden. Aufgrund der Flexibilität und Robustheit dieser Bestimmungsmethode ist sie gut für die Verwendung in der automatischen Hochfrequenzkontrolle geeignet. Andere Größen, wie die Richtwerte der Richtkoppler oder die Phasenkalibration der Hochfrequenzsignale, stehen als Nebenprodukt der Strahlphasenbestimmung zur Verfügung.

Ebenfalls durch Anpassung der Meßdaten an Differentialgleichungen bzw. Differenzgleichungen lassen sich Modelle für die dynamische Verstimmung der Resonatoren unter dem Einfluß der Lorentzkraft untersuchen. Es zeigt sich, daß ein mechanisches Modell erster Ordnung mit Zeitkonstanten im Bereich um  $300 \mu s$  und einer Lorentz-Kraft-Konstante  $K$  zwischen  $0.6$  und  $1 \text{ Hz/MV}^2$  den ungefähren Verlauf der Verstimmungskurven recht gut wiedergibt. Die gemessenen Verstimmungskurven zeigen jedoch scharfe Knicke, die nur schwer in Einklang mit der Vorstellung der Resonatoren als trägem System zu bringen sind. Ein mathematisches Modell, das die Verstimmung neben dem Resonatorfeld selbst auch von seiner Zeitableitung abhängig macht, beschreibt dieses Verhalten am besten, läßt sich physikalisch bisher aber nicht begründen.

Die 3-Stempel-Abstimmer, die in der TESLA Test Facility vor jedem Hohlraumresonator in das Hohlleitersystem eingebaut sind, erzeugen variable Reflektionsstellen im Hohlleiter. Durch die dadurch hervorgerufenen Mehrfachreflektionen der Hochfrequenzwellen zwischen Resonatoreingang und 3-Stempel-Abstimmer kann die Phase der einfallenden Welle um bis zu  $180^\circ$  geschoben und die belastete Güte des Resonators um bis zu einen Faktor 10 vergrößert oder verringert werden.

Das eröffnet die Möglichkeit, eine Feinabstimmung der Resonatorphasen vorzunehmen und durch Anpassung der belasteten Güten die einzelnen Resonatoren bei verschiedenen Gradienten zu betreiben. Die Mehrfachreflektionen können jedoch – vor allem bei starker Absenkung der belasteten Güte – zu Leistungsüberhöhungen in den Hauptkopplern und damit zu deren Zerstörung beitragen. Die 3-Stempel-Abstimmer sollen motorisiert werden, um ihre automatische Einstellbarkeit zu ermöglichen.

## A Wirksame Beschleunigungsspannung

Da die Beschleunigungsspannung im Hohlraumresonator eine Wechselspannung ist, muß man die Zeitabhängigkeit des Beschleunigungsfeldes während des Durchflugs des Teilchens durch den Resonator berücksichtigen. Dabei kann man sich hier auf den Fall der Beschleunigung hochrelativistischer Elektronen mit  $v \approx c$  beschränken. Dann ist der Energiezuwachs nämlich unabhängig von der Energie der Teilchen.

$$U_{\text{wirk}} = \int_0^L E_b(s) ds = c \cdot \int_{t_1}^{t_2} E_b(ct) dt \quad (\text{A.1})$$

Das Feld vollführt Sinusschwingungen. Wenn der Resonator in der gekoppelten  $\pi$ -Mode der Grundmode schwingt, ist die Zeit, die ein Elektron mit Lichtgeschwindigkeit braucht, um eine Zelle des Resonators zu durchfliegen, genau die halbe Periodendauer der Schwingung:

$$\begin{aligned} U_{\text{wirk}} &= c \cdot \int_{t_1}^{t_1 + \frac{\pi}{\omega}} E_0(ct) \cdot \sin(\omega t) dt \\ &= \frac{c}{\omega} \cdot \int_{\phi_s}^{\phi_s + \pi} E_0 \left( \frac{\phi - \phi_s}{k} \right) \cdot \sin(\phi) d\phi \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Im Allgemeinen hängt die Feldamplitude von den drei Ortskoordinaten ab. Zur Vereinfachung wurde hier angenommen, daß der Strahl auf der Symetrieachse der Beschleunigungsstruktur eingeschossen wird. Durch Anwendung der Additionstheoreme für die Sinusfunktion und Ausnutzung der Symmetrie des Resonators bleibt

$$U_{\text{wirk}} = \cos(\phi_s) \cdot \int_0^L E_0(z) \sin(kz) dz. \quad (\text{A.3})$$

## B Vektormodulator und Erzeugung der Referenzfrequenz (LO)

Das 1300.25 MHz LO-Signal in der TESLA Test Facility wird nicht als Sinusschwingung realisiert. Vielmehr wird das 1300 MHz Referenzsignal des Beschleunigers durch einen Vektormodulator rechteckförmig phasenmoduliert. Jede Mikrosekunde wird die Phase des Referenzsignals um  $90^\circ$  geschoben, so daß die digitale Vektormessung immer noch die Sequenz Realteil, Imaginärteil, negativer Realteil, negativer Imaginärteil, ... ergibt.

Im Vektormodulator wird das einkommende Referenzsignal in zwei Signale aufgespalten, wobei eins gegenüber dem anderen um  $90^\circ$  phasenverschoben ist. Jedes der beiden Teilsignale kann durch einen Mischer in der Amplitude gemäß der Eingänge für den Real- und Imaginärteil moduliert werden. Am Ausgang des Vektormodulators werden die beiden Teilsignale aufsummiert. Das Gesamtsignal ist mit einer komplexen Amplitude moduliert.

In der TESLA Test Facility wird ein solcher Vektormodulator zum einen in der Regelstrecke zur Ansteuerung des Klystrons benutzt. Ausserdem dient ein Vektormodulator

zur Erzeugung des LO-Signals. Dazu werden die beiden Eingänge  $U_{real}$  und  $U_{imaginär}$  mit einem Digital-Analog-Wandler gemäß einer vorgegebenen, sogenannten „IQ-Driver-Tabelle“, mit 1 MHz Taktfrequenz angesteuert. Die Tabelle kann so angepasst werden, daß das LO-Signal trotz Nichtlinearitäten des Vektormodulator und nachgeschalteter Verstärker ein sauberes Zwischenfrequenzsignal erzeugt. Zur Anpassung der IQ-Driver-Tabelle wird an Stelle der Resonatorsignale ein Signal fester Frequenz und Amplitude gemessen, dessen Frequenz gegen die 1.3 GHz Referenz leicht verschoben wurde. Bei optimaler Einstellung des LO-Signals besteht das ZF-Signal aus vier Sinusschwingungen gleicher Amplitude, die gegeneinander um  $90^\circ$  phasenverschoben sind. Erreicht wurde eine Übereinstimmung der 4 Amplituden auf 0.04% und eine Genauigkeit der Phasendifferenzen auf  $0.1^\circ$  erreicht. Daraus resultiert eine Variation der gemessenen Amplitude von  $5 \cdot 10^{-3}$  und der gemessenen Phase von  $0.5^\circ$  in Abhängigkeit von der Phase der Hochfrequenz.

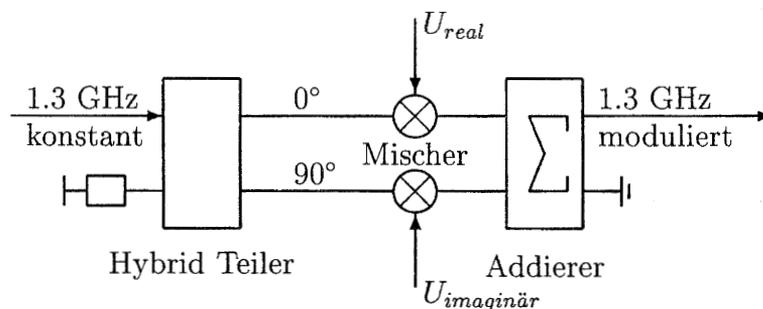


Abbildung B.1: Prinzip des Vektormodulators

## C Nomenklatur

Für die in dieser Arbeit benutzten Größen wurden folgende Bezeichnungen gewählt:

Größe	Darstellung	Bezeichner
Beschleunigungsspannung	komplex	$\hat{U}_b$
	Amplitude	$\bar{U}_b$
	Phase	$\varphi_b$
Strahlstrom	komplex	$\hat{I}_s$
	Amplitude	$\bar{I}_s$
	Phase	$\phi_s$
Amplitude der einlaufenden Hochfrequenzwelle	Spannung komplex	$\hat{U}_e$
	Spannung Amplitude	$\bar{U}_e$
	Strom komplex	$\hat{I}_e$
	Strom Amplitude	$\bar{I}_e$
	Phase	$\phi_e$
Amplitude der auslaufenden Hochfrequenzwelle	Spannung komplex	$\hat{U}_a$
	Spannung Amplitude	$\bar{U}_a$
	Strom komplex	$\hat{I}_a$
	Strom Amplitude	$\bar{I}_a$
	Phase	$\phi_e$
Korrekturfaktoren einlaufende Welle	Kalibration	$f_e$
	Direktivität	$d_e$
Korrekturfaktoren auslaufende Welle	Kalibration	$f_a$
	Direktivität	$d_a$
Eigenfrequenz der Resonatoren		$\omega_0$
Referenzfrequenz		$\omega$
Verstimmung durch Lorentz-Kraft	$\omega_0 - \omega$	$\Delta\omega$
Vorverstimmung		$\omega_T$
Verstimmung durch 3-Stempel-Abstimmer		$\Delta\omega_3$
halbe Bandbreite		$\omega_{1/2}$
unbelastete Güte		$Q_0$
Parallelwiderstand des unbel. Res.		$R_0$
belastete Güte		$Q_L$
Parallwiderstand des bel. Res.		$R_L$
externe Last		$R_{ext}$
Leitungsimpedanz		$Z_0$

# Literaturverzeichnis

- [Alt 96] Ingo Altmann: *Untersuchungen zum Regelverhalten supraleitender Beschleunigungsstrukturen*  
Diplomarbeit des Fachbereichs Physik der Universität Hamburg
- [Bron 91] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew:  
*Taschenbuch der Mathematik*,  
B. G. Teubner Verlagsgesellschaft (1991), 25. Auflage ISBN 3-8154-2000-8
- [CAS 92] *CAS Cern Accelerator School: RF Engineering for Particle Accelerators*,  
Vol I, Editor S. Turner, CERN 92-03, 11 June 1992
- [Edw 89] D. A. Edwards, M. J. Syphers: *An Introduction to the Physics of High Energy Accelerators*  
John Wiley & Sons Inc. 1993
- [TTF CDR] *TESLA Test Facility Design Report*  
Editor D. A. Edwards,  
DESY Print March 1995, TESLA 95-01
- [RT 97] A. Gamp, S. Goloborodko, M. Hüning, A. Kholodnyi, M. Liepe,  
T. Plawski, K. Rehlich, T. Schilcher, S. N. Simrock, Y. Tchernouosko,  
*Real Time Digital RF Control for the TESLA Test Facility*  
1997 Real Time Conference
- [Grä 92] H.-D. Gräf,  
*Experience with Control of Frequency, Amplitude and Phase, Proceedings of the 5th Workshop on RF Superconductivity*,  
DESY Print M-92-01, (1992), 317
- [Hen/Lit] H. Henke, B. Littmann  
*Mechanical Parameter Influence on the TESLA Cavity Tune under Lorentz Forces*,  
DESY Print May 1993, TESLA 93-12
- [Hen 93] H. Henke, M. Filtz,  
*Envelope Equations for Transients in Linear Chains of Resonators*  
DESY Print June 1993, TESLA 93-26
- [WG] M. Hüning, S. N. Simrock  
*Calculations on the Waveguide-Tuner for the TESLA Test Facility*  
DESY Print May 1998, TESLA 98-10
- [Kre] G. Kreps, priv. Mitteilung, (1997)
- [Lev 96] *The Control Handbook*,  
Editor William S. Levine,  
CRC Press (1996), ISBN 0-8493-8570-9

- [Lie Dipl] Matthias Liepe  
*Regelung supraleitender Resonatoren mit Strahlbelastung am TESLA-Test-Linearbeschleuniger*  
Diplomarbeit des Fachbereichs Physik der Universität Hamburg
- [Lu] F.Lu, priv. Mitteilung, (1997)
- [Ludyk 95] Günter Ludyk,  
*Theoretische Regelungstechnik*,  
Band 1&2,  
Springer-Verlag (1995), ISBN 3-540-55041-0
- [Luntze 96] Jan Luntze,  
*Regelungstechnik*,  
Band 1&2,  
Springer 1996, ISBN 3-540-61404-4
- [Marc 58] N. Marcowitz,  
*The Waveguide Handbook*  
Mc Graw Hill
- [Marz 93] A. Marziali, H.A. Schwettman, 'Vibrational Analysis of the TESLA Structure', DESY Print TESLA 93-41, (1993)
- [Mei 92] Meinke, Grundlach,  
*Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*,  
Springer 1992, ISBN 3-540-54717-7
- [Mer 95] Lia Merminga,  
*RF Cavity Equations: Steady State*,  
CEBAF TN-95-019, 18 July 1995
- [Mon 48] C.G. Montgomery, R.H. Dicke and E.M.Purcell,  
*Principles of Microwave Circuits*  
Radiation Laboratory Series Vol. 8, McGraw-Hill, New York, (1948), Kap. 7
- [Mor 89] Theodore Moreno,  
*Microwave Transmission Design Data*  
Artech House (1989), ISBN 0-89006-346-X
- [Mosnier 93] A. Mosnier  
*Dynamic Measurements of the Lorentz Forces on a MACSE cavity*,  
DESY Print TESLA 93-09, (1993)
- [Mosnier 94] A. Mosnier, J.M. Tessier,  
*Field Stabilization Study for TESLA*,  
DESY Print TESLA 94-16, (1994)

- [Mosnier 95] A. Mosnier, O. Napoly,  
*Energy Spread Sources in TESLA and TTF*,  
DESY Print TESLA 95-05, (1995)
- [Slater] J.R. Slater,  
*Microwave Electronics*,  
van Nostrand, (1950), S.80
- [Schilcher] Thomas Schilcher:  
*Vector-sum Control of Pulsed Accelerating Fields in Lorentz Force detuned  
Superconducting Cavities* DESY Print March 1998, TESLA 98-05
- [Trans] Th. Schilcher, S. N. Simrock,  
*Transient Beam Loading Based Calibration of the Vector-Sum for the  
TESLA Test Facility*
- [Sim 93] S.N. Simrock,  
*Experience with Control of Frequency, Amplitude and Phase, Proceedings of  
the 6th Workshop on RF Superconductivity*,  
Newport News, VA (1992), 294
- [CDR 500] The TESLA Collaboration,  
*Conceptual Design Report of a 500GeV  $e^+e^-$  Linear Collider with  
Integrated X-ray Laser Facility*  
Editors R. Brinkmann, G. Materlik, J. Rossbach, A. Wagner, DESY  
1997-048, ECFA 1997-182
- [Prop] TESLA-COLLABORATION,  
*A Proposal to Construct and Test Prototype Superconducting RF Structures  
for Linear Colliders*,  
DESY Print TESLA 93-01, DESY Print, (March 1993)
- [Wil 82] Perry B. Wilson:  
*High Energy Electron Linacs:  
Applications to Storage Ring RF Systems and Linear Colliders*  
SLAC-PUB-2884, Feb 1982



## Danksagung

Ich danke meinen Betreuern Priv. Doz. Dr. M. Tonutti und Prof. Dr. P. Schmäser, die mich während der Zeit meiner Diplomarbeit nach Kräften unterstützt haben.

Ebenso möchte ich auch S. Simrock danken, der mir durch seinen Reichtum an Erfahrungen und Ideen immer wieder eine unschätzbare Hilfe war – nicht nur in Bezug auf die Arbeit.

Ich danke A. Gamp für sein Interesse und seine wohlwollende Unterstützung.

Ich möchte M. Liepe und T. Schilcher für die gute Zusammenarbeit während des letzten Jahres danken. Auch die Hilfe von S. Goloborodko, V. Kocharyan, A. Kholodny, T. Plawski, K. Rehlich, J. Sonnenberg und Y. Tchernousko war für das Gelingen dieser Arbeit wichtig.

Ich möchte auch den Mitgliedern der Gruppen FDET und MHF danken. Die Zusammenarbeit mit ihnen war angenehm und interessant.

Nicht zuletzt möchte ich meiner Familie und meinen Freunden danken, die mich immer unterstützt und ermutigt haben, wenn es darauf ankam.

